

Кінетика поширення втомних тріщин у біметалевих пластинах

О. Є. Андрейків^{а,1}, В. Р. Скальський^б, І. Я. Долінська^б, В. К. Опанасович^а,
О. С. Дубицький^в

^а Львівський національний університет ім. Івана Франка, Львів, Україна

^б Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів, Україна

^в Луцький національний технічний університет, Луцьк, Україна

¹ andreykiv@ipm.lviv.ua

Запропоновано методику оцінки залишкового ресурсу біметалевих пластин із внутрішніми і поверхневими тріщинами за циклічного розтягу. Методика базується на розробленому раніше авторами енергетичному підході і основних положеннях механіки поширення втомних тріщин. Розглянуто випадки циклічного розтягу біметалевих пластин із внутрішніми, поверхневими і наскрізними тріщинами.

Ключові слова: біметалева пластина, період докритичного росту втомної тріщини, коефіцієнт інтенсивності напружень, швидкість поширення втомної тріщини.

Вступ. Особливістю розрахунків інженерних конструкцій з позицій механіки руйнування є можливість урахування наявності в матеріалі вихідних дефектів або таких пошкоджень, що виникли в процесі експлуатації. У цьому випадку розрахунки базуються на дослідженні, наприклад, кінетики розвитку втомних тріщин до досягнення ними критичних розмірів. На цій основі визначають залишковий ресурс конструкції. В елементах конструкцій стадія розвитку втомної тріщини може становити 10...90% загальної їх довговічності [1–4]. Тому розрахункове визначення залишкового ресурсу конструкцій набуває важливого практичного значення.

Відомі з літературних джерел моделі втомного руйнування справедливі переважно для випадків однорідних матеріалів [5]. Однак в інженерній практиці часто зустрічаються матеріали, які є неоднорідними за механічними втомними характеристиками, і застосування в цьому випадку існуючих розрахункових схем є проблематичним. Разом із тим в аналітичних дослідженнях закономірності розвитку втомних тріщин у неоднорідних матеріалах, зокрема в зварних елементах, вивчено недостатньо [6–9]. Сюди також можна віднести і металеві оболонки з антикорозійними наплавками, що широко використовуються в хімічній промисловості, ядерній енергетиці тощо. Типовими пошкодженнями таких конструкцій є втомні та корозійно-втомні наскрізні тріщини, що розвиваються під дією змінних напружень вздовж товщини стінки, розгерметизовуючи оболонку [10]. Матеріал цих конструкцій є неоднорідним, оскільки механічні властивості і характеристики тріщиностійкості основного металу і наплавки різняться. Саме тому метою роботи є спроба сформулювати кінетичні рівняння росту втомних тріщин у пластинах із неоднорідних матеріалів за механічними характеристиками та властивостями опору втомному руйнуванню.

Запропоновані рівняння отримано на основі відомого енергетичного підходу до дослідження втомного руйнування матеріалів [11–13]. Розглянуто ріст у біметалевих пластинах плоских втомних тріщин, близьких у плані до кругових.

Формулювання розрахункової моделі для випадку двошарової пластини. Розглянемо біметалеву пластину товщиною $h = h_1 + h_2$ з внутрішньою плоскою тріщиною, обмеженою гладким контуром L і розміщену в перпендикулярній до поверх-

ні пластини площині. Тріщина зазнає дії зовнішнього циклічного зусилля із силовим параметром p , яке спрямоване перпендикулярно до площини її розміщення і забезпечує симетричний напружений стан відносно неї (рис. 1).

Припустимо, що складові пластини 1 товщиною h_1 і 2 товщиною h_2 (рис. 1) виготовлено з металевих матеріалів, пружні характеристики яких близькі (приймаємо їх однаковими), а міцнісні і втомні можуть значно відрізнятися. Виберемо систему координат $Oxyz$ із центром O на межі поділу матеріалів, полярну систему координат $O\rho\varphi$ у площині тріщини, а вісь Oz спрямуємо вздовж перетину перерізу площини тріщини і площини сплавлення двох матеріалів (рис. 1).

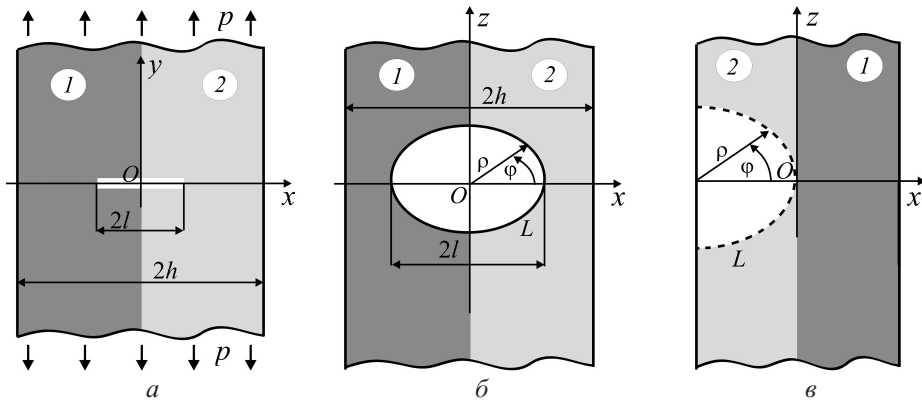


Рис. 1. Схема навантаження і перерізу біметалевої пластини координатними площинами Oxy (а) і Ozx з внутрішньою (б) та поверхневою (в) тріщиною.

У результаті дії циклічного навантаження тріщина поширюватиметься в площині, перпендикулярній до поверхонь пластини. Задача полягає у визначенні кінетики поширення тріщини і числа циклів навантаження $N = N_*$ (залишкового ресурсу біметалевої пластини), за досягнення якого контур тріщини вийде на поверхню пластини.

Задачу розв'язуємо наступним чином. Як і в [11–13], застосовуємо енергетичний підхід, у результаті чого визначення $N = N_*$ зводиться до математичних задач:

для внутрішньої тріщини (рис. 1,б)

$$\partial\rho/\partial N = \alpha_{i0}(1-R)^4 \sqrt{1+\rho^{-2}(\partial\rho/\partial\varphi)^2} [K_{I\max}^4 - K_{ith}^4] / 4\sigma_{if0}E(K_{ifc}^2 - K_{I\max}^2) \quad (1)$$

за початкових і кінцевих умов

$$N = 0, \quad \rho(0, \varphi) = \rho_0(\varphi); \quad N = N_*, \quad \rho(N_*, \varphi_i) = h_i, \quad \varphi_1 = \pi, \quad \varphi_2 = 0, \quad i = 1, 2; \quad (2)$$

для поверхневої тріщини (рис. 1,в)

$$\partial\rho/\partial N = \alpha_{i0}(1-R)^4 \sqrt{1+\rho^{-2}(\partial\rho/\partial\varphi)^2} [K_{I\max}^4 - K_{ith}^4] / 4\sigma_{if0}E(K_{ifc}^2 - K_{I\max}^2) \quad (3)$$

за початкових і кінцевих умов

$$N = 0, \quad \rho(0, \varphi) = \rho_0(\varphi); \quad N = N_*, \quad \rho(N_*, 0,5\pi) = h_1, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

де α_{i0} , K_{ith} , K_{ifc} , σ_{if0} – характеристики втомного руйнування матеріалів 1 і 2 відповідно, які визначаються з експерименту [11–13]; $K_{I\max}$ – максимальне значення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) за цикл; R – коефіцієнт асиметрії циклу; E – модуль Юнга.

Якщо матеріал пластини неоднорідний за тріщиностійкістю, то характеристики σ_{f0} і K_{fc} в (1), (3) є функціями просторових координат. Зокрема, у випадку двохшарової пластини їх розподіл у площині розміщення тріщини (рис. 1,б) визначається за такими умовами:

$$\begin{aligned} K_{th} &= \begin{cases} K_{1th}, & x < 0; \\ K_{2th}, & x > 0; \end{cases} & K_{fc} &= \begin{cases} K_{1fc}, & x < 0; \\ K_{2fc}, & x > 0; \end{cases} \\ \sigma_{f0} &= \begin{cases} \sigma_{1f0}, & x < 0; \\ \sigma_{2f0}, & x > 0; \end{cases} & \alpha_0 &= \begin{cases} \alpha_{10}, & x < 0; \\ \alpha_{20}, & x > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Однак за такого розподілу ці параметри змінюються стрибкоподібно під час переходу через лінію сплавлення ($x = 0$). Точки, що лежать на цій лінії, будуть особливими (сингулярними) при розв'язанні диференціальних рівнянь (1), (3). Щоб усунути цю сингулярність, яка не відповідає реальній природі процесу, будемо апроксимувати зміну параметрів K_{fc} , σ_{f0} та K_{th} частково безперервними функціями:

$$K_{fc} = \begin{cases} K_{2fc}, & x > d, \\ 0,5(K_{1fc} + K_{2fc}) + 0,5xd^{-1}(K_{2fc} - K_{1fc}), & |x| < d, \\ K_{1fc}, & x < -d; \end{cases} \quad (6)$$

$$\sigma_{f0} = \begin{cases} \sigma_{2f0}, & x > d, \\ 0,5(\sigma_{1f0} + \sigma_{2f0}) + 0,5xd^{-1}(\sigma_{2f0} - \sigma_{1f0}), & |x| < d, \\ \sigma_{1f0}, & x < -d; \end{cases} \quad (7)$$

$$K_{th} = \begin{cases} K_{2th}, & x > d, \\ 0,5(K_{1th} + K_{2th}) + 0,5xd^{-1}(K_{2th} - K_{1th}), & |x| < d, \\ K_{1th}, & x < -d. \end{cases} \quad (8)$$

Фізично це означає наявність тонкого перехідного шару завтовшки $2d$ на лінії сплавлення двох металів, у межах якого характеристики матеріалу змінюються безперервно за лінійним законом. Вважаємо, що величина K_{th} порівняно з параметром $K_{I\max}$ є достатньо малою, і нею можна знехтувати в обчисленнях.

Для дослідження зміни конфігурації контуру тріщини під час її поширення необхідно розв'язати рівняння (1) за початкових умов (2), у якому невідомим залишається КІН $K_{I\max}$. Для наближеного визначення $K_{I\max}$ запишемо

$$K_{I\max}(\varphi, N, \lambda) = K_{I0}(\varphi, N)f(\varphi, \lambda), \quad (9)$$

де $K_{I0}(\varphi, N)$ – частина КІН, яка впливає на зміну конфігурації контуру малої тріщини при $\lambda \rightarrow 0$; $f(\varphi, \lambda)$ – частина КІН, яка визначає величину впливу вільних поверхонь пластини на конфігурацію внутрішньої тріщини; $\lambda = 0,5h^{-1}\rho(N, 0)$ – рис. 1.

Для визначення величини $K_{I0}(\varphi, N)$ припускали, що в даному конкретному випадку для внутрішніх малих плоских тріщин, які достатньо віддалені від поверхні пластини, за рівномірно розподілених напружень інтенсивності p можна використати наближений аналітичний розв'язок [2] у такій формі:

$$K_{I0}(\varphi, N) = \frac{2}{\pi} \frac{p}{\sqrt{\rho(N, \varphi)}} \left[\rho(N, \varphi) - \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \rho(N, \alpha)}{\partial \alpha} \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \alpha}{2} d\alpha \right]. \quad (10)$$

Розв'язок отримано безпосередньо з наближеного асимптотичного розв'язку (із точністю до малих величин порядку $O(\varepsilon, \partial\varepsilon/\partial\varphi)$, де $\varepsilon = \rho(N, \varphi)/q$; q – радіус кола, рівновеликого за площею з тріщиною) для внутрішньої, близької до кругової, тріщини в нескінченному тілі [2]. Розрахунки за формулою (10) і зіставлення отриманих результатів із відомими [2] свідчать про можливість практичного використання даного розв'язку до тріщин різної конфігурації. Зокрема, він забезпечує правильний розподіл КІН вздовж еліптичного, квадратного, трикутного, овального та інших контурів. При цьому максимальна похибка визначення КІН не перевищує 20%.

Величину $f(\varphi, \lambda)$ визначаємо наближено за відомою [2] формулою впливу вільних поверхонь пластини з внутрішньою круговою тріщиною на КІН:

$$f(\varphi, \lambda) = 1 + 0,064\lambda^3 + 0,019\lambda^5 + 0,041\lambda^5 \cos^2 \varphi - 0,013\lambda^5 \sin^2 \varphi + O(\lambda^6). \quad (11)$$

Для визначення $K_{I\max}(\varphi, N, \lambda)$ на основі співвідношень (9)–(11) отримаємо таку наближену формулу:

$$K_{I\max}(\varphi, N, \lambda) = \frac{2}{\pi} \frac{p}{\sqrt{\rho(N, \varphi)}} \left[\rho(N, \varphi) - \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \rho(N, \alpha)}{\partial \alpha} \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \alpha}{2} d\alpha \right] \times \\ \times [1 + 0,064\lambda^3 + 0,019\lambda^5 + 0,041\lambda^5 \cos^2 \varphi - 0,013\lambda^5 \sin^2 \varphi + O(\lambda^6)]. \quad (12)$$

Таким чином, з урахуванням співвідношень (1), (12) крайова задача кінетики втомного руйнування (1) з початковою умовою (2) зводиться до диференціального рівняння з шуканою функцією $\rho = \rho(N, \varphi)$:

$$\partial\rho/\partial N = \alpha_{i0}(1-R)^4 \sqrt{1 + \rho^{-2}(\partial\rho/\partial\varphi)^2} [K_{I\max}^4 - K_{ith}^4] / 4\sigma_{if0} E (K_{ifc}^2 - K_{I\max}^2), \quad (13)$$

де $K_{I\max}$ описується залежністю (12); K_{ifc} і σ_{if0} – параметри, що визначаються аналогічно співвідношенням (6), (7).

Задачу розв'язано для двох випадків симетрично розміщених відносно лінії сплавлення початкових дефектів за навантаження двошарової пластини напруженням $p = 250$ МПа з $R = 0,01$. Механічні характеристики основного матеріалу та наплавки наведено в таблиці [3]. Початкові контури тріщин описують рівняннями такого типу:

$$\left(\frac{y}{a}\right)^n + \left(\frac{x}{b}\right)^n = 1, \quad n \geq 2. \quad (14)$$

У випадку $n = 2$ отримаємо еліпс із півосями a і b (рис. 2,а), при $n = 4, a = b$ – овал (рис. 2,б). Числовий розв'язок рівняння (10) проведено методом сіток із використанням явної різницевої схеми [14] (максимальна похибка методу складає $O(h_0^2)$,

Механічні і втомні характеристики матеріалів [3]

Сталь	σ_{f0} , МПа	K_{fc} , МПа $\sqrt{м}$	α_0	R	K_{th} , МПа $\sqrt{м}$
15Х2МФА (1)	580	173	41,4	0,01	11
Х16Н5М (2)	1115	252	21,5	0,01	9

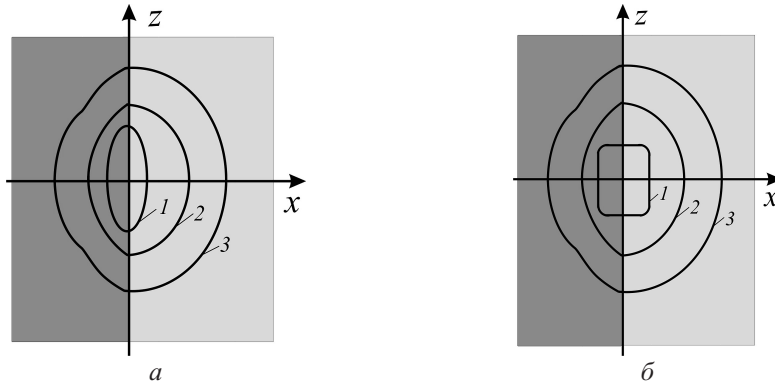


Рис. 2. Кінетичні системи контурів для початкової тріщини еліптичної (а) та овальної (б) форми: 1 – $N = 0$; 2 – $N = 1 \cdot 10^5$ цикл; 3 – $N = 2 \cdot 10^5$ цикл.

де h_0 – крок розбиття сітки). Числове інтегрування здійснено за формулою трапецій [15] (максимальна похибка методу дорівнює $O(h_0^3)$). Для розрахунків прийняли товщину перехідного шару на лінії сплавлення $2d = 0,003$ м, $a = 0,01$ м, $b = 0,005$ м. Кінетику зміни контурів тріщин у цих випадках показано на рис. 2.

Розглянемо інший випадок наявності в двошаровій пластині поверхневої плоскої тріщини початкової напівеліптичної конфігурації розміром $\rho(0) = b_0$, $\rho(0,5\pi) = a_0$ (рис. 1,б). При цьому вважали, що вершина півеліпса початкової тріщини розміщена на лінії сплавлення і буде поширюватися в матеріалі 1.

Кінетику поширення такої тріщини і період її докритичного росту визначали за співвідношеннями (3) і (4). Розв'язок математичної задачі пов'язаний зі значними математичними труднощами, оскільки рівняння (4) є нелінійним диференціальним рівнянням у часткових похідних. Тому її розв'язання будемо реалізовувати наближено так.

Припустимо, що конфігурація тріщини під час поширення приблизно весь час буде напівеліптичною. Тоді для визначення кінетики зміни конфігурації тріщини достатньо знати кінетику зміни півосей a , b її еліптичної конфігурації. У зв'язку з цим для наближеного розв'язку задачі математичні співвідношення (3), (4) зведено до системи диференціальних рівнянь відносно невідомих величин a , b із початковими і кінцевими умовами відповідно:

$$\begin{cases} da/dN = \alpha_{20}(1-R)^4 [K_{1a \max}^4 - K_{2th}^4] / 4\sigma_{2f0} E (K_{2fc}^2 - K_{1a \max}^2); \\ db/dN = \alpha_{10}(1-R)^4 [K_{1b \max}^4 - K_{1th}^4] / 4\sigma_{1f0} E (K_{1fc}^2 - K_{1b \max}^2); \\ N = 0, \quad a(0) = a_0, \quad b(0) = h_2, \quad N = N^*, \quad b(N^*) = h. \end{cases} \quad (15)$$

Тут $K_{1a \max}$, $K_{1b \max}$ – коефіцієнти інтенсивності напружень біля вершин a , b напівеліптичної тріщини відповідно, які визначаються на основі результатів [16]:

$$\begin{aligned} K_{1a \max} &= p\sqrt{\pi b}(M/\Phi); \\ K_{1b \max} &= p\sqrt{\pi b}(M/\Phi)L, \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$M = (1,13 - 0,09\alpha) - 0,54\beta^2 + \frac{0,89\beta^2}{0,2 + \alpha} + 0,5\beta^4 - \frac{\beta^4}{0,65 + \alpha} + 14\beta^4(1 - \alpha)^{2,4};$$

$$L = (1,1 + 0,35\beta^2)\sqrt{\alpha}; \quad \Phi = 1 + 1,464\alpha^{1,65}; \quad \alpha = a/b; \quad \beta = b/h.$$

Розглянемо конкретний випадок, коли $p = 250$ МПа, $h_1 = 0,02$ м, $h_2 = 0,02$ м, $a_0 = 0,018$ м, $b_0 = 0,01$ м, механічні і втомні характеристики представлено в таблиці. Для вищезаданих числових значень характеристик матеріалів систему диференціальних рівнянь (15) розв'язували чисельно методом Рунге-Кутта. У результаті отримано величину залишкового ресурсу двошарової пластини з поверхневою тріщиною $N_* = 1036$ цикл. Окрім того, отримано значення $N_{1*} = 1547$ цикл, $N_{2*} = 12670$ цикл періодів докритичного росту тріщин у випадках, коли матеріал пластини (1 або 2) однорідний.

Із порівняння випливає нерівність $N_* < N_{1*} < N_{2*}$, що підтверджує коректність вибраного наближеного алгоритму розв'язання задачі.

На рис. 3 побудовано залежності кінетики зміни вершин напівеліптичної тріщини. Як бачимо, вершина b просувається швидше, ніж вершина a , що підтверджує наперед вибраний менший опір матеріалу 1 втомному поширенню тріщини.

Поширення втомної тріщини у двокомпонентній біметалевій пластині. Розглянемо біметалеву пластину, яка складається з двох компонент: півплощин 1 і 2 з близькими модулями пружності та різними втомними й іншими механічними характеристиками. Вважаємо, що така пластина послаблена прямолінійною тріщиною початкової довжини $2l_0$ і розтягується циклічними зовнішніми зусиллями інтенсивності p , які направлені перпендикулярно до лінії розміщення тріщини (аналог задачі Гріффітса – рис. 4). Задача полягає у визначенні періоду докритичного росту тріщини $N = N_*$, за якого вона досягне критичного розміру $l_1 + l_2 = l_*$, і пластина зруйнується.

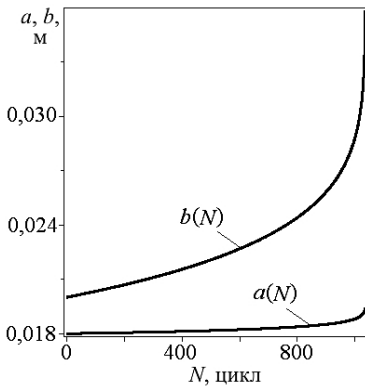


Рис. 3

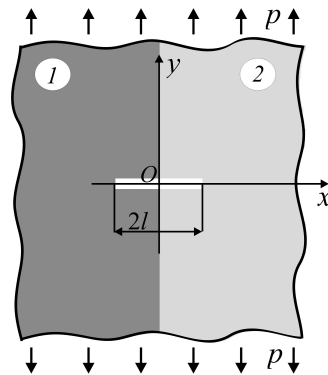


Рис. 4

Рис. 3. Кінетика зміни вершин напівеліптичної тріщини.

Рис. 4. Схема навантаження двокомпонентної біметалевій пластини.

Розв'язок цієї задачі, як і попередніх, реалізуємо за допомогою відомого енергетичного підходу [11–13]. У результаті її зведено до такої системи диференціальних

рівнянь відносно невідомих функцій $l_1(N)$, $l_2(N)$, що визначають кінетику поширення вершини тріщини відповідно в матеріалах 1 і 2:

$$\begin{cases} dl_2/dN = \alpha_{20}(1-R)^4 [K_{I2 \max}^4 - K_{2th}^4] / 4\sigma_{2f0} E (K_{2fc}^2 - K_{I2 \max}^2); \\ dl_1/dN = \alpha_{10}(1-R)^4 [K_{I1 \max}^4 - K_{1th}^4] / 4\sigma_{1f0} E (K_{1fc}^2 - K_{I1 \max}^2); \\ N = 0, \quad l_2(0) = l_0, \quad l_1(0) = l_0, \quad N = N_*, \quad l_1(N_*) + l_2(N_*) = l_* . \end{cases} \quad (17)$$

Оскільки пружні характеристики матеріалів 1 і 2 однакові, отримаємо $K_{I1 \max} = K_{I2 \max}$. Їх визначали на підставі [16] за формулою

$$K_{Ii \max} = p\sqrt{0,5\pi(l_1 + l_2)} \quad (i = 1, 2). \quad (18)$$

Систему диференціальних рівнянь розв'язуємо так. Перше диференціальне рівняння (17) додамо до другого. У результаті отримаємо

$$\begin{aligned} dl/dN = 0,25E^{-1}(1-R)^4 \{ \alpha_{20}[K_{Ii \max}^4 - K_{2th}^4] / \sigma_{2f0} (K_{2fc}^2 - K_{Ii \max}^2) + \\ + \alpha_{10}[K_{Ii \max}^4 - K_{1th}^4] / \sigma_{1f0} (K_{1fc}^2 - K_{Ii \max}^2) \}, \quad l = l_1 + l_2 \end{aligned}$$

або з урахуванням (18) –

$$\frac{dl}{dN} = 0,125\pi p^2 E^{-1} (1-R)^4 \left[\frac{\alpha_{20}(l^2 - l_{2th}^2)}{\sigma_{2f0}(l_{2*} - l)} + \frac{\alpha_{10}(l^2 - l_{1th}^2)}{\sigma_{1f0}(l_{1*} - l)} \right], \quad (19)$$

де $l_{ith} = 2K_{ith}^2 / \pi p^2$; $l_{i*} = 2K_{ifc}^2 / \pi p^2$, $i = 1, 2$.

Розглянемо матеріали 1 і 2, механічні і втомні характеристики яких представлено в таблиці, а амплітуда циклічних навантажень $p = 250$ МПа. Рівняння (19) представимо у вигляді

$$\frac{dl}{dN} \approx 0,118l^2 \left[\frac{0,019}{0,65-l} + \frac{0,071}{0,305-l} \right] \quad (20)$$

з початковою і кінцевою умовами

$$N = 0; \quad l(N) = 2l_0; \quad N = N_*; \quad l(N_*) = l_*; \quad l_* = 0,305 \text{ м}. \quad (21)$$

Тут прийнято, що руйнування пластини наступить, якщо КІН за критерієм Ірвіна [2] сягне найменшого значення критичної тріщиностійкості матеріалів:

$$K_{Ii \max}(l_*) = 173 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}.$$

Інтегруючи рівняння (20) за заданими початковою і кінцевою умовами, отримуємо

$$N_* \approx 164 \int_{2l_0}^{0,305} \left[\frac{(0,65-l)(0,305-l)}{l^2(1-1,734l)} \right] dl. \quad (22)$$

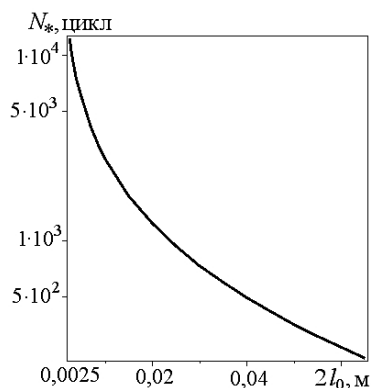


Рис. 5. Залежність періоду N_* докритичного росту тріщини від її початкового розміру l_0 .

Інтеграл у (22) реалізуємо числово для різних значень l_0 . На рис. 5 побудовано залежність періоду N_* докритичного росту тріщини від її початкового розміру l_0 . Як видно, період N_* докритичного росту тріщини залежить не стільки від кінетики розвитку кожної вершини тріщини окремо, скільки від сумарної її довжини l .

Висновки

1. На основі енергетичного підходу сформульовано розрахункові моделі для дослідження кінетики і періоду докритичного росту втомних тріщин у біметалевих пластинах, що дозволяє розрахувати залишковий ресурс двошарової і двокомпонентної біметалевих пластин із поверхневою і наскрізною тріщинами.

2. Із залежностей кінетики зміни вершин поверхневої напівеліптичної тріщини встановлено, що швидкість їх просування залежить від опору матеріалів втомному руйнуванню в біметалевій пластині. Як показують результати розрахунків, залишкова довговічність двокомпонентної біметалевої пластини з наскрізною тріщиною суттєво залежить від її початкового розміру і в основному визначається не стільки кінетикою розвитку кожної вершини тріщини окремо, скільки її загальною довжиною.

Резюме

Предложена методика оценки остаточного ресурса биметаллических пластин с внутренними и поверхностными трещинами при циклическом растяжении. Методика базируется на положениях разработанного ранее авторами энергетического подхода и основных положениях механики распространения усталостных трещин. Рассмотрены случаи циклического растяжения биметаллических пластин с внутренними, поверхностными и сквозными трещинами.

1. Троценко В. Т. Усталость и неупругость металлов. – Киев: Наук. думка, 1971. – 268 с.
2. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 415 с.
3. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие. В 4 т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. – Т. 4. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин и др. – Киев: Наук. думка, 1990. – 680 с.

4. *Андрейкив А. Е., Дарчук А. И.* Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – Киев: Наук. думка, 1992. – 183 с.
5. *Механика* разрушения и прочность материалов: Справочное пособие. В 4 т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. – Т. 1. Основы механики разрушения / В. В. Панасюк, А. Е. Андрейкив, В. З. Партон. – Киев: Наук. думка, 1988. – 488 с.
6. *Прочность* сварных соединений при переменных нагрузках / Под ред. В. И. Труфякова. – Киев: Наук. думка, 1990. – 255 с.
7. *Сварные* строительные конструкции. В 3 т. / Под ред. Л. М. Лобанова. – Т. 1. Основы проектирования конструкций / Л. М. Лобанов, В. И. Махненко, В. И. Труфяков и др. – Киев: Наук. думка, 1993. – 416 с.
8. *Карзов Г. П., Леонов В. П., Тимофеев Б. Т.* Сварные сосуды высокого давления: прочность и долговечность. – Л.: Машиностроение, 1982. – 287 с.
9. *Proceedings of the International Conference on Mis-Matching of Interfaces and Welds* / Eds. K.-H. Schwalbe and M. Kocak. – GKSS Research Centre Publications, Geesthacht, Germany, 1997.
10. *Романив О. Н., Никифорчин Г. Н.* Механика коррозионного разрушения конструкционных сплавов. – М.: Металлургия, 1986. – 294 с.
11. *Андрейкив О. Є., Кім М. Б., Сас Н. Б.* Енергетичні критерії в механіці сповільненого руйнування матеріалів // Тез. доп. VII Міжнар. симп. укр. інженерів-механіків у Львові (Львів, 18–20 травня 2005 р.). – С. 4–5.
12. *Андрейкив О. Є., Кім М. Б.* Визначення періоду докритичного росту тріщин в елементах конструкцій при їх двочастотному навантаженні // *Машинознавство*. – 2006. – № 2. – С. 3–9.
13. *Андрейкив О. Є., Кім М. Б.* Визначення залишкової довговічності тонкостінних елементів конструкцій при двоосьовому навантаженні // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. – 2006. – № 1. – С. 11–16.
14. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 614 с.
15. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
16. *Stress Intensity Factors Handbook: in 2 vol.* / Ed. Yu. Murakami. – Oxford: Pergamon Press, 1987. – 1456 p.

Поступила 24. 02. 2015