

## Оценка характеристик упругости и параметров прочности односторонних полимерных композитов при высоких температурах

Н. К. Кучер<sup>a,1</sup>, А. А. Самусенко<sup>b,2</sup>

<sup>a</sup> Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

<sup>b</sup> ГП “Конструкторское бюро “Южное” им. М. К. Янгеля”, Днепр, Украина

<sup>1</sup> kucher@ipp.kiev.ua

<sup>2</sup> info@yuzhnoye.com

*В рамках модели трансверсально-изотропного тела анализируются возможности описания характеристик упругости и несущей способности полимерных односторонних углепластиков при высоких температурах. Определены зависимости характеристик упругости и параметров прочности композита от температуры и скорости нагрева. Рассмотрены модели для расчета характеристик прочности аблирующего композита при действии растягивающих или сжимающих усилий в направлении армирования.*

**Ключевые слова:** односторонний аблирующий композит, деформирование, характеристики упругости, прочность в направлении армирования, высокие температуры.

**Введение.** К применяемым в ракетно-космической технике материалам предъявляются достаточно жесткие требования. Такие материалы должны сочетать в себе высокие жесткость и удельную прочность, оказывать существенное сопротивление концентрированным напряжениям, действию динамических нагрузок, а также обеспечивать необходимую надежность конструкции [1]. Наиболее полно этим требованиям отвечают углепластики на основе термореактивных полимерных матриц.

К основным причинам, тормозящим их использование, можно отнести низкие характеристики трансверсальной и сдвиговой прочности, трудоемкость изготовления композитов на основе углеродных волокон, необходимость строгого соблюдения технологических параметров изготовления. Из-за нарушения технологии их изготовления резко снижаются прочностные свойства изделий [2, 3].

В последнее время полимерные композиционные материалы все чаще применяются при производстве жидкостных ракет. Однако наибольшее распространение они получили при изготовлении ракетных двигателей на твердом топливе, что позволило значительно улучшить их параметры и уменьшить пассивную массу изделий [4].

При высокотемпературных воздействиях в полимерных композиционных материалах происходят сложные внутренние физико-химические процессы, называемые “абляцией”. Под этим термином подразумевают процесс уноса части вещества с поверхности твердого тела под воздействием излучений и обтекающего потока газа [5].

Пиролиз (разложение) полимерной матрицы приводит к образованию большого количества пор, которые заполняются газообразными продуктами. Кроме того, образуются тяжелые фракции, например кокс. С изменением физико-химической структуры материала изменяются и его свойства. Наиболее существенно изменяются при этом механические и теплофизические параметры. Например, значительно уменьшается плотность композиционного материала, имеет место немонотонное изменение эффективного коэффициента теплопроводности, существенно увеличивается газовая проницаемость среды. Изменяются упругие и прочностные свойства как в направлении армирования, так и в поперечном направлении в зависимости от температуры и продолжительности нагрева; при определенных температурах происходит усадка мате-

риала и возникают температурные напряжения даже при отсутствии градиента температуры.

Главной особенностью аблирующих материалов следует считать зависимость их напряженно-деформированного состояния и прочности от температуры и скорости нагрева. Для прогнозирования термомеханического поведения таких материалов разработаны модели механики многофазных сред [6–8]. Возможности использования последних в инженерных расчетах рассмотрены в работах [9, 10]. Результаты экспериментального исследования механического поведения углепластиков для условий квазистатического нагрева приведены в [11].

Дальнейшее развитие моделей деформирования и оценка несущей способности углепластиков требуют проведения комплексных исследований механического поведения углеродных волокон, полимерной матрицы и углепластиков при различных видах термосилового нагружения.

Цель настоящей работы заключается в исследовании температурных зависимостей модулей упругости и характеристик прочности одностороннего углепластика, изготовленного на основе углеродного жгута типа Т 700 и эпоксидной матрицы ЭДТ-10, а также анализе возможностей описания на основе моделей многофазных сред характеристик упругости и параметров прочности при высокотемпературном нагреве.

**Основные гипотезы и предположения.** Исходя из гипотезы континуума полагаем, что исследуемый углепластик является гомогенным материалом. Такой подход включает в себя процедуру статистического осреднения, посредством которой действительное состояние среды идеализируется и считается континуумом, для которого характеристические свойства одинаковы для всех точек среды [12].

Слоистые односторонние углепластики относятся к классу трансверсально-изотропных материалов. При низких, комнатной и повышенных температурах их деформирование достаточно хорошо описывается соотношениями линейной теории упругости анизотропного тела [13].

Для идентификации механических характеристик одностороннего композита будем использовать декартову систему координат 123. Предположим, что ее ось 01 совпадает с направлением волокон.

**Модель аблирующего композиционного материала.** Аблиция протекает с различной скоростью в упрочняющихся волокнах и связующей полимерной матрице, в результате чего в композите возникают существенные термические напряжения.

Считается, что односторонний композиционный материал при комнатной температуре состоит из двух фаз: полимерной фазы матрицы и армирующего волокна. При повышенных и высоких температурах в полимерной матрице происходят процессы аблиции согласно механизму пиролиза и появляются две новые фазы: пиролитическая и газовая. Первая представляет собой твердые продукты терморазложения полимера (кокс), вторая – газовые продукты, которые заполняют поры материала.

Армирующие волокна также подвергаются аблиции. Исходную фазу волокна будем называть “аморфной фазой”. При высоких температурах в арматуре появляется еще одна твердая фаза, которую условно называют “кристаллической”.

При нагревании исходные и “новые” фазы волокон и матрицы взаимодействуют между собой, в результате чего композит переходит в новое фазовое состояние.

В основу принятой схемы структурообразования положена гипотеза о том, что все фазы существуют одновременно в любой момент времени в каждом элементарном объеме композита. Считается, что при нагревании изменяется лишь соотношение объемных фаз композита.

Разрешающая система уравнений термомеханики аблирующих материалов выводится на основе гипотезы о регулярности их внутренней структуры и идеи об

асимптотических разложениях для уравнений в частных производных с быстро осциллирующими коэффициентами. Она состоит из уравнений, определяющих изменения массы волокон и полимерной матрицы в процессе деформирования, уравнений фильтрации газовой фазы в порах, соотношений, определяющих тепломассоперенос, уравнений равновесия и соотношений Коши между тензорами средних деформаций и средних перемещений. Кроме того, необходимо добавить соответствующие начальные и граничные условия.

Отметим, что задачи тепломассопереноса и теплопроводности являются связанными и не могут быть решены отдельно друг от друга. В то же время задача тепломассопереноса может быть решена отдельно от задачи деформирования, так как механические напряжения не влияют на параметры внутреннего тепло- и массопереноса [6–8].

**Изменение плотности аблирующих полимерной матрицы и углеродных волокон при высоких температурах.** В соответствии с изложенным подходом изотропные полимерные матрицы при высоких температурах состоят из трех фаз: твердой полимерной  $\varphi_b$ ; твердой пиролитической  $\varphi_p$  и газовой  $\varphi_g$  внутри пор:  $\varphi_b + \varphi_p + \varphi_g = 1$ .

Для кубической ячейки периодичности скорость объемной аблиации описывается функцией  $J_m$ , которая связана с линейной скоростью движения межфазной поверхности выражением

$$J_m = J_m^0 \varphi_g \exp\left(\frac{-E_{am}}{R\theta}\right), \quad (1)$$

где  $\theta$  – температура;  $R$  – газовая постоянная;  $J_m^0$ ,  $E_{am}$  – тепловые характеристики аблирующей матрицы.

Уравнение массопереноса для неармированной матрицы имеет вид

$$\rho_b \frac{\partial \varphi_b}{\partial t} = -J_m, \quad \varphi_p = (\varphi_b^0 - \varphi_b) \frac{\rho_b}{\rho_p} (1 - \Gamma_m), \quad (2)$$

где  $t$  – время;  $\Gamma_m$  – коэффициент газификации матрицы;  $\rho_b$ ,  $\rho_p$  – плотности полимерной и пиролитической фаз матрицы.

Введем следующие обозначения:  $\rho_m$  – плотность неармированной аблирующей матрицы;  $\rho_m^0$  – плотность матрицы в начальном состоянии при  $t = 0$ ;  $\rho_m^\infty$  – плотность матрицы после завершения процесса аблиации. Тогда запишем

$$\rho_m = \rho_b \varphi_b + \rho_p \varphi_p; \quad \rho_m^0 = \rho_b \varphi_b^0; \quad \rho_m^\infty = (1 - \Gamma_m) \rho_b^0. \quad (3)$$

Из соотношений (2), (3) получим уравнение, описывающее изменение плотности неармированной аблирующей матрицы при нагреве:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = -\frac{J_m^0}{\rho_b} \Gamma_m (\rho_b - \rho_b^\infty) \exp\left(\frac{-E_{am}}{R\theta}\right). \quad (4)$$

Решение уравнения (4) описывается соотношением

$$\frac{\rho_m}{\rho_m^0} = 1 - \Gamma_m + \Gamma_m \exp\left(\frac{-J_m^0}{\rho_b} \Gamma_m \int_0^t \exp\left(\frac{-E_{am}}{R\theta(\tau)}\right) d\tau\right). \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что плотность аблирующей матрицы зависит не только от температуры  $\theta$ , но и от скорости ее изменения. Чтобы получить выражение для вычисления изменения массы матрицы с изменением температуры  $\theta$ , например, по линейному закону  $\theta = \dot{\theta}_0 t + \theta_0$ , в последнем представлении (5) необходимо привести соответствующую замену переменных.

Даже для простейшей линейной зависимости температуры от времени интеграл в правой части соотношения (5) не представляется в квадратурах. Интеграл от произвольной рациональной функции, умноженный на экспоненту, выражается через модифицированную интегральную показательную функцию  $Ei_1(y)$  и элементарные функции [14].

Как следует из соотношения (5), изменение относительной плотности матрицы при нагреве определяется тремя параметрами: энергией активации  $E_{af}$ ; коэффициентом газификации  $\Gamma_m$  и предэкспоненциальным множителем  $J_m^0 \Gamma_m / \rho_b$ . Значения этих параметров зависят от среды, в которой происходит нагрев (инертная или окислительная). В инертной среде отмечается процесс термодеструкции, в случае окислительной – термоокислительной деструкции (ТОД). Вышеуказанные константы для различных полимерных связующих приведены в [8–10].

При нагреве пучка углеродных волокон на воздухе с различной скоростью наблюдается также существенное изменение его плотности. Предположим, что объемная концентрация твердых фаз состоит из аморфной и кристаллической фаз ( $\varphi_f = \varphi_a + \varphi_c$ ). Вычислить изменение плотности пучка в этом случае можно по формуле (5), заменяя  $m$  индексом  $f$  и используя соответствующие теплофизические параметры для углеродных волокон ( $\Gamma_f$ ,  $E_{af}$ ,  $J_f^0$ ,  $\rho_f^0$ ), значения которых приведены в [8–10].

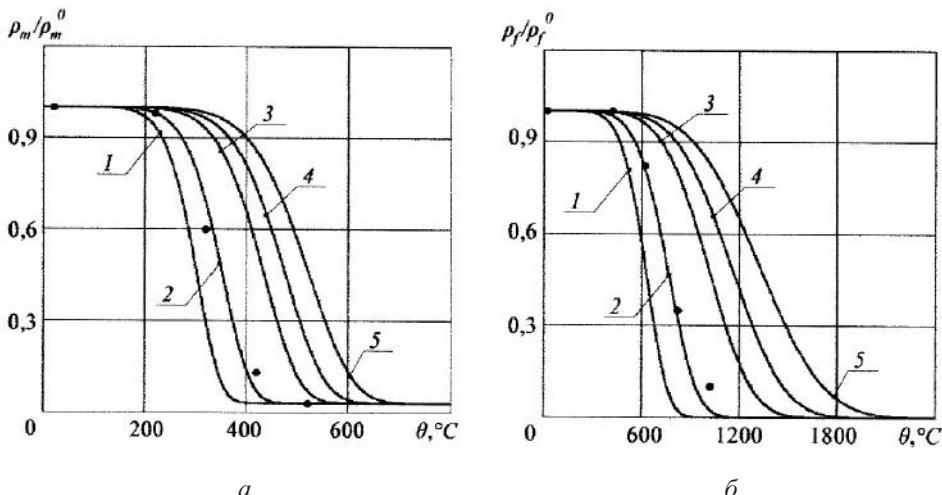


Рис. 1. Изменение относительной плотности эпоксидной матрицы (а) и пучка углеродных волокон (б) в процессе термоокислительной деструкции: 1 –  $\dot{\theta}_0 = 0,03$  К/с; 2 –  $\dot{\theta}_0 = 0,1$  К/с; 3 –  $\dot{\theta}_0 = 0,5$  К/с; 4 –  $\dot{\theta}_0 = 1,0$  К/с; 5 –  $\dot{\theta}_0 = 2,0$  К/с. (Сплошные линии – расчет по уравнению (5), точки – экспериментальные данные [8].)

На рис. 1,а представлены зависимости, определяющие изменение плотности эпоксидной матрицы при различных скоростях нагрева на воздухе (процесс ТОД). Расчеты выполняли при следующих значениях параметров:  $\varphi_g^0 = 0,06$ ;  $\rho_b = 1200$  кг/м<sup>-3</sup>;

$\rho_p = 2000 \text{ кг/м}^{-3}$ ;  $E_{am}/R = 7500 \text{ К}$ ;  $\Gamma_m = 0,97$ ;  $J_m^0 = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м}^3 \cdot \text{с)}$ . Хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными свидетельствует о правильном выборе теплофизических характеристик эпоксидной матрицы. С увеличением скорости нагрева кривые, определяющие аблацию материала, смещаются вправо относительно шкалы температуры. Для скорости нагрева  $\theta_0 = 0,03$  процесс аблации эпоксидной матрицы наблюдается уже при температуре выше 125°C. При повышении скорости нагрева на порядок кривые термогравиметрического анализа смещаются вправо примерно на 50...150°C.

Результаты аналогичных расчетов для определения изменения плотности углеродных волокон при аблации на воздухе приведены на рис. 1,б. Расчеты выполняли при следующих параметрах:  $\rho_f^0 = 1800 \text{ кг/м}^{-3}$ ;  $E_{af}/R = 6500 \text{ К}$ ;  $\Gamma_f = 1$ ;  $J_f^0 = 540 \text{ кг/(м}^3 \cdot \text{с)}$ ;  $\varphi_f^0 = 0,5$ .

Как видно из рис. 1, наблюдается хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными как для неармированной матрицы, так и для пучка углеродных волокон.

Несмотря на то что аблация углеродных волокон происходит при более высоких температурах, чем эпоксидной матрицы, в ряде случаев для оценки деформирования композитов, изготовленных на их основе, необходимо учитывать оба фактора.

Далее для вычисления предельных напряжений в аблирующем композите будем использовать значение давления в порах газовой фазы при термоокислительной деструкции, которое можно получить из уравнений тепломассопереноса [8] в зависимости от температуры  $\theta$ :

$$p = \frac{1}{1-\varphi_g} [R\theta\Gamma_m\rho_b(\varphi_b^0 - \varphi_b) + p_0(\theta/\theta_0)(1-\varphi_b^0)], \quad (6)$$

где  $p_0$  – начальное давление в порах при  $t = 0$ ;  $\varphi_b$ ,  $\varphi_g$  – концентрации полимерной и газовой фазы матрицы;  $\theta_0 = 293 \text{ К}$  – начальная температура.

**Изменение упругих характеристик эпоксидной матрицы и углеродного волокна при высокотемпературном нагреве.** Механика многофазных сред позволяет рассчитать изменение модуля упругости изотропной матрицы  $E_m$  и пучка изотропных волокон  $E_f$  в зависимости от температуры и скорости нагрева. В результате осреднения кубической ячейки периодичности получим

$$E_m = E_b^0 \tilde{a}_m, \quad E_f = E_f^0 \tilde{a}_f, \quad (7)$$

где  $E_b^0$  – начальный модуль упругости полимерной фазы;  $\tilde{a}_m$  – функция, описывающая изменение упругих характеристик аблирующей матрицы;  $E_f^0$  – значения модуля упругости волокон при  $t = 0$ ;  $\tilde{a}_f$  – функция, описывающая изменение упругих характеристик пучка волокон при нагревании.

При этом запишем

$$\tilde{a}_m = \left[ \frac{S_p}{a_0(S_p^2 - S_b^2) + m_p(1-S_p^2)} + \frac{S_p - S_b}{a_0 S_p^2 + m_p(1-S_p^2)} + \frac{1-S_p}{m_p} \right]^{-1}; \quad (8)$$

$$S_b = \varphi_g^{1/3}; \quad S_p = (1-\varphi_p)^{1/3}; \quad m_p = E_p/E_b^0; \quad a_0 = \exp(-\alpha_m \Delta\theta);$$

$$\Delta\hat{\theta} = \Delta\theta - P \int_0^t \exp[-Q(t-\tau)] \Delta\theta(\tau) d\tau; \quad \Delta\theta = \theta - \theta_0.$$

Константы  $\alpha_m$ ,  $P$ ,  $Q$  определяются исходя из наилучшего соответствия между расчетными и экспериментальными данными, описывающими изменение упругих характеристик эпоксидной матрицы при постоянных скоростях нагрева.

Как отмечалось в [8], параметры  $P$  и  $Q$  можно считать одинаковыми для всех аблирующих материалов. При этом полагаем  $P = 1,56 \text{ c}^{-1}$ ,  $Q = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ .

Как показывают настоящие расчеты, для эпоксидной матрицы можно принять  $\alpha_m = 4,395 \cdot 10^{-6} \text{ K}$ .

Отметим, что при невысоком уровне температур, когда процесс аблиции матрицы еще не начался, изменение функции  $\tilde{a}_m$  определяется величиной  $a_0$ , которая описывает изменение упругих свойств полимерной фазы. Тогда  $S_p = \text{const}$ ;  $S_b = 1$ .

Аналогичные выражения можно получить также для определения функции  $\tilde{a}_f$ :

$$\tilde{a}_f = \left[ \frac{S_a}{b_0(S_a^2 - S_c^2) + m_c(1 - S_c^2)} + \frac{S_a - S_c}{b_0 S_a^2 + m_c(1 - S_c^2)} + \frac{1 - S_c}{m_c} \right]^{-1}, \quad (9)$$

где

$$S_a = \left( 1 - \frac{\varphi_c + \varphi_a}{\varphi_f^0} \right)^{1/3}; \quad S_c = \left( 1 - \frac{\varphi_c}{\varphi_f^0} \right)^{1/3}; \quad b_0 = \exp(-\alpha_f \Delta\hat{\theta});$$

$m_c = E_c/E_f^0$  – отношение модуля упругости кристаллической фазы к начальному модулю упругости пучка волокон;  $\varphi_f = \varphi_a + \varphi_c$ .

Отметим, что аблирующие матрица и волокна, как и их твердые фазы, являются изотропными материалами, что следует из принятой гипотезы о центральной симметрии формы пор.

На рис. 2 приведены зависимости функций  $\tilde{a}_m$ ,  $\tilde{a}_f$  от температуры при  $\theta = 0,1 \text{ K/c}$ . Расчеты выполнены при следующих значениях параметров:  $\varphi_f^0 = 0,5$ ;  $\alpha_f = 2,93 \cdot 10^{-8} \text{ K}$ ;  $m_c = 1,3$ . Как видно, для эпоксидной матрицы имеет место достаточно хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными в рассматриваемом температурном диапазоне.

Поскольку в известных авторам литературных источниках результаты экспериментов по аблиции углеродных волокон на воздухе отсутствуют, ниже будут представлены соотношения для вычисления изменения модуля упругости однородного композита, полученные на основе характеристик аблирующих эпоксидной матрицы и углеродных волокон. Такое распределение функций, описывающих изменение упругих характеристик композита в направлении армирования при фиксированной скорости нагрева в зависимости от температуры, показано на рис. 2.

Хорошее соответствие между расчетными и экспериментальными данными для композита косвенно подтверждает правильность выбора функции  $\tilde{a}_f$  для характеристики аблирующих углеродных волокон.

Коэффициенты Пуассона аблирующих матрицы и пучка углеродных волокон можно считать постоянными при повышении температуры для фиксированной скорости нагрева.

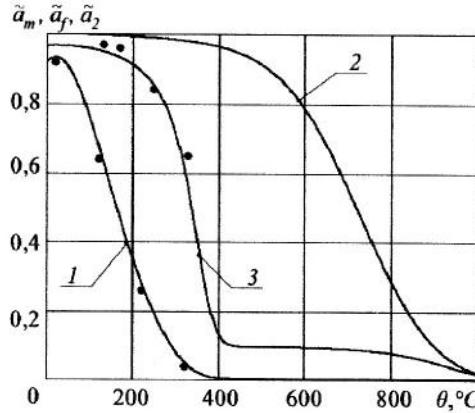


Рис. 2. Распределение функций, описывающих изменение модулей упругости аблирующих эпоксидной матрицы (1), пучка углеродных волокон (2) и однонаправленного углепластика (3) при скорости нагрева  $\dot{\theta}_0 = 0,1 \text{ К/с.}$  (Точки – экспериментальные данные [8].)

**Вычисление эффективных характеристик аблирующего однонаправленного композита при постоянной скорости нагрева.** Эффективные характеристики модулей упругости  $E_1$ ,  $E_2$ , коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{23}$  и модуль продольного сдвига  $G_{12}$  определяются в первом приближении на основе характеристик аблирующих матрицы и волокна:

$$E_1 = E_f^0 \tilde{a}_2 \varphi_f; \quad E_2 = E_b^0 \tilde{a}_5; \quad \nu_{12} = \nu_m; \quad \nu_{23} = \nu_m \tilde{a}_4; \quad G_{12} = G_b^0 \tilde{a}_3. \quad (10)$$

Модуль сдвига в поперечном направлении к направлению армирования определяется соотношением  $G_{23} = E_2 / (2(1+\nu_{23}))$ .

Функции  $\tilde{a}_2$ ,  $\tilde{a}_3$ ,  $\tilde{a}_4$ ,  $\tilde{a}_5$  зависят от структурных параметров  $\varphi_f$ ,  $\Phi$ , соотношений упругих характеристик фаз  $E_f^0/E_b^0$ ,  $\nu_f/\nu_m$  и функций  $\tilde{a}_m$ ,  $\tilde{a}_f$ , которые описывают изменение модулей упругости неармированной матрицы и волокна в зависимости от температуры.

Соотношения для вычисления модуля упругости  $E_1$  определяются при решении задачи о равновесии гибкой изогнутой нити в упругой среде [8]:

$$\tilde{a}_2 = \tilde{a}_f \left( 1 + \operatorname{tg}^2 \Phi \frac{E_f^0}{E_b^0} \frac{\tilde{a}_f \varphi_f}{\tilde{a}_m} \right)^{-1}, \quad (11)$$

где  $\Phi$  – угол разориентации моноволокон в композите.

Параметры  $G_{12}$  и  $E_2$  находим с помощью аналогичной трехслойной модели, где первый и третий слои содержат прямые участки моноволокна, отклоненные под углами  $+\Phi$  и  $-\Phi$  от оси армирования, третий слой является прослойкой матрицы. Коэффициент Пуассона композита определяется по известным правилам смеси. Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{a}_3 &= \tilde{a}_m \left[ \delta_f (1 - \delta_f) + 0,5(1 + \nu_f) \frac{E_f^0}{E_b^0} \frac{\tilde{a}_f}{\tilde{a}_m} \sin^2(\Phi) \right]; \quad \delta_f = 2 \left( \frac{\varphi_f}{\pi} \right)^{0,5}; \\ \tilde{a}_4 &= 1 - \varphi_f + \varphi_f \frac{\nu_f}{\nu_m}; \quad \tilde{a}_5 = \tilde{a}_m \left[ \delta_f (1 - \delta_f) + 0,5\nu_f \delta_f^2 \frac{E_f^0 \tilde{a}_f}{E_b^0 \tilde{a}_m} \sin^2(\Phi) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

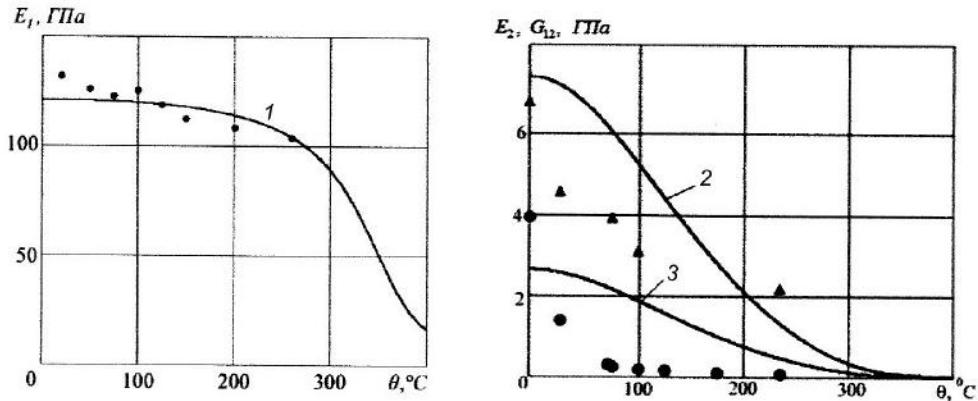


Рис. 3. Изменение характеристик упругости однонаправленного углепластика для  $\dot{\theta}_0 = 0,1 \text{ К/с}$  в зависимости от температуры. (Сплошные линии – расчет, точки – эксперимент [11].)

На рис. 3 представлены результаты расчета характеристик упругости  $E_1$  (кривая 1),  $E_2$  (кривая 2),  $G_{12}$  (кривая 3) с помощью соотношений (9)–(11) при  $\dot{\theta}_0 = 0,1 \text{ К/с}$ . Там же приведены значения механических характеристик, полученные из экспериментов для квазистатических условий нагрева [11].

Как видно, имеет место достаточно хорошее соответствие между модулем продольной упругости  $E_1$  и результатами экспериментов во всем температурном диапазоне. При расчете других упругих характеристик можно говорить только о качественном описании их распределения при высоких температурах. Улучшить соотношение между расчетными и экспериментальными данными, по нашему мнению, можно при использовании других более сложных моделей деформирования (например, трехфазных моделей коаксиальных цилиндров[12] и др.).

**Прочность однородного композита при растяжении в направлении волокон.** Данная модель основана на модели пучка волокон при наличии в нем некоторого количества разрушенных волокон. Предполагается, что упругие свойства всех волокон одинаковые, но прочность разная. Выберем ось  $x_1$  таким образом, чтобы она совпадала с направлением армирования. Тогда прочность пучка волокон при растяжении определяется соотношением

$$\sigma_{fT} = \sigma_f^0 \tilde{a}_f \left( \frac{d_f}{L} \right)^{\gamma/\beta} \left[ \ln \left( \frac{1}{1-x_2} \right) \right]^{1/\beta}, \quad 0 < x_2 < 1, \quad (13)$$

где  $\sigma_f^0$  – прочность моноволокон при комнатной температуре  $\theta_0$ ;  $d_f$  – диаметр волокна;  $L$  – эффективная длина неразрушенных волокон;  $\gamma$ ,  $\beta$  – параметры, характеризующие разброс характеристик прочности моноволокон. Ось  $x_2$  обозначает трансверсальное направление.

Из представления (13) следует, что прочность  $\sigma_{fT}$  волокон распределена упорядочено относительно их длины. Самые длинные из них, обладающие минимальной прочностью, расположены в центре пучка, а самые короткие с максимальной прочностью – на периферии ( $x_2 = 1$ ).

Предположим, что полное разрушение композита при растяжении вдоль волокон имеет место тогда, когда разрыв волокон и расслоение происходят одновременно. Обозначим прочность композита при растяжении как  $\sigma_{+1}^b$ . Тогда получим

$$\sigma_{+1}^b = \bar{\sigma}_f^0 \tilde{a}_f H_0 \frac{\varphi_f}{(1-\varphi_f)^s} \left( \frac{E_f^0 \tilde{a}_2}{2G_b^0 \tilde{a}_m} \right)^s \left( \frac{\sigma_s^0 h_{mS}}{\sigma_f^0 \tilde{a}_f} \right)^\omega, \quad (14)$$

где  $\omega$ ,  $s$ ,  $H_0$  – константы пучка углеродных волокон;  $\varphi_f$  – объемная концентрация твердых фаз волокна;  $\bar{\sigma}_f^0$ ,  $E_f^0$  – усредненная прочность пучка волокон и значение модуля продольной упругости при комнатной температуре;  $G_b^0$  – модуль сдвига полимерной фазы матрицы при  $\theta_0$ ;  $h_{mS}$  – коэффициент изменения прочности при сдвиге аблирующей неармированной матрицы,  $h_{mS} = \sigma_{mS} / \sigma_S^0$ ;  $\sigma_{mS}$  – прочность матрицы при сдвиге. Из справочников по аблирующим материалам находим  $\sigma_S^0 = 48$  МПа, для углеродных волокон –  $\omega = 0,33$ ;  $s = 0,07$ ;  $H_0 = 3$ .

Введем коэффициент  $h_{IT} = \sigma_{+1}^b / (\bar{\sigma}_f^0 \varphi_f^0)$ , который характеризует изменения прочности односторонне-направленного композита в направлении армирования относительно средней прочности моноволокон. Как видно из (14), этот коэффициент зависит от угла разориентации волокон в композите, механических характеристик матрицы ( $\sigma_S^0$ ,  $G_b^0$ ), волокна ( $\sigma_f^0$ ,  $E_f^0$ ), а также от диапазона разброса прочности отдельных моноволокон. Из расчетов следует, что для данного углепластика имеем  $h_{IT}^0 = 1,17$  при  $\theta_0 = 293$  К.

Зависимость коэффициента изменения прочности  $h_{IT}$  от температуры при скорости нагрева  $\dot{\theta}_0 = 0,1$  К/с представлена на рис. 4.

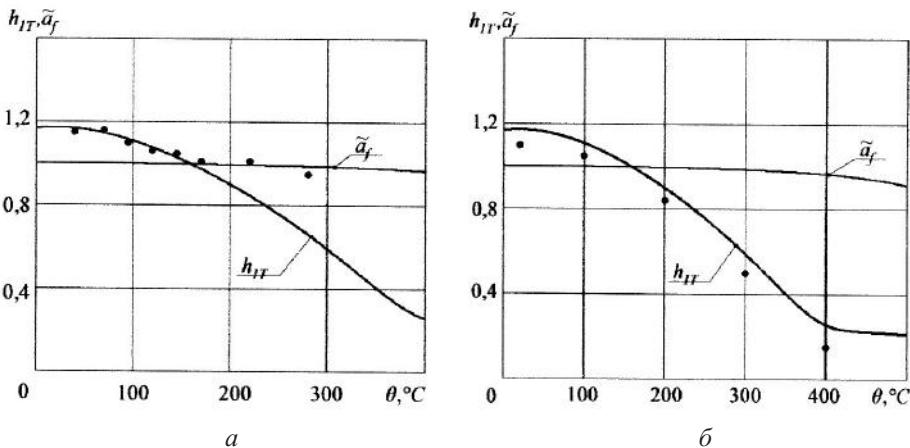


Рис. 4. Распределение функции прочности  $h_{IT}$  в зависимости от температуры при  $\dot{\theta}_0 = 0,1$  К/с. (Сплошные линии – расчет, точки – эксперимент.)

На рис. 4,а приведены экспериментальные данные, полученные ранее [11], на рис. 4,б – используемые из [15]. Как видно, наблюдается достаточно хорошее соответствие между расчетом и экспериментом. Две последние точки на рис. 4,а относим к неточностям определения искомой величины, что связано, на наш взгляд, с разбросом экспериментальных данных.

**Прочность односторонне-направленного композита при сжатии в направлении армирования.** Материал при таком нагружении разрушается в результате потери устойчивости волокон и отслоения матрицы от волокон. Несущая способность композита при сжатии определяется прочностью матрицы и соотношением жесткостей матрицы и волокон.

Предположим, что ячейка периодичности композита состоит из искривленного в плоскости  $0x_2x_3$  моноволокна и трехфазной матрицы. Разрывами отдельных волокон будем пренебрегать. При действии на такой композит напряжения  $\sigma_{11} < 0$  в матрице кроме напряжений  $\sigma_{m11}$  будут возникать поперечные растягивающие напряжения  $\sigma_{m22}$ . При этом имеем

$$\sigma_{m22} = -B_{m4}\sigma_{11}; \quad \sigma_{m11} = B_{m2}\sigma_{11}; \quad B_{m2} = E_m/E_1; \quad B_{m4} = \operatorname{tg}(\Phi). \quad (15)$$

В результате более низкой прочности матрицы при растяжении, чем при сжатии, максимальное значение напряжения  $|\sigma_{11}|$ , при котором происходит отслоение матрицы от волокна и последующее за ним разрушение композита, будет меньшим, чем если бы учитывалось только напряжение сжатия  $\sigma_{m11}$ .

Пределы прочности фаз матрицы экспериментально установить достаточно сложно. Поэтому вводятся две гипотезы: предел прочности полимерной фазы изменяется при нагреве пропорционально изменению модуля упругости  $E_b$ ; пределы прочности пиролитической фазы постоянны при нагреве и пропорциональны пределам прочности полимерной фазы. Тогда пределы прочности твердого каркаса можно представить так:

$$\sigma_\gamma = \sigma_\gamma^0 a_1, \quad \gamma = T, C, S; \quad (16)$$

$$a_1 = (1 - S_b^2)^{-1} [a_0(S_p^2 - S_b^2) + n_p(1 - S_p^2)].$$

Для многоосного напряженного состояния матрицы при высоких температурах выберем критерий прочности в виде [16]

$$\frac{1}{3} \left( \frac{Y_{m2}}{\sigma_S^0} \right)^2 + Y_{m+}^2 \left[ \frac{1}{(\sigma_T^0)^2} - \frac{1}{3(\sigma_C^0)^2} \right] + Y_{m-}^2 \left[ \frac{1}{(\sigma_C^0)^2} - \frac{1}{3(\sigma_S^0)^2} \right] = (h^0 a_1)^2, \quad (17)$$

где  $Y_{m2}$ ,  $Y_{m\pm}$  – соответствующие инварианты тензора  $\sigma_{mkl} + pN_0\delta_{kl}$ ,

$$Y_{m2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( \sigma_{mkl} - \frac{1}{3} Y_{ml} \delta_{kl} \right) \left( \sigma_{mkl} - \frac{1}{3} Y_{ml} \delta_{kl} \right) \right]^{0.5}; \quad Y_{ml} = \sigma_{mkl}; \quad (18)$$

$$2Y_{m\pm} = |Y_{ml} + 3pN_0| \pm (Y_{ml} + 3pN_0);$$

$\delta_{kl}$  – символ Кронекера;  $\sigma_T^0$ ,  $\sigma_C^0$ ,  $\sigma_S^0$  – прочность изотропной эпоксидной матрицы при растяжении, сжатии и сдвиге в условиях комнатной температуры; по повторяющимся индексам предполагается суммирование. Кроме того, имеем

$$h^0 = 1 - \varphi_g^{2/3}; \quad N^0 = \varphi_g^{2/3} - \varphi_g. \quad (19)$$

Подставляя выражения для  $\sigma_{m11}$  и  $\sigma_{m22}$  (остальные  $\sigma_{mkl} = 0$ ) в критерий прочности матрицы (17) и пренебрегая поровым давлением  $p$  в композите, получаем выражение для максимального значения напряжения  $|\sigma_{11}|_{\max} = \sigma_{-1}^b$ , которое описывает прочность при сжатии вдоль волокон при высоких температурах:

$$\sigma_{-1}^b = \sigma_S^0 h_{mC}, \quad (20)$$

где

$$h_{mC} = a_1 h^0 \left[ (B_{m2}^2 + B_{m4}^2) \left( \frac{\sigma_S^0}{\sigma_C^0} \right)^2 - B_{m2} B_{m4} \left( 2 \left( \frac{\sigma_S^0}{\sigma_C^0} \right)^2 - 1 \right) \right]^{-0.5}. \quad (21)$$

Как следует из соотношений (20), (21), прочность  $\sigma_{-1}^b$  определяется жесткостью волокон  $E_f$ , углом их разориентации  $\Phi$  и коэффициентом изменения упругих свойств матрицы  $\tilde{a}_m$ .

Более общая математическая модель по определению характеристик прочности при сжатии, которая учитывает влияние давления в порах, определяемого соотношением (6), представлена в [8]. Однако выполненные в настоящей работе расчеты при таком подходе свидетельствуют о незначительном их различии с расчетом по формулам (20), (21). По нашему мнению, это обусловлено тем, что уровень порового давления не совсем точно определяется при использовании соотношения (6). Для достоверного определения необходимо решить задачу фильтрации.

Кроме того, отметим, что увеличение угла разориентации, как и величины порового давления, приводит к снижению прочности композита. Поэтому при предположении о малости давления  $p$  за счет увеличения угла разориентации  $\Phi$  удается добиться хорошего согласования между расчетными и экспериментальными данными.

На рис. 5 приведено распределение предельных напряжений при сжатии композита вдоль волокон. Как видно, при угле разориентации  $\Phi = 7^\circ$  наблюдается практически полное совпадение расчета с экспериментом.

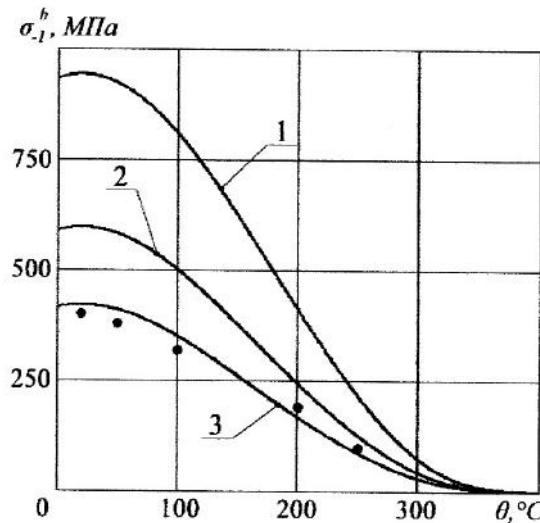


Рис. 5. Зависимость прочности при сжатии однонаправленного углепластика от температуры при нагреве со скоростью 0,1 К/с на воздухе: 1 –  $\Phi = 3^\circ$ ; 2 –  $\Phi = 5^\circ$ ; 3 –  $\Phi = 7^\circ$ . (Сплошные линии – расчет по уравнениям (20), (21), точки – эксперимент [8].)

В рамках механики многофазных сред аналогично можно рассчитать значения высокотемпературной прочности однонаправленных композитов и в трансверсальном направлении при растяжении, сжатии, а также при сдвиге вдоль и поперек волокон.

## Выводы

1. Проанализированы закономерности изменения характеристик упругости и параметров прочности однонаправленных композиционных материалов при высокотемпературном нагреве.
2. Рассмотрены методы расчета эффективных термомеханических характеристик аблирующих матриц, высокопрочных волокон и однонаправленных композитов исходя из свойств составляющих их фаз.
3. Конкретизированы соотношения, описывающие аблицию полимерной матрицы, пучка волокон и однонаправленных композитов в зависимости от температуры и скорости нагрева в процессе термоокислительной деструкции.
4. Определены характеристики упругости и параметры прочности аблирующих однонаправленных углепластиков при высоких температурах. Полученная информация о распределении характеристик упругости и параметров прочности при высоких температурах будет полезной как при проектировании новых композитов, так и при оценке достоверности результатов экспериментов с большим разбросом.

## Резюме

У рамках моделі трансверсально-ізотропного тіла аналізуються можливості опису характеристик пружності і несівної здатності полімерних однонаправлених вугле-пластиків за високих температур. Визначено залежності характеристик пружності і параметрів міцності композита від температури і швидкості нагрівання. Розглянуто моделі для розрахунку характеристик міцності аблиючого композита у разі дії розтяжних або стискальних зусиль у напрямку армування.

1. Кондратьев А. В., Коваленко В. А. Обзор и анализ мировых тенденций и проблем расширения применения в агрегатах ракетно-космической техники полимерных композиционных материалов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – 2011. – вып. 3 (67). – С. 7–18.
2. Углеродные волокна и углекомпозиты / Пер. с англ. под ред. Э. Фитцера. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
3. Михайлин Ю. А. Конструкционные полимерные композитные материалы. – СПб.: НОТ, 2008. – 822 с.
4. Грабин Б. А. Основы конструирования ракет носителей космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1991. – 416 с.
5. Энциклопедия полимеров / Под ред. В. А. Каргина. – М.: Сов. энциклопедия, 1972. – 1224 с.
6. Гринфельд М. А. Методы механики сплошных сред в теории фазовых превращений. – М.: Наука, 1990. – 312 с.
7. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
8. Dimitrienko Yu. I. Termomechanics of Composite Structures under High Temperatures. – Dordrecht: Springer, 1999. – 368 p.
9. Анисимов С. И., Лукьянчук Б. С. Избранные задачи теории лазерной аблиции. Обзор // Усп. физ. наук. – 2002. – 172, № 3. – С. 301–333.
10. Composite Materials Handbook. Vol. 2: Polymer Matrix Composites: Materials Properties. – MIL-HDBK-17-2F. – US Department of Defense, 2002. – 529 p.
11. Данильчук Е. Л., Кучер Н. К., Кушинарев А. П. и др. Деформирование и прочность однонаправленных углепластиков при повышенных температурах // Пробл. прочности. – 2015. – № 4. – С. 75–81.

12. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов / Пер. с англ. под ред. Ю. М. Тарнопольского. – М.: Мир, 1978. – 564 с.
13. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 415 с.
14. *Лебедев Н. Н.* Специальные функции и их приложения. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 358 с.
15. *Грушевский И. В., Димитренко И. П., Ярмоленко А. Ф. и др.* Разрушение конструкций из композитных материалов / Под ред В. П. Тамуж, В. Д. Протасова. – Рига: Зинатне, 1986. – 264 с.
16. *Dimitrienko Yury.* Modelling of the mechanical properties of composite materials at high temperatures: Part 2. Properties of unidirectional composites // Appl. Compos. Mater., 1997. – 4, No. 4. – P. 239–261.

Поступила 10. 04. 2017