

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 539.3

Численный анализ динамики и прочности многослойных композитных сфер при внутреннем взрыве

В. А. Ромашенко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Численно исследованы напряженно-деформированное состояние и прочность одно- и двухслойных сфер со сферически транслопными радиально армированными слоями при центрально симметричном внутреннем взрыве. Проведен сравнительный анализ двух широко используемых методов моделирования взрывного нагружения. Исследовано влияние объемной доли армирующих волокон и перестановки слоев на прочность оболочек.

Ключевые слова: многослойная сфера, оболочка, взрывное нагружение, прочность, напряженно-деформированное состояние, транслопия, армирование, метод конечных разностей.

Многослойные сферические тонко- и толстостенные оболочки находят широкое применение в различных областях современной техники. В качестве материалов слоев зачастую используют упругие армированные композитные материалы (КМ). Применительно к сферическим сосудам в ряде случаев это приводит к тому, что все либо часть слоев такой оболочки можно рассматривать как сферически транслопные тела [1], которые имеют в радиальном направлении r характеристики упругости E и ν , а в ортогональной плоскости (точнее – сфере) изотропии – E_0 и ν_0 . Для изотропных слоев выполняются условия $E \equiv E_0$ и $\nu \equiv \nu_0$.

Во многих случаях такие конструктивные элементы (КЭ) в виде замкнутых многослойных сфер могут испытывать импульсное центрально симметричное нагружение давлением внутри оболочки, например при взрыве внутри заряда взрывчатого вещества (ВВ). Экспериментально динамическое поведение таких оболочек изучалось в [2]. Практическую актуальность имеет численный расчет нестационарного центрально симметричного напряженно-деформированного состояния (НДС) подобных КЭ, на базе которого можно было бы судить о прочности оболочки при заданной взрывной нагрузке. Особый интерес представляют решения на основе уравнений теории упругости, поскольку учет таких факторов, как толстостенность оболочки, кратковременность нагрузки, крутой фронт ударной волны (УВ), зачастую вызывает сомнение в результатах, полученных с помощью всевозможных оболочечных теорий. Даже в случае изотропных слоев точные аналитические решения подобных задач весьма громоздки и известны только для некоторых частных случаев – однослойных сфер или сферических полостей [3, 4]. Приближенные аналитические и численные методы решения динамических центрально симметричных краевых задач теории упругости для многослойных сферически транслопных сфер приведены в [5]. Цель данной работы заключается в разработке высокоточного конечно-разностного метода решения задач, представлении численных результатов и их анализе.

Используем сферическую систему координат r, ψ (r – радиальная координата, ψ – ортогональная к r дуговая). Из-за центральной симметрии третьей координаты не требуется – все направления вдоль ψ эквивалентны.

Уравнение движения в такой системе координат примет вид [3–5]

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\psi)}{r} = \rho_i \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где t – время; i – номер слоя (слои нумеруются от внутреннего к наружному); ρ_i – плотность материала рассматриваемого слоя; u – радиальное перемещение; σ_r, σ_ψ – радиальное и окружное напряжения соответственно.

Геометрические соотношения Коши запишем так:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\psi = \frac{u}{r}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_r, \varepsilon_\psi$ – радиальная и окружная деформации соответственно.

Закон Гука для сферически трансформного слоя с учетом (2) и центральной симметрии имеет следующий вид [1, 5]:

$$\begin{aligned} E \frac{\partial u}{\partial r} &= \sigma_r - 2\nu\sigma_\psi; \\ E \frac{u}{r} &= \sigma_\psi(1 - \tilde{\nu}) - \nu\sigma_r, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tilde{\nu}$ – приведенный коэффициент Пуассона,

$$\tilde{\nu} = \frac{E}{E_0}(\nu_0 - 1) + 1, \quad (4)$$

и для изотропного материала получим $\tilde{\nu} \equiv \nu_0 \equiv \nu$. Индекс i , характеризующий номер слоя, в (3) и (4) для простоты записи опущен.

Контакт между слоями в случае многослойной оболочки считается идеальным:

$$(\sigma_r)_i = (\sigma_r)_{i+1}; \quad u_i = u_{i+1}; \quad r = R_{i,i+1}, \quad (5)$$

где $R_{i,i+1}$ – радиус контактной поверхности i -го и $(i+1)$ -го слоя; нижние индексы обозначают номер слоя.

Граничные условия таковы:

$$\sigma_{r|_{r=R_j}} = -P_j(t), \quad j = 1, 2, \quad (6)$$

где R_1, R_2 – внутренний и наружный радиусы оболочки; $P_1(t), P_2(t)$ – внутреннее и наружное импульсное давление на оболочку. Далее в расчетах наружное давление отсутствовало: $P_2(t) \equiv 0$.

Начальные условия полагались нулевыми:

$$u = \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (7)$$

Способ решения краевой задачи (1)–(7) существенно зависит от величины главного определителя системы (3):

$$D = 1 - \tilde{\nu} - 2\nu^2 \geq 0. \quad (8)$$

Для большинства материалов имеем $D > 0$, тем не менее есть определенный класс материалов, например несжимаемые, для которых $D = 0$. Если для всех рассматриваемых слоев выполняется строгое равенство $D_i > 0$, то задачу удобно решать в перемещениях. Решаем систему (3) относительно напряжений. Подставляя полученные результаты в (1), получаем волновое уравнение:

$$\frac{1}{c_i^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - 2\beta_i \frac{u}{r^2}, \quad (9)$$

где

$$\beta_i = \frac{1 - \nu}{1 - \tilde{\nu}}; \quad c_i = \sqrt{\frac{E_i(1 - \tilde{\nu}_i)}{\rho_i(1 - \tilde{\nu}_i - 2\nu_i^2)}}. \quad (10)$$

Граничные условия (6) запишем так:

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{D_1} \left[(1 - \tilde{\nu}_1) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\nu_1 \frac{u}{r} \right] &= -P_1(t), \quad r = R_1; \\ \frac{E_N}{D_N} \left[(1 - \tilde{\nu}_N) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\nu_N \frac{u}{r} \right] &= 0, \quad r = R_2, \end{aligned} \quad (11)$$

где N – номер последнего (внешнего) слоя.

Начальные условия (7) остаются в силе, а контактные (5) принимают вид

$$E_i D_{i+1} \left[(1 - \tilde{\nu}_i) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\nu_i \frac{u}{r} \right] = E_{i+1} D_i \left[(1 - \tilde{\nu}_{i+1}) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\nu_{i+1} \frac{u}{r} \right], \quad r = R_{i,i+1}. \quad (12)$$

Аналитическое интегрирование системы (7)–(12) достаточно затруднительно, хотя в некоторых случаях и возможно [3–5]. Если

$$\beta_i = 1, \quad \text{т.е.} \quad \nu_i = \tilde{\nu}_i, \quad (13)$$

приходим к волновому уравнению для изотропной среды. Заметим, что требованию (13) могут удовлетворять не только изотропные, но и определенный класс сферически транслопных материалов, т.е. в случае центральной симметрии поведение некоторых сферически транслопных оболочек будет таким же, как и изотропных.

Для получения высокоточных решений задачи (9)–(12) в случае $D_i > 0$ целесообразно использовать численные методы конечных разностей (МКР). Как показано в [5, 6], очень хорошо себя зарекомендовала явная схема МКР типа “крест” второго порядка точности на регулярной одномерной сетке.

Если для всех слоев оболочки будет выполнено требование $D_i = 0$ (как упоминалось выше, класс таких материалов не пуст, хотя и достаточно ограничен), то краевая задача (1)–(7) точно интегрируется аналитически в квадратурах, а для некоторых типов нагрузок – в элементарных функциях [5]. Следует отметить, что для реальных КМ выполнить это требование весьма проблематично – оно предполагает,

что скорость продольной волны (звука) в таком сферическом слое в направлении радиальной координаты бесконечна. С практической точки зрения более важной является проблема численного решения задачи (1)–(7) для случаев $D_i > 0$. Численный метод и алгоритм подробно описаны в [5, 6]. Поэтому далее основное внимание будет уделено анализу полученных численных результатов.

Для оценки прочности использовались три критерия: максимальных напряжений σ_{\max} , деформаций ε_{\max} и обобщенный Мизеса [7]:

$$\Phi < 1. \quad (14)$$

Для критериев σ_{\max} или ε_{\max} имеем

$$\Phi = \max(\Phi_r; \Phi_\psi), \quad (15)$$

где для σ_{\max} полагаем

$$\Phi_{r,\psi} = \begin{cases} \sigma_{r,\psi} / \sigma_{r,\psi}^+; & \sigma_{r,\psi} \geq 0; \\ -\sigma_{r,\psi} / \sigma_{r,\psi}^-; & \sigma_{r,\psi} \leq 0, \end{cases} \quad (16)$$

для ε_{\max} –

$$\Phi_{r,\psi} = \begin{cases} \varepsilon_{r,\psi} / \varepsilon_{r,\psi}^+; & \varepsilon_{r,\psi} \geq 0; \\ -\varepsilon_{r,\psi} / \varepsilon_{r,\psi}^-; & \varepsilon_{r,\psi} \leq 0, \end{cases} \quad (17)$$

для обобщенного критерия Мизеса –

$$\Phi = \sigma_r \left(\frac{1}{\sigma_r^+} - \frac{1}{\sigma_r^-} \right) + 2\sigma_\psi \left(\frac{1}{\sigma_\psi^+} - \frac{1}{\sigma_\psi^-} \right) + \left(\frac{\sigma_r}{\sqrt{\sigma_r^+ \sigma_r^-}} - \frac{\sigma_\psi}{\sqrt{\sigma_\psi^+ \sigma_\psi^-}} \right)^2. \quad (18)$$

Здесь верхние индексы “+” и “–” обозначают пределы прочности при растяжении и сжатии соответственно в направлении нижнего индекса. В настоящее время при оценке прочности анизотропных КМ в приложениях больше используются эти критерии (14)–(18).

Проведем сравнительный анализ двух видов взрывной нагрузки: рассчитанной по приближенной формуле Адищева [8–10], широко применяемой в оболочечных подходах, и по методике CONWER (LOAD BLAST, далее – алгоритм LB), используемой, в частности, в коммерческом программном комплексе LS-DYNA [11, 12].

Рассматривались три однослойные оболочки с одинаковым внутренним радиусом $R_1 = 150$ мм и различной толщиной H , равной 10, 20 и 40 мм. Масса зарядов ВВ M_3 в тротиловом эквиваленте была пропорциональна толщине и составляла 25, 50 и 100 г соответственно. Все три оболочки выполнены из изотропного эпоксидного связующего ЭДТ-10 без армирующих волокон ($V_M = 100\%$; $V_B = 0$), физико-механические характеристики которого таковы [13]: $\rho = 1230$ кг/м³; $E = 2900$ МПа; $\nu = 0,4$; $\sigma^+ = 75$ МПа; $\sigma^- = 160$ МПа; $\varepsilon^+ = 2,59\%$; $\varepsilon^- = 5,52\%$. Шаг разностной сетки по радиальной координате во всех расчетах равен 0,1 мм.

Результаты расчетов приведены на рис. 1–3. Представлены графики изменения во времени:

импульсного давления $P_1(t)$ на внутреннюю поверхность $r = R_1$ сферы;
радиального напряжения σ_r и напряжения σ_ψ в середине толщины $r = R_1 + H/2$;

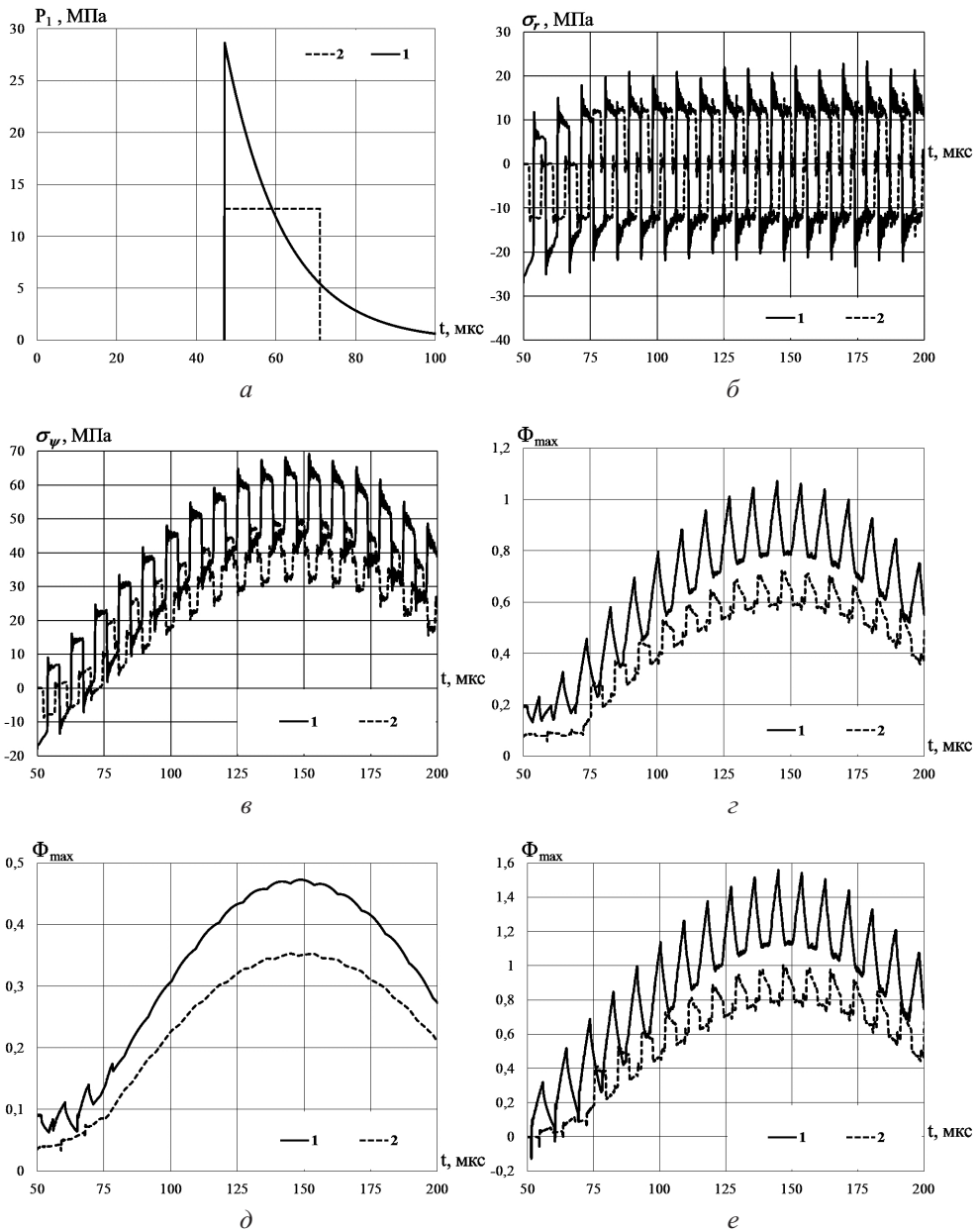


Рис. 1. Влияние вида нагрузки на НДС и прочность при $H = 10$ мм и $M_3 = 25$ г. (Здесь и на рис. 2, 3: кривые 1 – расчет по методике ЛВ; кривые 2 – то же по формуле Адищева.)

максимального по всей толщине значения функции прочности Φ_{max} по критерию максимальных напряжений, по критерию максимальных деформаций и по обобщенному критерию Мизеса.

Как видно из рис. 1, а–3, а, расчеты нагружения по обеим методикам находятся в удовлетворительном согласовании между собой по импульсу: $\int_0^\infty P_1(t)dt$ слабо изменяется при вычислении $P_1(t)$ одним или другим методом. Однако по профилю нагрузки различие в результатах весьма существенное. При массе ВВ 25 и 50 г

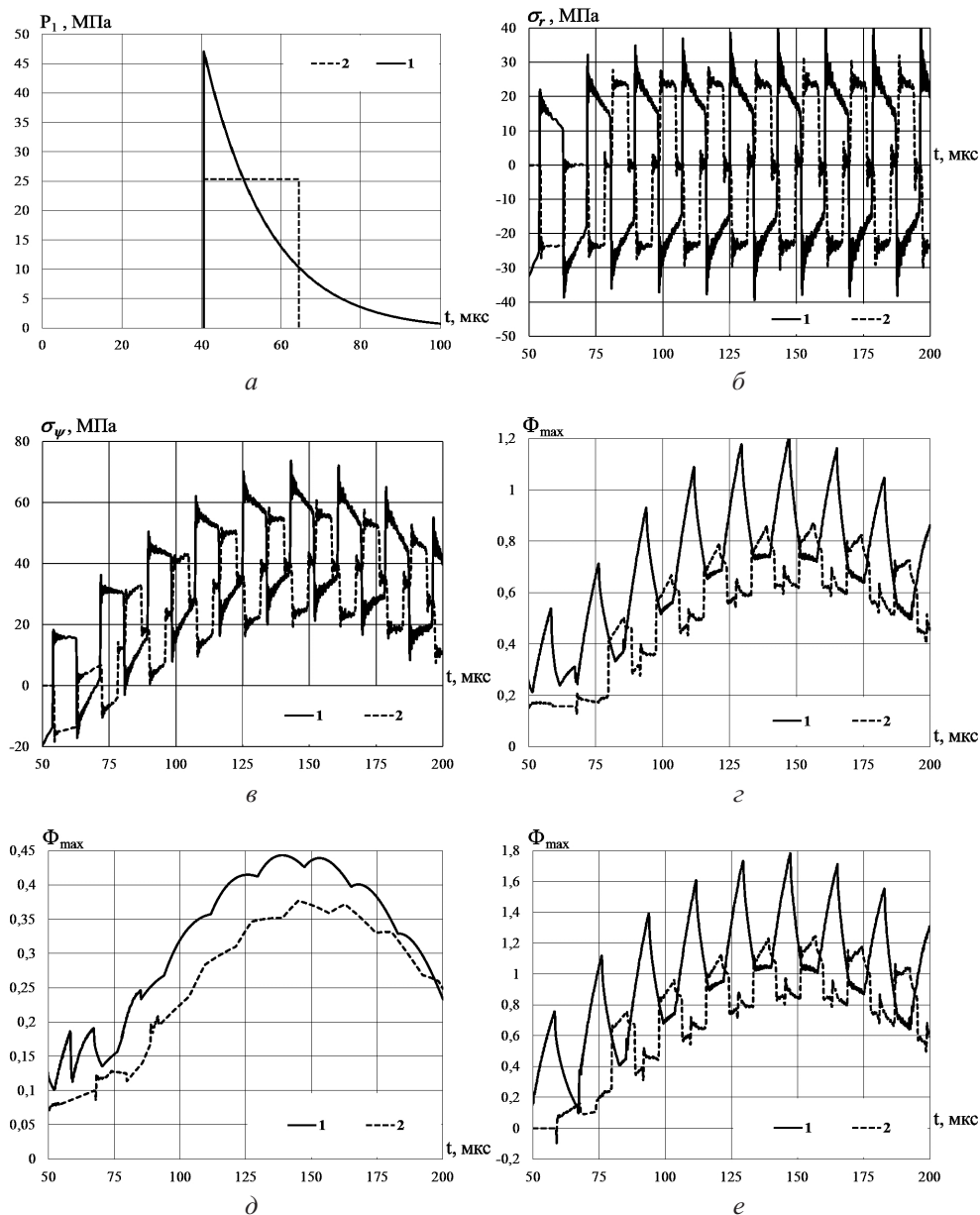


Рис. 2. Влияние вида нагрузки на НДС и прочность при $H = 20$ мм и $M_3 = 50$ г.

амплитудное значение давления, рассчитанное по алгоритму LB, в два раза, а при $M_3 = 100$ г почти в 1,5 раза выше амплитуды, определяемой по формуле Адищева. Картина УВ от взрыва ВВ согласно методике LB типичная: резкий всплеск давления от нуля до максимального значения с последующим экспоненциальным затуханием. По формуле Адищева картина УВ нетипичная: импульс $P_1(t)$ имеет вид прямоугольника – два разрыва первого рода: один – на фронте УВ, другой – в конце ее действия, при этом амплитуда постоянная.

Таким образом моделирование волнового процесса по методике LB адекватнее, чем по формуле Адищева, в частности имеем более высокие амплитуды радиальных

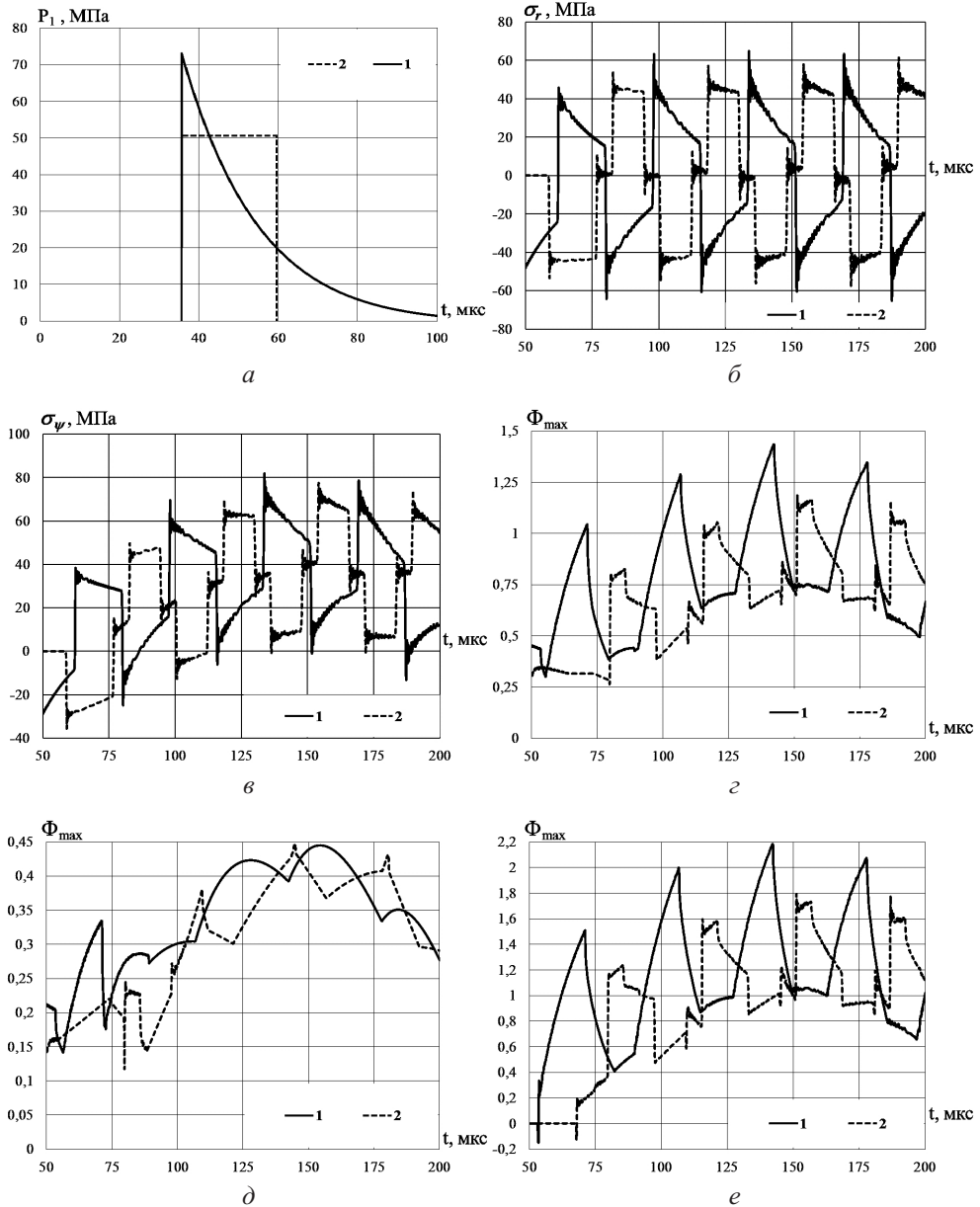


Рис. 3. Влияние вида нагрузки на НДС и прочность при $H = 40$ мм и $M_3 = 100$ г.

напряжений σ_r (рис. 1,б–3,б), экспоненциальное затухание УВ и пр. Небольшой сдвиг по фазе между кривыми 1 и 2 (рис. 1–3) обусловлен тем, что при расчете по формуле Адищева момент времени $t = 0$ соответствует приходу УВ на внутреннюю поверхность сферы $r = R_1$, а при расчете по алгоритму ЛВ момент $t = 0$ соответствует моменту подрыва ВВ в центре оболочки $r = 0$, после чего потребуются еще некоторое время, чтобы УВ достигла внутренней поверхности, т.е. прошла расстояние R_1 . На этот сдвиг по фазе можно не обращать внимания, поскольку практический интерес представляют качественные и количественные изменения НДС и прочности во времени, а не само время. Для наглядности на рис. 1,а–3,а момент времени

прихода УВ на нагружаемую внутреннюю поверхность $r = R_1$, рассчитанный по обеим методикам, совмещен в одну точку, соответствующую расчету по LB.

Амплитудные значения напряжений σ_ψ , рассчитанные по алгоритму LB, также оказались выше таковых, полученных по формуле Адищева. Следует отметить, что с ростом толщины H оболочки различие в значениях $(\sigma_\psi)_{\max}$, рассчитанных по этим методикам, уменьшается. Для тонких оболочек оно весьма существенное, например при $H = 10$ мм ($H/R_1 = 1/15$) – 40%, при $H = 20$ и 40 мм – 25 и 5%.

Среднее значение σ_ψ , рассчитанное по алгоритму LB также выше, чем по формуле Адищева. Однако с увеличением толщины H оболочки эта разница быстро уменьшалась: при $H = 10$ мм ($M_3 = 25$ г) $\sigma_\psi = 55$ и 40 МПа соответственно, а начиная с $H = 20$ мм и выше, максимальное среднее значение σ_ψ , полученное по этим методикам, примерно одинаковое (около 40 МПа). Частоты радиальных колебаний оболочек, рассчитанные с использованием указанных подходов, практически совпадали.

Анализ данных по прочности показывает, что расчет по методике LB более консервативен по сравнению с таковым по приближенной формуле Адищева: для всех случаев значения Φ_{\max} по алгоритму LB выше, чем по формуле Адищева.

Использование критерия ε_{\max} показывает, что во всех рассмотренных вариантах расчета условие прочности не нарушалось. Более того, запас прочности обеспечивался во всех случаях более чем на 50%, а в некоторых даже на 65%.

Использование обобщенного критерия Мизеса, наоборот, свидетельствует о том, что ни в одном из расчетных примеров прочность не обеспечивалась – наблюдалось разрушение оболочки ($\Phi_{\max} > 1$).

Критерий σ_{\max} по консервативности оказался промежуточным между критериями ε_{\max} и обобщенным Мизеса. По критерию σ_{\max} при использовании алгоритма LB разрушение фиксировалось в трех вариантах расчета, а при использовании формулы Адищева – только в случае толстой сферической оболочки ($H = 40$ мм, $M_3 = 100$ г).

Для данных задач все три критерия прочности плохо согласуются между собой. Особенно это касается соответствия между деформационным критерием и двумя силовыми (σ_{\max} и обобщенный Мизеса). Обусловлено это тем, что все три критерия прочности построены по данным одноосных опытов при линейном напряженном состоянии, а в нашем случае НДС существенно трехосное. Объясним это на конкретном примере.

При расчете толстой оболочки ($H = 40$ мм, $M_3 = 100$ г) с использованием алгоритма LB в середине ее толщины в момент времени $t = 133,8$ мкс были зафиксированы напряжения: $\sigma_r = 64,5$ МПа и $\sigma_\psi = 81,7$ МПа. Соответствующие деформации согласно (3) при этом составили: $\varepsilon_r = -0,03\%$ и $\varepsilon_\psi = 0,8\%$. Для изотропного, как в данном случае, КМ обобщенный критерий Мизеса принимает вид

$$\Phi = [(\sigma_r + 2\sigma_\psi)(\sigma^- - \sigma^+) + (\sigma_r - \sigma_\psi)^2] / (\sigma^+ \sigma^-). \quad (19)$$

В результате согласно (15)–(19) для данного элемента имеем следующие значения функций прочности: по критерию $\sigma_{\max} - \Phi = 1,09$; по критерию $\varepsilon_{\max} - 0,31$ и по обобщенному критерию Мизеса – 1,59. Как видно, расхождение в значениях, полученных по этим критериям, очень большое. По критерию ε_{\max} имеем запас прочности около 70%, в то время как по двум другим – разрушение.

Как свидетельствуют расчеты, использование методики LB дает не только более адекватную картину УВ по сравнению с формулой Адищева, но она и консервативнее с точки зрения прочности во всех рассматриваемых вариантах оболочек – от тонкой ($H/R_1 = 1/15$) до толстой ($H/R_1 = 4/15$). Поэтому далее применяется только алгоритм LB.

Исследуем влияние армирования на НДС и прочность при постоянной толщине оболочки. Рассмотрим три описанные выше однослойные оболочки с соответствующими тремя массами зарядов ВВ. Материал оболочек мог быть одним из следующих трех видов:

1) изотропное эпоксидное связующее ЭДТ-10 без армирующих волокон, описанное выше ($V_B = 0$);

2) армированный вдоль радиальной координаты композит ВМПС/ЭДТ-10 на основе связующего ЭДТ-10 с объемным содержанием $V_B = 25\%$ стекловолокон ВМПС;

3) подобный КМ, но с $V_B = 50\%$.

Согласно [13, 14] были получены такие физико-механические характеристики рассматриваемых КМ.

При $V_B = 25\%$: $\rho = 1557 \text{ кг/м}^3$; $E = 20425 \text{ МПа}$; $E_0 = 4544 \text{ МПа}$; $\nu = 0,343$; $\nu_0 = 0,356$; $\sigma_r^+ = 931 \text{ МПа}$; $\sigma_r^- = 784 \text{ МПа}$; $\sigma_\psi^+ = 56 \text{ МПа}$; $\sigma_\psi^- = 193 \text{ МПа}$; $\varepsilon_r^+ = 4,56\%$; $\varepsilon_r^- = 3,84\%$; $\varepsilon_\psi^+ = 1,25\%$; $\varepsilon_\psi^- = 4,25\%$.

При $V_B = 50\%$: $\rho = 1880 \text{ кг/м}^3$; $E = 37900 \text{ МПа}$; $E_0 = 8900 \text{ МПа}$; $\nu = 0,28$; $\nu_0 = 0,355$; $\sigma_r^+ = 1831 \text{ МПа}$; $\sigma_r^- = 634 \text{ МПа}$; $\sigma_\psi^+ = 37 \text{ МПа}$; $\sigma_\psi^- = 193 \text{ МПа}$; $\varepsilon_r^+ = 4,83\%$; $\varepsilon_r^- = 1,67\%$; $\varepsilon_\psi^+ = 0,41\%$; $\varepsilon_\psi^- = 2,17\%$.

Результаты расчетов максимальных значений функций прочности Φ_{\max} по трем вышеуказанным критериям представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Влияние армирования на прочность

$H; M_3$	$V_B, \%$	Φ_{\max} по			$(\sigma_\psi)_{\max}, \text{ МПа}$	$(\sigma_r)_{\max}, \text{ МПа}$
		σ_{\max}	ε_{\max}	Мизесу		
$H = 10 \text{ мм}$ $M_3 = 25 \text{ г}$	0	1,070	0,47	1,56	69,0	23,0
	25	1,110	0,68	1,88	59,0	23,0
	50	2,065	1,30	4,07	72,6	22,3
$H = 20 \text{ мм}$ $M_3 = 50 \text{ г}$	0	1,210	0,44	1,78	74,0	40,0
	25	1,020	0,60	1,66	52,0	40,0
	50	1,830	1,13	3,53	62,0	38,0
$H = 40 \text{ мм}$ $M_3 = 100 \text{ г}$	0	1,440	0,45	2,18	81,7	64,5
	25	0,940	0,52	1,48	44,6	69,0
	50	1,670	0,98	3,04	53,2	69,6

Анализ промежуточного случая ($H = 20 \text{ мм}$, $M_3 = 50 \text{ г}$) показывает, что при армировании от 0 до 25% объемного содержания волокон прочность сферической оболочки улучшается по критериям σ_{\max} и Мизеса и несколько ухудшается по критерию ε_{\max} (хотя по ε_{\max} условие прочности всегда выполняется с запасом не менее 40%). При большом содержании волокон ($V_B = 50\%$) существенно нарушаются условия прочности по всем критериям. Наблюдается, как и ранее, плохое согласование между деформационным критерием и двумя силовыми. Согласно силовым критериям отмечается разрушение оболочки во всех трех рассмотренных вариантах,

а по критерию ε_{\max} – только при $V_B = 50\%$. В соответствии с некоторыми вариантами расчета расхождение в значениях Φ_{\max} , полученных по критериям ε_{\max} и σ_{\max} , составляет почти 200%.

В последних двух столбцах табл. 1 приведены максимальные значения σ_ψ и σ_r , достигаемые в середине $r = R_1 + H/2$ оболочки за расчетный промежуток времени. Видно, что с ростом V_B значения $(\sigma_\psi)_{\max}$ сначала уменьшаются от 74 до 52 МПа, а затем вновь увеличиваются до 62 МПа. При этом предел прочности σ_ψ^+ снижается пропорционально V_B от 75 до 37 МПа. Этим и обусловлено изменение Φ_{\max} при использовании силовых критериев: сначала повышение прочности, а затем ее снижение.

Анализ других случаев ($H = 10$ мм, $M_3 = 25$ г и $H = 40$ мм, $M_3 = 100$ г) показывает, что для тонкой оболочки ($H = 10$ мм) с ростом V_B прочность ухудшается согласно всем критериям. Для толстой оболочки ($H = 40$ мм) наблюдается нелинейная зависимость Φ_{\max} от V_B , аналогичная оболочке средней толщины ($H = 20$ мм).

Из представленных результатов следует, что для тонких оболочек ($H/R_1 = 1/15$) радиальное армирование будет приводить только к снижению запаса прочности. Для оболочек средней ($H/R_1 = 2/15$) и большой ($H/R_1 = 4/15$) толщины невысокая степень армирования (до $V_B = 25\%$) будет повышать запас прочности, а высокая ($V_B = 50\%$) – понижать. Это происходит из-за того, что в оболочках при внутреннем давлении определяющими будут напряжения σ_ψ (во многих теориях оболочек напряжением σ_r вообще пренебрегают и считают его нулевым). Прочность матрицы при растяжении весьма невелика: $\sigma^+ = 75$ МПа. При ее армировании в радиальном направлении предел прочности σ_ψ^+ в направлениях, перпендикулярных волокнам (в плоскости изотропии), будет только уменьшаться пропорционально V_B согласно методикам [14] для однонаправленно-армированных КМ. Поэтому такое армирование в подобных задачах будет неэффективным. Армирование необходимо проводить по нескольким направлениям: по r , чтобы выдержать УВ, и по ψ , чтобы обеспечить прочность по σ_ψ .

Существенное несоответствие деформационного критерия прочности силовым обусловлено трехосностью НДС для подобных задач.

Исследуем влияние чередования слоев на НДС и прочность при постоянной толщине оболочки. Результаты расчетов Φ_{\max} по трем критериям прочности для рассмотренных выше трех толщин и соответствующих масс ВВ приведены в табл. 2. Изучены девять вариантов чередования трех различных слоев с $V_B = 0, 25$ и 50% . В табл. 2 первое число в квадратных скобках соответствует V_B внутреннего слоя, второе – наружного. Если число одно, оболочка однослойная. В случае двухслойных оболочек толщина слоев полагалась одинаковой ($H/2$). Таким образом всего проведено 27 расчетов.

Анализ данных табл. 2 показывает, что наименее консервативным является критерий максимальных деформаций (разрушение фиксировалось в 14 случаях из 27), наиболее консервативным – обобщенный критерий Мизеса (разрушение регистрировалось во всех 27 вариантах). По консервативности критерий максимальных напряжений близок к обобщенному критерию Мизеса – по σ_{\max} в 26 случаях из 27 также наблюдалось невыполнение условия прочности, т.е. разрушение. Результаты, полученные по деформационному критерию, также плохо согласуются с таковыми, определенными по силовым критериям.

Перестановка слоев местами несущественно влияет на прочность согласно всем критериям. Наиболее опасной оказалась тонкая оболочка ($H = 10$ мм, $M_3 = 25$ г), наименее – толстая ($H = 40$ мм, $M_3 = 100$ г). Наибольшая прочность получена для однослойной оболочки с объемным содержанием армирующих волокон 25%, при этом в случае толстой оболочки прочность обеспечивалась по критериям максимальных

Т а б л и ц а 2

Влияние чередования слоев на прочность

Схема армирования $V_B, \%$	Φ_{\max} при								
	$H = 10 \text{ мм}; M_3 = 25 \text{ г по}$			$H = 20 \text{ мм}; M_3 = 50 \text{ г по}$			$H = 40 \text{ мм}; M_3 = 100 \text{ г по}$		
	σ_{\max}	ε_{\max}	Мизесу	σ_{\max}	ε_{\max}	Мизесу	σ_{\max}	ε_{\max}	Мизесу
[0]	1,070	0,470	1,56	1,21	0,440	1,78	1,435	0,445	2,18
[25]	1,110	0,680	1,88	1,02	0,590	1,66	0,940	0,520	1,48
[50]	2,070	1,300	4,08	1,86	1,130	3,53	1,670	0,980	3,03
[0; 25]	1,275	0,770	2,20	1,12	0,660	1,87	1,110	0,550	1,73
[25; 0]	1,265	0,795	2,22	1,14	0,710	1,93	1,070	0,640	1,77
[0; 50]	2,750	1,730	5,77	2,45	1,485	4,91	2,240	1,270	4,26
[50; 0]	2,750	1,770	5,84	2,45	1,565	5,04	2,180	1,360	4,29
[25; 50]	2,420	1,510	4,92	2,08	1,270	4,06	1,760	1,030	3,27
[50; 25]	2,450	1,570	5,05	2,17	1,370	4,32	1,940	1,200	3,72

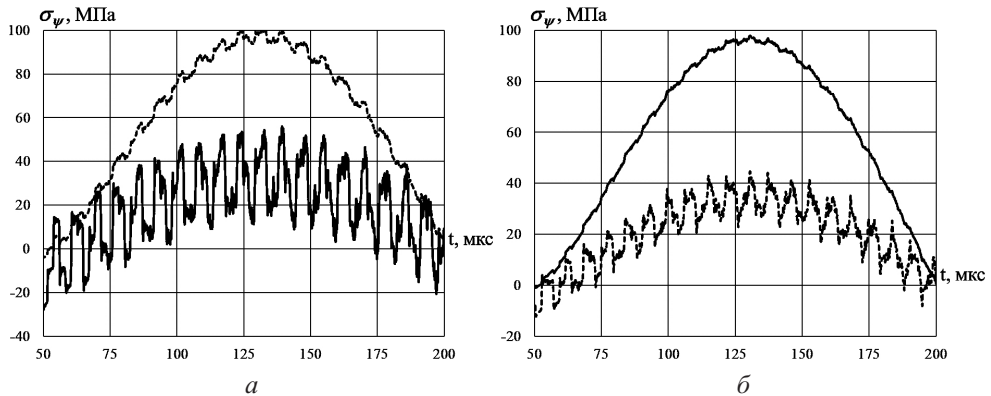


Рис. 4. Влияние чередования слоев на окружные напряжения при схемах армирования [0; 50%] – а и [50%; 0] – б. (Сплошные линии соответствуют точке внутреннего слоя на границе контакта ($r = R_1 + H/2 - 0$), штриховые – то же наружного ($r = R_1 + H/2 + 0$).

напряжений и деформаций, в двух остальных случаях (тонкая оболочка и средней толщины) – только по деформационному критерию. Наиболее опасными являются схемы армирования [50%; 0] и [0; 50%]; при таких схемах получены максимальные значения соответствующих функций прочности Φ_{\max} по всем трем критериям.

При таких схемах армирования на границе контакта слоев будет наблюдаться существенный разрыв по напряжениям σ_{ψ} (рис. 4).

Из рис. 4 видно, что на границе раздела сред $r = R_1 + H/2$ напряжение σ_{ψ} претерпевает разрыв: если в жестком (радиально-армированный при $V_B = 50\%$) слое имеем $(\sigma_{\psi})_{\max} \approx 100$ МПа, то в матрице ($V_B = 0$) – $(\sigma_{\psi})_{\max} \approx (50 \pm 5)$ МПа. Таким образом, скачок по σ_{ψ} на контактной поверхности весьма существен: в два раза и больше. Радиальные напряжения σ_r при этом непрерывны в соответствии с условием идеального контакта (5). Предел прочности σ_{ψ}^+ в плоскости изотропии (пер-

пендикулярно радиальной координате) согласно методикам [13, 14] уменьшается пропорционально V_B , и при $V_B = 50\%$ составляет всего 37 МПа, что почти в три раза меньше $(\sigma_\psi)_{\max} = 100$ МПа в этом слое. Поэтому такое нагружение для двухслойных оболочек будет критичным и давать существенные перегрузки (более чем в два раза) при использовании силовых критериев прочности.

Самыми оптимальными по прочности для рассмотренных нагрузок оказались однослойные оболочки с $V_B = 25\%$. Такое армирование с относительно невысоким объемным содержанием волокон, с одной стороны, существенно увеличивает прочность оболочки в радиальном направлении и она будет лучше выдерживать напряжения σ_r от УВ. С другой стороны, предел прочности σ_ψ^+ при этом снижается незначительно, и оболочка удовлетворительно выдерживает и окружные (оболочечные) напряжения σ_ψ .

Резюме

Чисельно досліджено напружено-деформований стан і міцність одно- та двошарових сфер зі сферично трансформними радіально армованими шарами при центрально симетричному внутрішньому вибусі. Проведено порівняльний аналіз двох широко поширених методів моделювання вибухового навантаження. Досліджено вплив об'ємної частки армуючих волокон і перестановки шарів на міцність оболонок.

1. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
2. Иванов А. Г., Федоренко А. Г., Сырунин М. А. Влияние структуры армирования на предельную деформируемость и прочность оболочек из ориентированного стеклопластика при взрывном нагружении изнутри // Прикл. механика и теорет. физика. – 1992. – № 4. – С. 130–135.
3. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
4. Фридман Л. И. Решение динамической задачи теории упругости в криволинейных координатах // Пробл. прочности. – 1976. – № 5. – С. 56–61.
5. Ромащенко В. А., Тарасовская С. А. Динамическая задача теории упругости для трансформной многослойной сферы // Там же. – 2011. – № 2. – С. 93–107.
6. Галиев Ш. У. Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах. – Киев: Наук. думка, 1988. – 264 с.
7. Лепихин П. П., Ромащенко В. А. Методы и результаты анализа напряженно-деформированного состояния и прочности многослойных толстостенных анизотропных цилиндров при динамическом нагружении (обзор). Сообщ. 3. Феноменологические критерии прочности // Пробл. прочности. – 2013. – № 3. – С. 24–41.
8. Лепихин П. П., Ромащенко В. А. Прочность неоднородных анизотропных полых цилиндров при импульсном нагружении. – Киев: Наук. думка, 2014. – 232 с.
9. Физика взрыва / Под ред. Л. П. Орленко. – М.: Физматлит, 2004. – Т. 1 – 832 с, Т. 2 – 656 с.
10. Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Елесин А. В. Численный анализ динамического деформирования и петири устойчивости композитных оболочек вращения при импульсном нагружении // Механика композитных материалов. – 1995. – 31, № 1. – С. 65–71.

11. *Hyde D. W.* User's Guide for Microcomputer Program CONWEP, Application of TM5-855-1: Fundamental of Protective Design for Conventional Weapons. – Instruction Report SL-88-1. – Vicksburg, MS, 1992.
12. *Randers-Pehrson G. and Kenneth A. B.* Airblast Loading Model for Dyna-2D & Dyna-3D. – Technical Report ARL-TR-1310, 1997. – 97 p.
13. *Летихин П. П., Ромащенко В. А., Бейнер О. С. и др.* Программа численного расчета динамического напряженно-деформированного состояния и прочности полых многослойных анизотропных цилиндров и сфер. Сообщ. 2. Сравнение численных результатов с экспериментальными и теоретическими для цилиндров // Пробл. прочности. – 2015. – № 3. – С. 39–50.
14. *Бахтина Е. В.* Выбор аналитических методик для определения механических характеристик однонаправленных композиционных материалов на основе стекловолокон // Там же. – 2014. – № 1. – С. 80–88.

Поступила 05. 01. 2017