УДК 539.3

Численно-аналитический метод исследования характеристик ползучести и длительной прочности многослойной оболочки

С. Н. Склепус

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина

ssklepus@rambler.ru

Рассмотрена задача расчета напряженно-деформированного состояния, ползучести и длительной прочности многослойных пологих оболочек средней толщины произвольной формы в плане. Вариационная постановка выполнена в рамках уточненной теории оболочек. Разработан метод решения нелинейной начально-краевой задачи ползучести, базирующийся на совмещении методов R-функций, Ритца и Рунге-Кутта–Мерсона. Приведен пример расчета ползучести и длительной прочности двухслойной цилиндрической оболочки, моделирующей термобарьерное покрытие.

Ключевые слова: многослойная оболочка, термобарьерное покрытие, ползучесть, длительная прочность, метод R-функций.

Введение. Многослойные конструкции широко применяются в современной технике – авиации, ракетостроении, химическом машиностроении и др. При проектировании слоистых конструкций часто приходится решать задачу длительной прочности, в том числе задачу высокотемпературной ползучести. Задачи нелинейного деформирования многослойных конструкций, в частности задачи ползучести, исследованы недостаточно. Это связано не только с математическими трудностями решения нелинейных начально-краевых задач для многослойных систем, но и во многих случаях с отсутствием информации о поведении в условиях ползучести современных конструкционных материалов, из которых состоят слои многослойной оболочки. Большой практический интерес представляет проблема обеспечения необходимой прочности термобарьерных покрытий (thermal barrier coating – TBC) лопаток газотурбинных двигателей. Как правило, TBC состоит из слоя пористого керамического покрытия из оксида циркония, стабилизированного оксидом иттрия (YSZ), и слоя из никелевого жаропрочного сплава. Различным аспектам исследования прочности TBC посвящены многие работы, например [1–7] и др. В то же время вопросы, связанные с деформированием и прочностью TBC в условиях ползучести, освещены недостаточно.

Цель работы заключается в разработке метода расчета напряженно-деформированного состояния (НДС), высокотемпературной ползучести и длительной прочности многослойных пологих оболочек произвольной формы в плане, а также исследовании качественных и количественных закономерностей деформирования термобарьерных покрытий в условиях ползучести на примере расчета двухслойной оболочки.

Постановка задачи. **Метод решения**. Рассмотрим в декартовой системе координат $0x_1x_2z$ многослойную изотропную пологую оболочку постоянной толщины h произвольной формы в плане Ω. Количество слоев равно m. Полагаем, что отрыва и проскальзывания между слоями нет. Оболочка находится под действием поперечной нагрузки $q_z = q_z(x_1, x_2, t)$, нормальных и касательных контурных нагрузок $P_n^0(x_1, x_2, t)$, $P_\tau^0(x_1, x_2, t)$, приложенных на части контура $\partial\Omega_p$, а также температурного поля $T = T(x_1, x_2, z, t)$. На оставшейся части контура $\partial\Omega_u$ заданы условия закрепления.

Для постановки задачи будем использовать уточненную теорию оболочек, учитывающую нелинейное распределение поперечных касательных напряжений σ_{i3} ($i = 1, 2$) по толщине [8]. Основные гипотезы уточненной теории записываются следующим образом:

$$\sigma_{i3} = G_{i3}(z) f'(z) \psi_i (x_1, x_2, t); \qquad \sigma_{33} = 0;$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial v_3}{\partial z} = v_{3,3} = 0; \qquad v_3(x_1, x_2, z, t) = w(x_1, x_2, t).$$

Здесь $\psi_i (x_1, x_2, t)$, $i = 1, 2$ – искомые функции сдвига; $f(z) = B_k z^3 + C_k z^2 + D_k z + {}$ $+E_k$, $k = \overline{1, m}$ – функция распределения поперечных касательных напряжений по толщине, коэффициенты которой зависят от номера слоя и учитывают изменение упругих характеристик по всей толщине многослойного пакета.

Компоненты тензора скоростей полных деформаций представим в виде суммы скоростей упругих $\dot\varepsilon^e_{kl}$ и температурных $\dot\varepsilon^T_{kl}$ деформаций, а также скоростей необратимых деформаций ползучести $\dot p_{kl}$:

$$\dot\varepsilon_{kl} = \dot\varepsilon^e_{kl} + \dot\varepsilon^T_{kl} + \dot p_{kl}, \qquad k, l = \overline{1, 3},$$

где точка над символами обозначает полную производную по времени t.

Температурные деформации вычисляются по формуле

$$\varepsilon^T_{kl} = \alpha (T - T_0) \delta_{kl},$$

где α – коэффициент линейного температурного расширения, $\alpha = \alpha(z, T)$; T_0 – температура, при которой напряжения и деформации отсутствуют; δ_{kl} – символ Кронекера. Закон изменения температуры $T = T(x_1, x_2, z, t)$ полагаем известным.

Задача ползучести многослойной пологой оболочки в фиксированный момент времени $t \neq 0$ может быть сведена к вариационной задаче для функционала в форме Лагранжа [9]:

$$U(\dot u_1, \dot u_2, \dot w, \dot\psi_1, \dot\psi_2) = U_1 + U_2. \tag{1}$$

Здесь

$$U_1 = 0{,}5 \iint_\Omega [A_1(\dot u_{1,1}^2 + \dot u_{2,2}^2 + \dot w^2 (k_1^2 + k_2^2) + 2\dot w (k_1 \dot u_{1,1} + k_2 \dot u_{2,2})) +$$

$$+ 2A_2(\dot u_{1,1} \dot u_{2,2} + \dot w (k_1 \dot u_{2,2} + k_2 \dot u_{1,1}) + k_1 k_2 \dot w^2) + A_3 (\dot u_{1,2} + \dot u_{2,1})^2 -$$

$$-2B_1(\dot u_{1,1} \dot w_{,11} + \dot u_{2,2} \dot w_{,22} + \dot w (k_1 \dot w_{,11} + k_2 \dot w_{,22})) -$$

$$-2B_2(\dot u_{1,1} \dot w_{,22} + \dot u_{2,2} \dot w_{,11} + \dot w (k_1 \dot w_{,22} + k_2 \dot w_{,11})) -$$

$$-2B_3 \dot w_{,12} (\dot u_{1,2} + \dot u_{2,1}) + D_1 (\dot w_{,11}^2 + \dot w_{,22}^2) + 2D_2 \dot w_{,11} \dot w_{,22} + D_3 \dot w_{,12}^2 -$$

$$-2F_1(\dot w_{,11} \dot\psi_{1,1} + \dot w_{,22} \dot\psi_{2,2}) - 2F_2 (\dot w_{,11} \dot\psi_{2,2} + \dot w_{,22} \dot\psi_{1,1}) - 2F_3 \dot w_{,12} (\dot\psi_{1,2} + \dot\psi_{2,1}) +$$

$$+2F_4 \dot\psi_{1,1} (\dot u_{1,1} + k_1 \dot w) + 2F_4 \dot\psi_{2,2} (\dot u_{2,2} + k_2 \dot w) + 2F_5 \dot\psi_{1,1} (\dot u_{2,2} + k_2 \dot w) +$$

$$+2F_5 \dot\psi_{2,2} (\dot u_{1,1} + k_1 \dot w) + 2F_6 (\dot u_{1,2} + \dot u_{2,1})(\dot\psi_{1,2} + \dot\psi_{2,1}) + F_7 (\dot\psi_{1,1}^2 + \dot\psi_{2,2}^2) +$$

$$+F_8\dot\psi_{1,1}\dot\psi_{2,2}+F_9(\dot\psi_{1,2}+\dot\psi_{2,1})^2+F_{10}(\dot\psi_1^2+\dot\psi_2^2)-\dot q_z\dot w]dx_1dx_2-$$

$$-\int\limits_{\partial\Omega_p}[\dot P_n^0(\dot u_1n_1+\dot u_2n_2)+\dot P_\tau^0(\dot u_2n_1-\dot u_1n_2)]dS, \qquad (2)$$

где $\dot u_1(x_1, x_2, t)$, $\dot u_2(x_1, x_2, t)$, $\dot w(x_1, x_2, t)$ – скорости перемещений точек координатной поверхности оболочки вдоль осей $0x_1$, $0x_2$, $0z$ соответственно; $\dot\psi_1(x_1, x_2, t)$, $\dot\psi_2(x_1, x_2, t)$ – скорости функций сдвига; k_1, k_2 – главные кривизны координатной поверхности; n_1, n_2 – направляющие косинусы внешней нормали **n** к контуру оболочки $\partial\Omega$. Формулы для вычисления коэффициентов жесткости $A_1, \ldots, A_3$, $B_1, \ldots, B_3$, $D_1, \ldots, D_3$, $F_1, \ldots, F_{10}$ приведены ранее [9].

Второе слагаемое в формуле (1) записывается в виде

$$U_2=-\iint\limits_{\Omega}(\dot N_{11}^F\dot u_{1,1}+\dot N_{22}^F\dot u_{2,2}+\dot N_{12}^F(\dot u_{1,2}+\dot u_{2,1})-\dot M_{11}^F\dot w_{,11}-\dot M_{22}^F\dot w_{,22}-2\dot M_{12}^F\dot w_{,12}+$$

$$+\dot R_{11}^F\dot\psi_{1,1}+\dot R_{22}^F\dot\psi_{2,2}+\dot R_{12}^F(\dot\psi_{1,2}+\dot\psi_{2,1})+\dot R_{13}^F\dot\psi_1+\dot R_{23}^F\dot\psi_2+\dot q^F\dot w)dx_1dx_2. \qquad (3)$$

Здесь $\dot N_{11}^F, \ldots, \dot N_{12}^F$, $\dot M_{11}^F, \ldots, \dot M_{12}^F$, $\dot R_{11}^F, \ldots, \dot R_{13}^F$ – “фиктивные” силы, обусловленные температурными деформациями и необратимыми деформациями ползучести,

$$\dot N_{11}^F=\int\limits_{(h)}\frac{E}{1-\nu^2}(\dot e_{11}+\nu\dot e_{22})dz; \quad \dot N_{22}^F=\int\limits_{(h)}\frac{E}{1-\nu^2}(\dot e_{22}+\nu\dot e_{11})dz; \quad \dot N_{12}^F=2\int\limits_{(h)}G\dot p_{12}dz;$$

$$\dot M_{11}^F=\int\limits_{(h)}\frac{Ez}{1-\nu^2}(\dot e_{11}+\nu\dot e_{22})dz; \quad \dot M_{22}^F=\int\limits_{(h)}\frac{Ez}{1-\nu^2}(\dot e_{22}+\nu\dot e_{11})dz; \quad \dot M_{12}^F=2\int\limits_{(h)}G\dot p_{12}zdz;$$

$$\dot R_{11}^F=\int\limits_{(h)}\frac{Ef}{1-\nu^2}(\dot e_{11}+\nu\dot e_{22})dz; \quad \dot R_{22}^F=\int\limits_{(h)}\frac{Ef}{1-\nu^2}(\dot e_{22}+\nu\dot e_{11})dz;$$

$$\dot R_{12}^F=2\int\limits_{(h)}Gf'\dot p_{12}dz; \quad \dot R_{13}^F=2\int\limits_{(h)}Gf'\dot p_{13}dz; \quad \dot R_{23}^F=2\int\limits_{(h)}Gf'\dot p_{23}dz;$$

$$\dot q^F=\int\limits_{(h)}\frac{E}{(1-\nu^2)}(k_1(\dot e_{11}+\nu\dot e_{22})+k_2(\dot e_{22}+\nu\dot e_{11}))dz,$$

где $\dot e_{11}=\dot p_{11}+\dot\varepsilon_{11}^T$; $\dot e_{22}=\dot p_{22}+\dot\varepsilon_{22}^T$; $E=E(z,T)$, $\nu=\nu(z,T)$, $G=G(z,T)$ – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и модуль сдвига, которые зависят от номера слоя и являются в общем случае непрерывными функциями координаты z и температуры в пределах каждого слоя.

В представленном формулами (1)–(3) функционале функции $\dot u_1(x_1, x_2, t)$, $\dot u_2(x_1, x_2, t)$, $\dot w(x_1, x_2, t)$, $\dot\psi_1(x_1, x_2, t)$, $\dot\psi_2(x_1, x_2, t)$ должны удовлетворять кинематическим граничным условиям на $\partial\Omega_u$, а скорости деформаций ползучести считаются заданными и не варьируются.

Основные неизвестные начально-краевой задачи ползучести в момент времени $t\neq 0$ могут быть найдены из решения задачи Коши во времени для системы уравнений:

$$
\begin{cases}
\dfrac{du_1}{dt}=\dot u_1; \quad \dfrac{du_2}{dt}=\dot u_2; \quad \dfrac{dw}{dt}=\dot w; \quad \dfrac{d\psi_1}{dt}=\dot\psi_1; \quad \dfrac{d\psi_2}{dt}=\dot\psi_2;\\
\dfrac{d\varepsilon_{11}}{dt}=\dot u_{1,1}+k_1\dot w-z\dot w_{,11}+f\dot\psi_{1,1}; \quad \dfrac{d\varepsilon_{22}}{dt}=\dot u_{2,2}+k_2\dot w-z\dot w_{,22}+f\dot\psi_{2,2};\\
\dfrac{d\gamma_{12}}{dt}=\dot u_{1,2}+\dot u_{2,1}-2z\dot w_{,12}+f(\dot\psi_{1,2}+\dot\psi_{2,1}); \quad \dfrac{d\gamma_{13}}{dt}=f'\dot\psi_1; \quad \dfrac{d\gamma_{23}}{dt}=f'\dot\psi_2;\\
\dfrac{d\sigma_{11}}{dt}=\dfrac{E}{1-\nu^2}[\dot\varepsilon_{11}+\nu\dot\varepsilon_{22}-(\dot e_{11}+\nu\dot e_{22})];\\
\dfrac{d\sigma_{22}}{dt}=\dfrac{E}{1-\nu^2}[\dot\varepsilon_{22}+\nu\dot\varepsilon_{11}-(\dot e_{22}+\nu\dot e_{11})];\\
\dfrac{d\sigma_{12}}{dt}=G(\dot\gamma_{12}-2\dot p_{12}); \quad \dfrac{d\sigma_{13}}{dt}=G(\dot\gamma_{13}-2\dot p_{13}); \quad \dfrac{d\sigma_{23}}{dt}=G(\dot\gamma_{23}-2\dot p_{23});\\
\dfrac{dp_{11}}{dt}=\dot p_{11}; \quad \dfrac{dp_{22}}{dt}=\dot p_{22}; \quad \dfrac{dp_{12}}{dt}=\dot p_{12}; \quad \dfrac{dp_{13}}{dt}=\dot p_{13}; \quad \dfrac{dp_{23}}{dt}=\dot p_{23}.
\end{cases}
\tag{4}
$$

Определяющие уравнения для скоростей деформаций ползучести, которые входят в уравнения (4), будут конкретизированы ниже.

Начальные условия для неизвестных функций в момент времени $t=0$ находятся из решения задачи упругого деформирования оболочки. Для решения задачи может быть использован приведенный выше функционал. При этом в формулах (2), (3) необходимо производные функций по времени заменить самими функциями, а при вычислении “фиктивных” сил положить $\dot p_{11}=\dot p_{22}=\dot p_{12}=\dot p_{13}=\dot p_{23}=0$.

Для интегрирования уравнений (4) используем метод Рунге-Кутта–Мерсона (РКМ) с автоматическим выбором шага. Вариационные задачи для функционала Лагранжа (1) в моменты времени, которые отвечают схеме метода РКМ, решаем методом Ритца. При этом координатные функции, точно удовлетворяющие заданным граничным условиям, строятся с помощью метода R-функций [10], который позволяет учитывать геометрию области, где отыскивается решение, и граничные условия самого общего вида. При этом приближенное решение краевой задачи представляется в виде формулы – структуры решения, которая удовлетворяет всем (общая структура решения) или части (частичная структура решения) граничных условий. Вид структуры решения является инвариантным по отношению к форме области.

Численные результаты. Рассмотрим ползучесть прямоугольной ($a\times b$) двухслойной цилиндрической оболочки, находящейся под действием равномерно распределенной поперечной нагрузки, при температуре $T=800$°С. Температура, при которой напряжения и деформации отсутствуют, составляет 1000°С. Первый, или наружный слой выполнен из диоксида циркония, стабилизированного иттрием (8YSZ), второй, внутренний слой – из никелевого жаропрочного сплава René 80. Модули Юнга и коэффициенты Пуассона материалов слоев при $T=800$°С таковы [7]: $E_1=1{,}539\cdot10^5$ МПа, $\nu_1=0{,}27$, $E_2=1{,}458\cdot10^5$ МПа, $\nu_2=0{,}3$. Предел прочности при сжатии $\sigma_{\text{в}}^-$ материала 8YSZ при $T=800$°С составляет 565 МПа [11]. Коэффициенты линейного температурного расширения при $T=800$°С следующие [7]: $\alpha_1 = 11{,}0\cdot10^{-6}\ {}^\circ\mathrm{C}^{-1}$, $\alpha_2=15{,}1\cdot10^{-6}\ {}^\circ\mathrm{C}^{-1}$. Толщина слоев: $h_1=2{,}5\cdot10^{-3}$ м, $h_2 = 2{,}25\cdot10^{-2}$ м. Размеры оболочки в плане: $a=0{,}2$ м, $b=0{,}1$ м. Главные кривизны: $k_1=0$, $k_2=6$ м$^{-1}$. Интенсивность поперечной нагрузки $q_z=45$ МПа.

Закон одноосной ползучести для материалов слоев, составляющих оболочку, имеет вид [7]

$$p^{(i)} = A_i t^{m_i} \sigma^{n_i}, \qquad i = 1, 2$$

со следующими значениями констант: $A_1 = 1{,}26 \cdot 10^{-12}$ МПа$^{-n_1} \cdot$ ч$^{-m_1}$; $m_1 = 1$; $n_1 = 1{,}475$ (8YSZ) и $A_2 = 7{,}172 \cdot 10^{-20}$ МПа$^{-n_2} \cdot$ ч$^{-m_2}$; $m_2 = 0{,}246$; $n_2 = 6{,}328$ (René 80).

Для сложного напряженного состояния определяющие соотношения ползучести записываются в виде

$$\dot{p}_{kl}^{(i)} = \frac{3}{2} m_i A_i t^{m_i - 1} \sigma_i^{n_i - 1} s_{kl}, \qquad i = 1, 2,$$

где σ_i – интенсивность напряжений,

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2 + 3\sigma_{13}^2 + 3\sigma_{23}^2}; \qquad s_{kl} = \sigma_{kl} - \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22})\delta_{kl}.$$

На краях оболочки заданы условия закрепления, соответствующие свободному опиранию. Кинематическое граничное условие, соответствующее таким условиям, имеет вид

$$\dot{w} = 0. \tag{5}$$

Структуру решения, удовлетворяющую условию (5), можно представить так:

$$\dot{w} = \omega \Phi_1,$$

где $\omega = \omega_1 \wedge_0 \omega_2 = \omega_1 + \omega_2 - \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ – R-конъюнкция [10]; $\omega_1 = \frac{1}{b}\left(\frac{b^2}{4} - x_2^2\right)$; $\omega_2 = \frac{1}{a}\left(\frac{a^2}{4} - x_1^2\right)$. Функция ω удовлетворяет условиям: $\omega = 0$, $\omega,_n = -1$ на $\partial\Omega$, $\omega > 0$ внутри области Ω.

Структуры решения для остальных неизвестных функций имеют вид

$$\dot{u}_1 = \Phi_2; \qquad \dot{u}_2 = \Phi_3; \qquad \dot{\psi}_1 = \Phi_4; \qquad \dot{\psi}_2 = \Phi_5,$$

где Φ_i, $i = \overline{1, 5}$ – неопределенные компоненты структуры решения.

Формулировки более сложных граничных условий и соответствующие им частичные и полные структуры решения приведены ранее [12].

При численной реализации учитывается симметрия задачи. Неопределенные компоненты представим в виде конечных рядов:

$$\Phi_i(x) \approx \Phi_{iN}(x) = \sum_{k=1}^{N_i} C_k^{(i)} \varphi_k(x_1, x_2), \qquad i = \overline{1, 5},$$

где $C_k^{(i)}$ – неопределенные коэффициенты, которые находятся по методу Ритца, а в качестве $\{\varphi_k\}$ выбраны степенные полиномы вида $x_1^m x_2^n$. Максимальные степени полиномов в структурах решения для Φ_1 составляют 14, для Φ_i $(i = \overline{2, 5})$ – 11. Для интегрирования по области Ω и по толщине используются формулы Гаусса. При вычислении элементов матрицы Гаусса количество узлов интегрирования по четверти области равно 288. Точность решения задачи Коши по времени составляет $\delta = 0{,}01$.

Расчеты проводились как с учетом ползучести в слое, выполненном из керамического материала 8YSZ, так и без учета.

На рис. 1 показан рост прогиба с течением времени в центре оболочки. На рис. 2 представлено изменение во времени интенсивности напряжений σ_i в центре, а также на внешней и внутренней поверхностях оболочки.

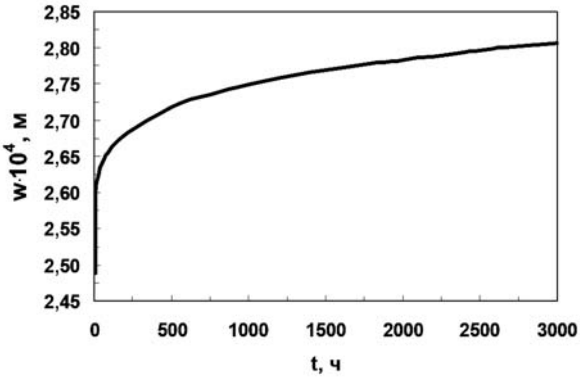
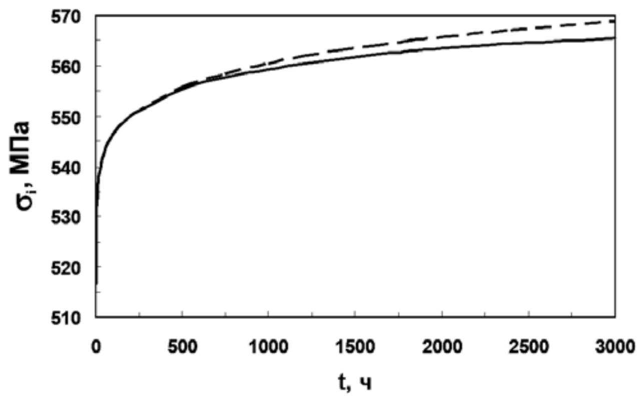
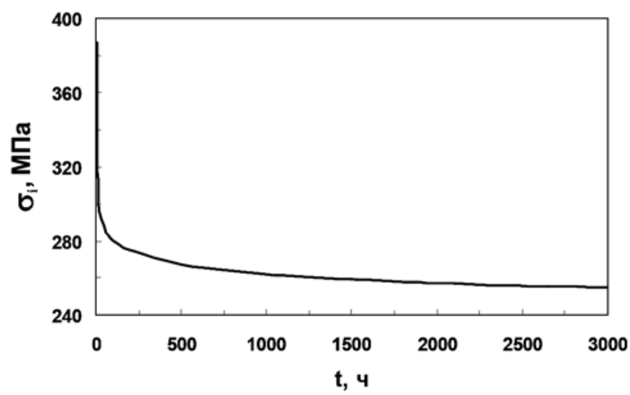


Рис. 1. Прогиб в центре оболочки.



а



б

Рис. 2. Интенсивность напряжений в центре на внешней (*а*) и внутренней (*б*) поверхностях оболочки. (Штриховая линия – результаты расчетов, полученные на внешней поверхности оболочки без учета ползучести в наружном слое, сплошные – результаты, полученные с учетом ползучести в обоих слоях.)

Определим критическое время t_* из условия достижения интенсивностью напряжений в какой-либо точке оболочки некоторого предельного значения σ_*, которое является характеристикой материала: $\sigma_i = \sigma_*$. В данном случае полагаем $\sigma_* = \sigma_{\text{в}}^- = 565$ МПа.

Из рис. 2 видно, что на внешней поверхности оболочки интенсивность напряжений возрастает, на внутренней – происходит релаксация. Было определено критическое время t_*, составляющее 2652 ч при учете ползучести в обоих слоях и 1833 ч без учета ползучести в наружном слое.

Рис. 3 иллюстрирует распределение нормальных напряжений σ_{11}, σ_{22} по толщине в центре оболочки. Там же кривыми *1* показаны остаточные температурные напряжения, возникающие в оболочке при охлаждении после технологических операций, которые включают термические циклы, связанные с изготовлением многослойного пакета. Эти напряжения будут присутствовать и при рабочих температурах, которые, как правило, ниже температуры технологических операций. При имеющемся уровне остаточных напряжений ползучесть материалов слоев не наблюдается.

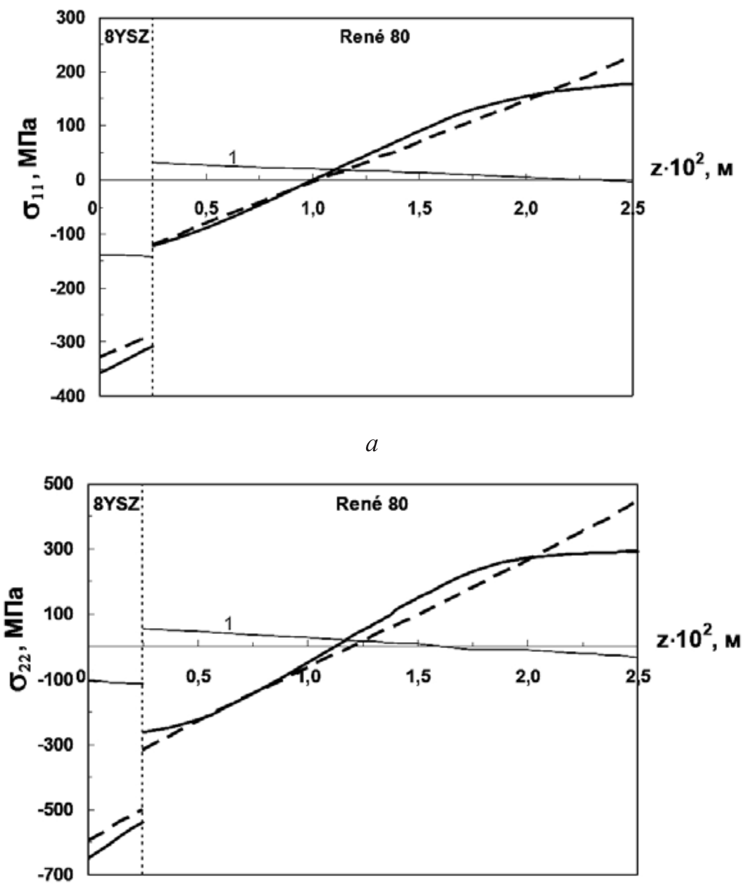


Рис. 3. Распределение напряжений σ_{11} (*а*) и σ_{22} (*б*) по толщине в центре оболочки. (Штриховые линии – напряжения в начальный момент времени, сплошные – при $t = t_* = 2652$ ч.)

Из рис. 3 видно, что со временем происходит перераспределение напряжений по толщине оболочки. В слое из материала 8YSZ абсолютные значения напряжений возрастают по всей толщине, в то время как в слое из никелевого сплава René 80 максимальные напряжения на внутренней поверхности и вблизи нее со временем уменьшаются, а напряжения в остальных точках незначительно увеличиваются.

Выводы

1. Разработан численно-аналитический метод расчета напряженно-деформированного состояния, ползучести и длительной прочности слоистых пологих оболочек произвольной формы в плане.

2. Исследована ползучесть двухслойной цилиндрической оболочки.

3. Показано, что из-за разницы коэффициентов линейного температурного расширения материалов слоев в оболочке возникают остаточные температурные напряжения, которые при дальнейшем нагружении конструкции механическими нагрузками вносят вклад в напряженное состояние. В процессе ползучести в оболочке происходит перераспределение напряжений. Вследствие интенсивной ползучести в одном из слоев в другом слое абсолютные значения напряжений увеличиваются, что может привести к преждевременному разрушению.

Резюме

Розглянуто задачу розрахунку напружено-деформованого стану, повзучості та тривалої міцності багатошарових пологих оболонок середньої товщини довільної форми в плані. Варіаційну постановку виконано в рамках уточненої теорії оболонок. Розроблено метод розв'язку нелінійної початково-крайової задачі повзучості, який базується на поєднанні методів *R*-функцій, Рітца та Рунге-Кутта–Мерсона. Наведено приклад розрахунку повзучості та тривалої міцності двошарової циліндричної оболонки, що моделює термобар'єрне покриття.

1. *Evans A. G., Mumm D. R., Hutchinson J. W., et al.* Mechanisms controlling the durability of thermal barrier coatings // Prog. Mater. Sci. – 2001. – **46**, No. 5. – P. 505–553.

2. *Cunha F. J., Dahmer M. T., and Chyu M. K.* Thermal-mechanical life prediction system for anisotropic turbine components // J. Turbomach. – 2006. – **128**, No. 2. – P. 240–250.

3. *Zolochevsky A., Sergienko N., Eremenko S., and Kuhhorn A.* Constitutive and numerical modeling of chemical and mechanical phenomena in thermal barrier coatings for gas turbine blades of aircraft engines // Вестн. НТУ "ХПИ". Сер. Транспортное машиностроение. – 2010. – № 38. – С. 99–109.

4. *Яковчук К. Ю., Рудой Ю. Э., Оноприенко Е. В., Малышева Е. Г.* Влияние защитных покрытий на механические свойства сплава ЖС32-ВИ // Пробл. прочности. – 2010. – № 3. – С. 151–163.

5. *Caliez M., Feyel F., Kruch S., and Chaboche J.-L.* Oxidation induced stress fields in an EB-PVD thermal barrier coating // Surf. Coat. Tech. – 2002. – **157**, No. 2. – P. 103–110.

6. *Caliez M., Chaboche J.-L., Feyel F., and Kruch S.* Numerical simulation of EBPVD thermal barrier coatings spallation // Acta Mater. – 2003. – **51**, No. 4. – P. 1133–1141.

7. *Zolochevsky A., Galishin A., Sklepus S., et al.* Benchmark creep tests for thermal barrier coating // Вісн. НТУ "ХПІ". – 2013. – № 23 (996). – С. 159–179.

8. *Рассказов А. О., Соколовская И. И., Шульга Н. А.* Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – Киев: Вища шк., 1986. – 191 с.

9. *Склепус С.*, *Склепус О.* Повзучість та пошкоджуваність багатошарових пологих оболонок середньої товщини // Машинознавство. – 2012. – № 2 (176). – С. 3–7.

10. *Рвачев В. Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.

11. *Брусенцов В. П.*, *Куранов В. В.*, *Брусенцов А. В. и др.* Исследование прочности твердооксидных топливных элементов пластинчатой формы // Твердооксидные топливные элементы. – Снежинск: Изд. РФ ЯЦ-ВНИИТФ, 2003. – С. 233–240.

12. *Золочевский А. А.*, *Склепус А. Н.*, *Склепус С. Н.* Нелинейная механика деформируемого твердого тела. – Харьков: Бізнес Інвестор Груп, 2011. – 720 с.

Пустༀупила 16. 07. 2015