

Анализ колебаний длинных трубопроводов с боковыми ответвлениями, возбуждаемых движущейся газообразной средой

И. В. Орыняк, Я. Р. Дубик, А. С. Батура

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Предложен метод расчета частот и амплитуд акустических колебаний, возбуждаемых движением газообразной среды в длинных трубопроводах с боковыми замкнутыми ответвлениями. Принято, что резонансные частоты отвечают локальным максимумам функционала, содержащего отношение энергии, находящейся в колебательной системе, к рассеянной энергии с границ системы. Энергетический подход распространен на анализ не только частот колебаний, но и амплитуд. Для определения амплитуд колебаний записывается баланс поступившей (как функция числа Струхала) и рассеянной энергий. Завершен предыдущий анализ вынужденных колебаний паропроводов второго контура энергоблока № 1 Запорожской АЭС с реактором ВВЭР-1000, которые возникают вследствие турбулентных вихрей. Определены резонансные частоты и амплитуды акустических колебаний. С помощью уравнений взаимодействия среда–трубопровод вычислены вибронпряжения и виброскорости паропроводов и выполнено их сравнение с измеренными значениями.

Ключевые слова: трубопровод, акустомеханические колебания, амплитуда пульсаций, энергетический подход.

Введение. Акустомеханические колебания, вызванные потоком среды в основной трубе с патрубками, часто наблюдаются в различных объектах промышленного назначения. Проблеме акустомеханических пульсаций трубопроводов с закрытыми ответвлениями в нефтегазовой промышленности посвящены работы [1, 2]. В ядерной энергетике подобные пульсации наблюдаются в паропроводах реакторов типа BWR (РБМК) [3] и в паропроводах второго контура реакторов типа PWR (ВВЭР) [4–6].

Пульсации потока возникают на локальных участках длинных трубопроводов с закрытыми ответвлениями, причем несколько расположенных рядом ответвлений образуют связанную геометрическую подсистему. Вибрации трубопровода являются следствием совпадения собственных акустических частот трубопроводной системы с возбуждающей частотой f , которая зависит от скорости потока v , диаметра патрубка d и числа Струхала Sh :

$$Sh = \frac{fd}{v}. \quad (1)$$

Однако изменение числа Струхала в интервале 0,2...0,6 для заданной системы и зависимость собственных акустических частот от ее геометрических особенностей не позволяют выполнить их однозначное определение.

Значительный уровень пульсаций транспортируемой среды приводит к существенным вибрациям трубопровода вследствие взаимодействия среда–трубопровод (fluid-structure interaction). Известны три вида взаимодействия:

1) *взаимодействие на фитингах.* Наиболее существенное взаимодействие, которое вызывает возникновение гидравлических усилий в специфических точках трубопровода (гибы, тройники, конические переходы и заглушки);

2) *пуассоново взаимодействие.* Волны давления вызывают радиальные напряжения и деформации в стенке трубы, которые через коэффициент Пуассона связаны с осевыми деформациями;

3) *взаимодействие трением*. Возникает вследствие трения жидкости среды о стенку трубы. Для промышленных трубопроводов с низкой шероховатостью стенки трубы этим эффектом можно пренебречь.

Вибрации основного трубопровода особенно опасны для подсоединяемого оборудования и трубопроводов в случае совпадения частоты колебаний трубопровода с собственными частотами вспомогательных оборудования или трубопровода. При известных частотах и амплитудах возбуждения указанные выше взаимодействия относительно легко поддаются математическому анализу, что позволяет установить уровень колебаний и напряжений в механических системах. Однако проблема как раз и состоит в определении основных параметров возбуждения: частоты и формы пульсаций среды и амплитуды пульсаций.

В стандартах на проектирование (ASME B31.1, B31.3, BPVC Section III) содержатся лишь общие указания на то, что трубопроводы и их опоры должны быть спроектированы таким образом, чтобы устранить или минимизировать вибрации. Обычно акустомеханический анализ трубопроводов на стадии проектирования не проводится, хотя подобный анализ обеспечил бы значительную экономию времени и денежных средств.

Обычный способ борьбы с акустомеханическими колебаниями – выяснение степени опасности и принятие технических мер. Существуют различные стандарты (ASME OM-3, API 618), которые регламентируют уровень допустимых вибраций. Например, требованием ПНАЭ Г-7-002-86 [7] является отстройка i -й собственной частоты от частоты возбуждающей силы, если такова имеет место. Далее по результатам расчета трубопроводных систем, в том числе с помощью метода конечных элементов, принимают решения об их модификации.

В многочисленных исследовательских работах [8–11], посвященных простым конфигурациям трубопроводных подсистем (рис. 1), показано:

резонансные частоты зависят от “глобальной геометрии”, и для простых геометрий предложены формулы. Например, для одиночного и соосного патрубков резонансные частоты вычисляются по простой формуле, подтвержденной экспериментально:

$$f_n = \frac{(2n-1)c}{4L}, \quad (2)$$

где L – длина патрубка; c – скорость звука; n – порядок частоты. Для тандемного патрубка формула резонансных частот имеет вид

$$f_n = \frac{(2n-1)c}{4(L+l/2)}, \quad (3)$$

где l – расстояние между патрубками;

возбуждение подсистемы зависит от “локальной геометрии”, например, радиуса закругления в патрубке и числа Струхалия. Согласно экспериментальным данным [2, 3, 10, 11] максимальная для заданной геометрии амплитуда пульсаций наблюдается в диапазоне числа Струхалия $Sh = 0,3...0,5$.

Данные литературных источников свидетельствуют, что акустический анализ трубопроводных систем ограничен простейшими случаями, “лабораторными геометриями” (рис. 1) [1, 2, 8–11]. Отдельные попытки выполнения анализа для реальных трубопроводов основаны на результатах измерений, когда рассчитанные значения “нормируются” на измеренные [4]. Все эти факты говорят о том, что данная проблема находится на стадии изучения.

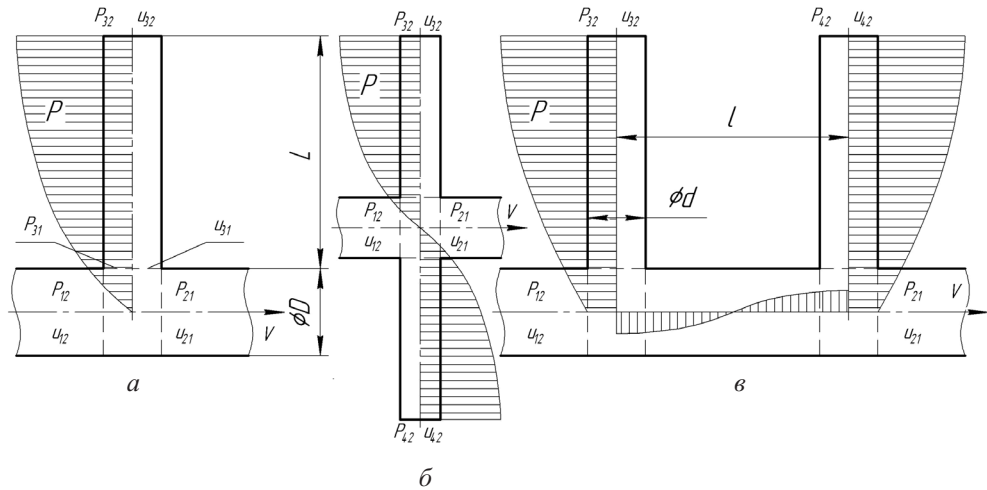


Рис. 1. Некоторые простейшие конфигурации трубопроводных подсистем: а, б, в – одиночный, соосные и тандемные патрубки соответственно.

Например, в [1] исследовались пульсации среды в трубопроводной системе компрессорной станции. На основе упрощенного акустического анализа было показано, что значительные пульсации возникают из-за совпадения частоты возбуждения Струхаля и собственной акустической частоты трубопровода. Вибрации были устранены отстройкой частот и путем модернизации трубопровода. В работе [2] рассматриваются пульсации давления в трубопроводах компрессорной станции с шестью ответвлениями. Для анализа использовалась уменьшенная лабораторная модель части трубопровода с ответвлениями. Показано, что уменьшение длины одного из ответвлений слабо влияет на пульсации в системе. В [3] приводится пример повреждения паросушильного устройства реактора ВВЭР вследствие возникновения значительных пульсаций давления в паровых ветках, которые появлялись в закрытых ответвлениях с предохранительными клапанами. Вибрации были устранены путем модернизации ответвлений и установкой поглощающих акустических набивок.

Многочисленные работы посвящены вибрации паропроводов ВВЭР-1000 в помещении А-820 [4–6]. В [4] с помощью программных кодов выполнен акустический анализ системы и разработаны рекомендации по уменьшению вибраций. Однако автор [4] ограничился рассмотрением лишь части системы, т.е. одного “бублика”, в то время как вибрации возникают в связанной системе из трех “бубликов”. Более того, не ясно, какие граничные условия использовались для вычисления частот и на каком основании принят спектр источника вибраций. Аналогичные недостатки имеются в работе [5], где авторы декларируют полное решение проблемы с использованием компьютерного моделирования потока пара. Следует отметить, что приводится лишь общее описание решения задачи, а полученные результаты не отвечают экспериментальным данным [4, 6]. Наиболее полное исследование проведено в [6]. Поиск частот “бубликов” выполнен с помощью акустической модели с сосредоточенными параметрами, амплитуды пульсаций и вибронпряжения трубопроводов не вычислены. Рекомендуется отстройка от резонансной частоты путем изменения влажности пара, которая оказывает непосредственное влияние на скорость распространения волн в среде.

Известно, что в разветвленной трубопроводной системе колебания возникают на определенных участках, например в патрубках с застойными зонами, т.е. колебания носят локальный характер. В этом случае можно ограничиться исследованием лишь данной подсистемы при условии выбора надлежащих граничных условий.

Рассмотрим несколько простых случаев (рис. 1). Для одиночного патрубка можно использовать следующие граничные условия: $P_{12} = P_{21} = 0$ и $u_{12} = 0$ (или $u_{21} = 0$), которые приводят к (2). При попытке применить эти граничные условия к соосным патрубкам, кроме основных получим и паразитные формы колебаний. Применение граничных условий $u_{12} = u_{21} = 0$ к соосным патрубкам также приведет к получению паразитных форм колебаний. В случае тандемных патрубков граничные условия не очевидны, если использовать $P_{12} = P_{21} = 0$, получим (2), т.е. патрубки будут колебаться независимо друг от друга.

К сожалению, простые формулы (2) и (3) не всегда применимы для реальных трубопроводов. В постановке общей задачи связанных акустических колебаний существуют два аспекта:

способность системы возбуждаться на определенных частотах. Это свойство зависит от геометрии исследуемой подсистемы: ее длины, диаметров патрубков, скорости звука в среде;

способность среды возбуждать колебания. Это свойство зависит от числа Струхаля, т.е. от скорости основного потока.

Возвращаясь к первому аспекту, отметим, что общая концепция по определению частот колебаний была высказана ранее [12]. На основе энергетического метода были вычислены частоты колебаний реальной конструкции – паропроводов АЭС. Недостаток работы [12] состоит в том, что вычислены частоты колебаний, а не амплитуды пульсаций. Цель настоящей работы, которая является продолжением исследований авторов, заключается в следующем:

демонстрация энергетического метода вычисления частот для простых конфигураций трубопроводных подсистем, используемых в лабораторных исследованиях (рис. 1);

формулировка концепции вычисления амплитуд пульсаций на основе равенства поступившей и рассеянной энергий с учетом числа Струхаля. Проверка данных предположений на простых подсистемах (рис. 1);

вычисление частот, форм и амплитуд колебаний для реальной конструкции – паропроводов первого блока Запорожской АЭС (ЗАЭС).

Данная схема расчета пульсаций – упрощенная, не учитывает демпфирование в подсистеме и “локальную геометрию” патрубка, однако является хорошим начальным приближением для решения практических проблем.

1. Энергетический подход к определению частот акустических колебаний.

1.1. Основные уравнения и обоснование выделения локальной подсистемы.

Рассматривается бесконечный трубопровод с локальной подсистемой в виде нескольких ответвлений. Колебания среды в элементе трубопровода описываются следующими уравнениями:

$$\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2}; \quad (4a)$$

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} = -\alpha P(x, t), \quad (4б)$$

где U – смещение среды; P – пульсация давления; α – сжимаемость среды; t – время; x – продольная координата. С помощью метода начальных параметров (МНП) и подстановки $U(x, t) = u(x)\cos(\omega t)$, $P(x, t) = p(x)\cos(\omega t)$, где ω – круговая частота, получим решение системы (4):

$$p_1 = p_0 \cos(kx) + u_0 \frac{k}{\alpha} \sin(kx); \quad (5a)$$

$$u_1 = u_0 \cos(kx) - p_0 \frac{\alpha}{k} \sin(kx), \quad (56)$$

где индекс 0 обозначает начало участка, индекс 1 – его конец; $k = \omega/c$. Для случая разветвления трубопровода, например тройникового соединения (рис. 1,а), следует добавить уравнения равенства давлений и равенства объемов:

$$P_{12} = P_{21} = P_{31}; \quad (6a)$$

$$u_{12}F_1 = u_{21}F_2 + u_{31}F_3, \quad (6b)$$

где F_i ($i = 1, 2, 3$) – площадь поперечного сечения трубы.

С использованием соотношений (5) и условий связи элементов трубопровода (6) можно для заданной частоты и граничных условий определить амплитуды пульсаций давлений и смещения среды в данной системе. Однако при решении простой на первый взгляд задачи определения частот колебаний возникают трудности задания корректных граничных условий [4].

Как было показано в [8], для анализа акустических колебаний можно использовать два вида граничных условий: при моделировании присоединения сосуда бесконечного объема к трубопроводу:

$$P_f = 0; \quad (7)$$

при моделировании закрытого конца трубопровода:

$$u_f = 0. \quad (8)$$

Рассмотрим, например, систему, которая состоит из длинного трубопровода и патрубка (рис. 2). Для определенности будем рассматривать систему с закрытыми концами, т.е. $u_{11} = u_{22} = u_{32} = 0$. С использованием решения (5) и уравнения связи (6) запишем характеристическое уравнение:

$$\sin(2kL)\cos(kl)\left(1 + \frac{1}{2} \frac{F_3}{F_1} \frac{\text{tg}(kl)}{\text{tg}(kL)}\right) = 0, \quad (9)$$

где первый множитель соответствует собственным частотам основной трубы, последний множитель – связанным собственным частотам трубы и патрубка – рис. 3 (по пересечению кривых определяются собственные частоты).

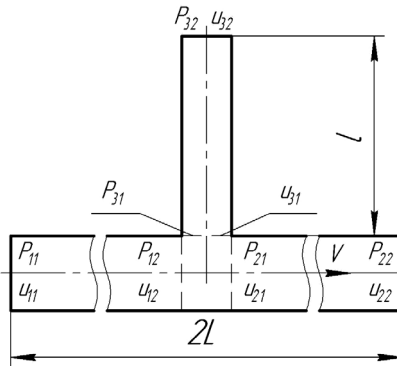


Рис. 2. Расчетная схема трубы с патрубком.

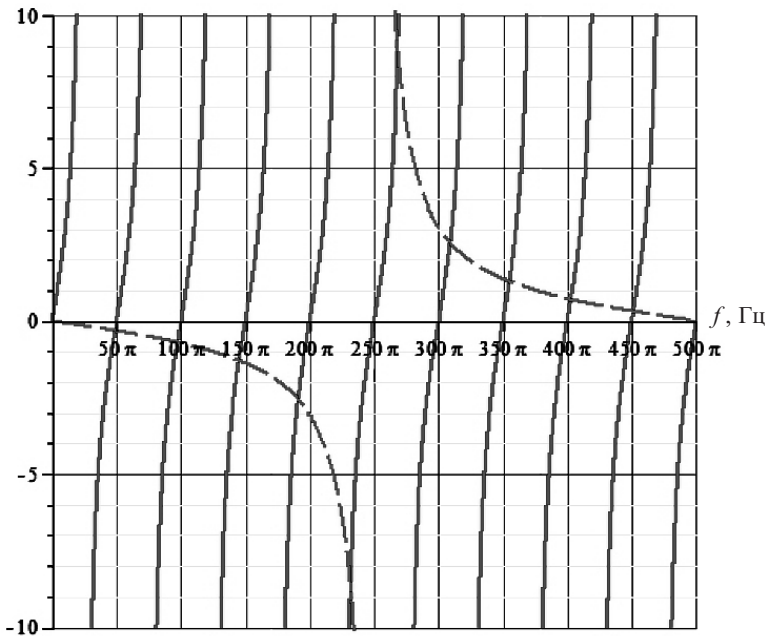


Рис. 3. Собственные акустические частоты трубы с патрубком: $F_1/F_3 = 2$; $L/l = 10$; $c = 100\pi$ м/с.

Анализ данных на рис. 3 показывает, что с увеличением длины основной трубы получим непрерывный спектр частот, т.е. при расчетах частот локальной подсистемы учет граничных условий на отдаленных концах приводит к неопределенности. Чтобы определить наиболее физически обусловленные частоты из спектра, необходимо использовать дополнительный критерий, например энергетический.

1.2. **Модификация метода поиска резонансных акустических частот.** На примере подсистемы (рис. 4) сформулируем метод поиска частот резонансных акустических колебаний для трубопроводных систем с неопределенными граничными условиями. Сечение 1 можно условно считать “входом”, 2 – “выходом” подсистемы.

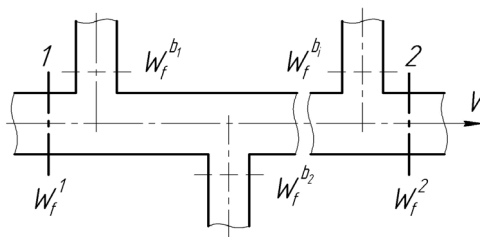


Рис. 4. Трубопроводная подсистема.

По нашему мнению, энергетический подход является наиболее оптимальным методом поиска частот колебаний. Его суть заключается в поиске таких форм колебаний и соответствующих им частот, при которых за пределы исследуемой подсистемы выходит минимум энергии, а большая ее часть остается внутри. Предлагаемый метод основывается на предположении, что за период колебаний энергия с краев подсистемы (сечения 1 и 2 на рис. 4) будет полностью рассеяна, эти потери будут возмещаться энергией, вносимой основным потоком. Для поиска резонансных частот вместо вносимой энергии учитывают энергию, накопленную в подсистеме за

цикл колебаний. Поскольку рассматриваются небольшие подсистемы (с несколькими ответвлениями), демпфированием в самой подсистеме можно пренебречь. Такое допущение может привести к возникновению бесконечных амплитуд пульсаций для соосного патрубка (см. ниже). Этот метод можно формализовать следующим образом:

$$\Psi(\omega) = \frac{E_{int}(\omega)}{E_{loss}(\omega)} \rightarrow \max, \quad (10)$$

где E_{int} – энергия внутри подсистемы; E_{loss} – потери энергии, т.е. энергии, которая выходит за пределы подсистемы за период колебаний.

Энергетические потери будут равны энергии, рассеянной на входе и выходе подсистемы, а также локальным потерям энергии. Как внутренняя энергия, так и энергетические потери за период колебаний пропорциональны длине волны:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = \frac{1}{f\sqrt{\alpha\rho}}, \quad (11)$$

где T – период колебаний. Поэтому вместо полной энергии можно использовать понятие удельной энергии (на единицу длины трубы) $E_{int} = W_{int}\lambda$; $E_{loss} = W_{loss}\lambda$.

Удельная энергия колебаний в произвольном сечении трубы состоит из кинетической и потенциальной:

$$W_{kin} = \frac{V_f^2 \rho_f F_0}{2} = \frac{u_f^2 \omega^2 \rho_f F_0}{2}; \quad (12a)$$

$$W_{pot} = \frac{P_f^2 \alpha F_0}{2}, \quad (12b)$$

где ρ – плотность среды.

Выражение для полной удельной энергии в начальном сечении трубы (индекс 0) будет следующим:

$$W_{total}^0 = \frac{F_0}{2} ((P_f^0)^2 \alpha + (u_f^0)^2 \omega^2 \rho_f). \quad (13)$$

Из уравнений связи для параметров колебаний среды получаем аналогичные значения энергий для произвольного сечения l трубы. Следовательно, для всех сечений трубы с постоянным внутренним диаметром без ответвлений полная удельная энергия является константой:

$$W_{total} = \frac{F_0}{2} ((P_f^0)^2 \alpha + (u_f^0)^2 \omega^2 \rho_f) = \frac{F_0}{2} ((P_f^1)^2 \alpha + (u_f^1)^2 \omega^2 \rho_f) = \text{const}. \quad (14)$$

Для доказательства утверждения (14) вычислим кинетическую и потенциальную энергию трубы длиной L :

$$\begin{aligned} W_{kin} &= \int_0^L \left[\frac{1}{2} \left(u \cos(kx) - p \frac{\alpha}{k} \sin(kx) \right)^2 \sin^2(\omega t) \omega^2 \rho F \right] dx = \\ &= \frac{1}{4} \frac{\sin^2(\omega t)}{\alpha k} \left[-2pp'\alpha^2 + p'^2\alpha^2 kL + p^2\alpha^2 kL + \frac{1}{2} p'^2\alpha^2 \sin(2kL) + \right. \end{aligned}$$

$$\left. + 2pp'\alpha^2 \cos^2(kL) - \frac{1}{2} p^2 \alpha^2 \sin(2kL) \right];$$

$$\begin{aligned} W_{pot} &= \frac{1}{2} \left(u \frac{k}{\alpha} \sin(kx) + p \cos(kx) \right)^2 \cos^2(\omega t) \alpha F = \\ &= \frac{1}{4} \frac{\cos^2(\omega t)}{\alpha k} \left[2pp'\alpha^2 + p'^2 \alpha^2 kL + p^2 \alpha^2 kL - \frac{1}{2} p'^2 \alpha^2 \sin(2kL) - \right. \\ &\quad \left. - 2pp'\alpha^2 \cos^2(kL) + \frac{1}{2} p^2 \alpha^2 \sin(2kL) \right], \end{aligned}$$

где $p' = u \frac{k}{\alpha}$.

Тогда сумма кинетической и потенциальной энергии будет

$$\begin{aligned} W_{total} &= W_{kin} + W_{pot} = \frac{1}{4} \alpha L (p^2 + p'^2) + \\ &+ \frac{1}{4} \frac{k}{\alpha} \cos(\omega t) \left[2pp'\alpha^2 + \frac{1}{2} p'^2 \alpha^2 \sin(2kL) + 2pp'\alpha^2 \cos^2(kL) - \frac{1}{2} p^2 \alpha^2 \sin(2kL) \right], \end{aligned}$$

суммарная энергия колебаний за период –

$$\frac{1}{T} \int_0^T W_{total} = \frac{1}{4} \alpha L F (p^2 + p'^2) = \frac{1}{4} \alpha L F \left(p^2 + \left(u \frac{k}{\alpha} \right)^2 \right) = \text{const.}$$

Таким образом, в соответствии с энергетическим подходом можно формализовать задачу нахождения физически обусловленных форм и частот колебаний трубопроводной подсистемы. Пусть W^{b_1} , W^{b_2} , W^{b_i} – удельные энергии на входе в каждое из ответвлений подсистемы, W^1 и W^2 – энергии на входе 1 и выходе 2 рассматриваемой подсистемы соответственно. Тогда наиболее физически обусловленными частотами колебаний будут такие, при которых следующий функционал принимает максимальное значение:

$$\Psi(\omega) = \frac{W^{b_1} L_1 + W^{b_2} L_2 + \dots + W^{b_i} L_i + \dots}{W^1 \lambda + W^2 \lambda + \frac{2}{3} \rho \omega^2 \sum_{i=1}^n u_i^3 F_i} \rightarrow \max, \quad (15)$$

где $\frac{2}{3} \rho \omega^2 \sum_{i=1}^n u_i^3 F_i$ – величина потерь энергии с патрубков в основной поток (локальные потери энергии). Если патрубки тесно связаны (как, например, соосные), локальные потери равны нулю. Для определения частот колебаний можно пренебречь потерями энергии, поскольку амплитуда перемещений во входном сечении патрубка u много меньше длины волны λ . Для резонансных частот длина волны является величиной того же порядка, что и размеры подсистемы L , поэтому в соотношении (15) следует максимизировать лишь удельные энергии.

Рассмотрим потери энергии с концов подсистемы. Согласно решению волнового уравнения (5) распространение волн с учетом затухания η запишется как

$$p = \left(p_0 \cos(kx) + u_0 \frac{k}{\alpha} \sin(kx) \right) \cos(\omega t) e^{-\eta(\omega t + kx)}; \quad (16a)$$

$$u = \left(u_0 \cos(kx) - p_0 \frac{\alpha}{k} \sin(kx) \right) \cos(\omega t) e^{-\eta(\omega t + kx)}. \quad (16б)$$

Тогда энергия в бесконечном трубопроводе с учетом (13) определяется так:

$$E = \int_0^{\infty} \left[\frac{F_0}{2} ((P)^2 \alpha + (u)^2 \omega^2 \rho_f) \right] dx. \quad (17)$$

Поскольку полная энергия в произвольном сечении является постоянной, учитывая выражения (16), запишем:

$$E = W \int_0^{\infty} [\cos^2(\omega t) e^{-2\eta(\omega t + kx)}] dx. \quad (18)$$

Выполняя интегрирование, получаем

$$E = \frac{W}{2\eta k} \cos^2(\omega t) e^{-2\eta\omega t}. \quad (19)$$

Вычислим значение энергии в начале и в конце цикла колебаний:

$$E_{t=0} = \frac{W}{2\eta k}; \quad E_{t=T} = \frac{W}{2\eta k} e^{-4\eta\pi}. \quad (20)$$

С использованием разложения в ряд Тейлора–Маклорена для выражения $e^{-4\eta\pi} \approx 1 - 4\eta\pi$ (учитывая, что $\eta \approx 0,01 \dots 0,05$ малая величина) вычислим потери энергии за цикл колебаний:

$$\Delta E = \frac{2\pi}{k} W = \lambda W. \quad (21)$$

Это доказывает, что энергетические потери пропорциональны длине волны.

1.3. **Алгоритм поиска резонансных акустических частот.** Для практического использования можно предложить алгоритм максимизации данного функционала. Строятся вынужденные формы колебаний (значения смещения среды u и пульсаций давления P для каждого сечения) для различных граничных условий и всех частот в исследуемом диапазоне. В данном случае можно ограничиться двумя формами, которые задаются следующими граничными условиями:

$$(u_f^1)' = 1, \quad (u_f^2)' = 0; \quad (22a)$$

$$(u_f^1)'' = 0, \quad (u_f^2)'' = 1, \quad (22б)$$

где индексы 1 и 2 обозначают смещение среды на входе (сечение 1) и выходе (сечение 2) рассматриваемой подсистемы соответственно (рис. 4).

Таким образом, любая форма собственных колебаний будет линейной комбинацией вынужденных форм, определенных при граничных условиях (22):

$$u^1 = \beta_1 (u^1)' + \beta_2 (u^1)'' , P^1 = \beta_1 (P^1)' + \beta_2 (P^1)'' . \quad (23)$$

Поскольку в (15) входят отношения удельных энергий, достаточно использовать один коэффициент β . Для произвольного i -го сечения введем понятие “параметризованной” энергии:

$$W^i(\omega, \beta) = F_{0i} (((P_i)' + \beta(P_i)'')^2 \alpha + ((u_i)' + \beta(u_i)'')^2 \omega^2 \rho) , \quad (24)$$

где β – параметр, определяющий результирующую форму колебаний, суперпозицию форм (22); $(P_i)'$, $(u_i)'$ и $(P_i)''$, $(u_i)''$ – параметры системы в i -м сечении, полученные при граничных условиях (22a) и (22б) соответственно.

Подставив выражение (24) в (15), получим

$$\Psi(\omega, \beta) = \frac{W^{b_1}(\beta) + W^{b_2}(\beta) + \dots + W^{b_i}(\beta) + \dots}{W^1(\beta) + W^2(\beta)} . \quad (25)$$

Для каждой частоты ω функционал (25) максимизируется по β , и на основе полученных значений строится график оптимального Ψ в зависимости от частоты ω . Локальные максимумы на этом графике будут соответствовать наиболее физически обусловленным частотам из рассматриваемого диапазона.

Максимум (25) может быть найден по выражению

$$\frac{\partial \Psi(\omega, \beta)}{\partial \beta} = 0 , \quad (26)$$

что приводит к квадратному уравнению относительно β , и может быть легко решено для каждой частоты.

Данный алгоритм не является единственно возможным методом максимизации (25). В целом энергетический подход может быть эффективно использован в случаях, если источник колебаний находится внутри трубопроводной подсистемы, которая колеблется с наибольшей амплитудой.

1.4. Применение предложенного подхода к простым конфигурациям патрубков. Данный подход был проверен на простых конфигурациях трубопроводных подсистем. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными [9–11]. Обозначения для конфигурации подсистем представлены на рис. 1, размеры патрубков указаны на соответствующих графиках. Среда испытаний – воздух при нормальных условиях.

Для каждой частоты найдены решения посредством МНП и двух видов граничных условий (22). С использованием полученных решений записывали энергетический функционал (25), оптимизируемый по β . Полученные значения использовали для построения графика зависимости оптимального Ψ от частоты ω , пики на котором соответствуют резонансным частотам.

Одиночный патрубок. В соответствии с (25) соотношение энергий представляется в виде

$$\Psi(\omega, \beta) = \frac{W_f^{b_1}(\omega, \beta)}{W_f^1(\omega, \beta) + W_f^2(\omega, \beta)}, \quad (27)$$

где удельные энергии в каждом сечении рассчитываются с помощью (24).

Для определения составляющих уравнения (27) используем уравнения (5) для патрубка, граничное условие на конце патрубка $u_{32} = 0$, а также уравнения связи (6):

$$P_{32} = P_{31} \cos(kL) + u_{31} \frac{k}{\alpha} \sin(kL), \quad 0 = u_{31} \cos(kL) - P_{31} \frac{\alpha}{k} \sin(kL). \quad (28)$$

Выразим все величины, входящие в соотношение (28), через перемещения в основной трубе:

$$P_{12} = P_{21} = P_{31} = \frac{k F_1 \cos(kL)}{\alpha F_3 \sin(kL)} (u_{12} - u_{21}); \quad u_{31} = (u_{12} - u_{21}) \frac{F_1}{F_3}. \quad (29)$$

С использованием граничных условий (22) и выражения (26) для произвольной частоты находим, что $\beta = -1$. Тогда (27) записывается в виде

$$\Psi(\omega) = \frac{2 \frac{k^2 \cos(kL)}{\alpha \sin(kL)} + 2\rho\omega^2}{4 \frac{k^2 F_1 \cos(kL)}{\alpha F_3 \sin(kL)} + \frac{F_3}{F_1} \rho\omega^2}. \quad (30)$$

На рис. 5 показано соотношение энергий Ψ для одиночного патрубка, построенное по (30). Видно, что пики на графике соответствуют резонансным частотам. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [9].

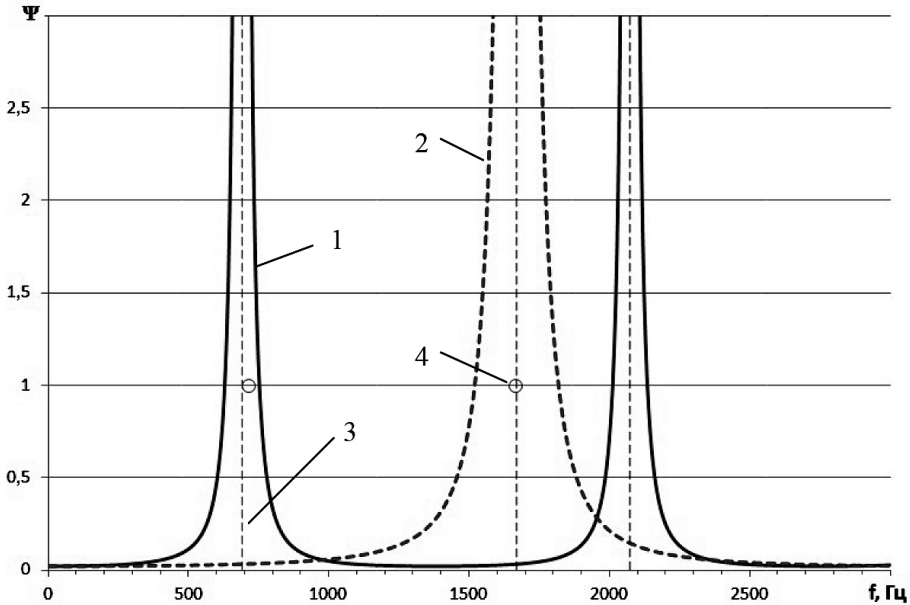


Рис. 5. Соотношение энергий для одиночного патрубка ($D = 0,1016$ м; $d = 0,2D$): 1 – $L = 0,111$ м; 2 – $L = 0,04$ м; 3 – оценка по (2); 4 – экспериментальные данные [9].

С помощью выражения $\partial\Psi(\omega)/\partial\omega = 0$ можно найти нули функционала (30):

$$4F_1F_3 \frac{L}{c} (4F_1^2 - F_3^2) \sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega L}{c}\right) = 0. \quad (31)$$

Анализируя (31), легко показать, что $\frac{\omega L}{c} = \pi n$, $n \in Z$ соответствует минимумам, тогда как $\frac{\omega L}{c} = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$ – максимумам. Таким образом, последнее выражение определяет резонансные частоты для одиночного патрубка, что полностью совпадает с (2).

Тандемные патрубки. В соответствии с (25) соотношение энергий записывается следующим образом:

$$\Psi(\omega, \beta) = \frac{W_f^{b1}(\omega, \beta) + W_f^{b2}(\omega, \beta)}{W_f^{1}(\omega, \beta) + W_f^{2}(\omega, \beta)}. \quad (32)$$

На рис. 6 показано соотношение энергий Ψ для данной подсистемы (пики соответствуют резонансным частотам).

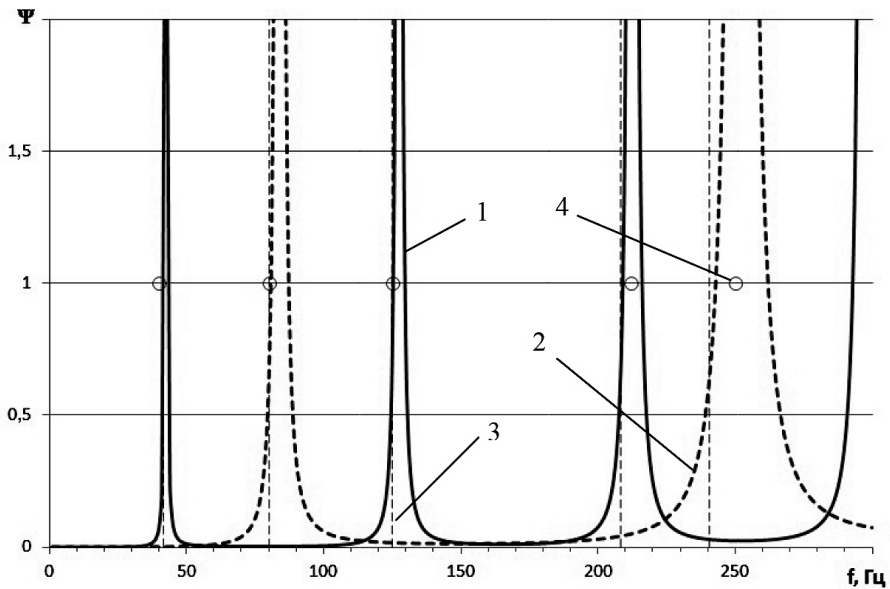


Рис. 6. Соотношение энергий для тандемных патрубков ($D = 0,089$ м; $d = 0,57D$): 1 – $L = 2$ м, $l = 2,35d$; 2 – $L = 1$ м, $l = 2,75d$; 3 – оценка по (3); 4 – экспериментальные данные [10].

Частоты, полученные с использованием предложенного подхода, близки к экспериментальным [10], а теоретическое приближение (3) дает их заниженные значения. Судя по всему, формула (3) учитывает лишь общую длину $2L+l$ патрубков и перемычки между ними, а разница поперечного сечения не учитывается. Таким образом, (3) можно использовать для приблизительной оценки частот колебаний относительно простых трубопроводных подсистем.

Соосные патрубки. В данном случае соотношение энергий такое же, как и для тандемных патрубков (32). Записывая формулы, аналогичные (28), (29), и, выполняя оптимизацию по β , можно получить соотношение энергий в виде

$$\Psi(\omega) = \frac{\frac{k^2 \cos(kL)}{\alpha \sin(kL)} + \rho\omega^2}{\frac{k^2 F_1 \cos(kL)}{\alpha F_3 \sin(kL)} + \frac{F_3}{F_1} \rho\omega^2}. \quad (33)$$

На рис. 7 показано соотношение энергий Ψ для данной подсистемы (пики соответствуют собственным частотам). Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [10].

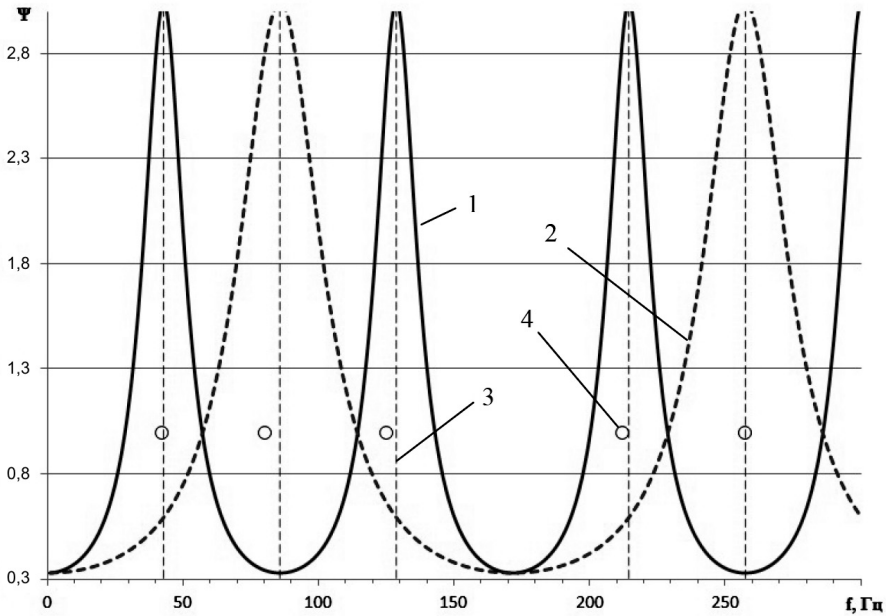


Рис. 7. Соотношение энергий для соосных патрубков ($D = 0,089$ м; $d = 0,57D$): 1 – $L = 2$ м; 2 – $L = 1$ м; 3 – оценка по (2); 4 – экспериментальные данные [10].

С помощью выражения $\partial\Psi(\omega)/\partial\omega = 0$ можно найти нули функционала (33):

$$2F_1F_3 \frac{L}{c} (F_1^2 - F_1F_3 - F_3^2) \sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) \cos\left(\frac{\omega L}{c}\right) = 0. \quad (34)$$

Максимумы и минимумы (34) аналогичны (31), что полностью совпадает с (3).

Сравнение приведенных выше результатов с экспериментальными данными [9, 10] свидетельствует о точности и гибкости предложенного энергетического метода. Данный подход эффективен для расчета сложных систем, где простые зависимости (2), (3) не применимы.

2. Обобщенный энергетический подход к определению амплитуд пульсаций.

2.1. **Общая концепция определения амплитуд.** Авторы полагают, что предложенный энергетический подход гибок и может быть распространен на расчет амплитуд пульсаций давления. Согласно условию энергетического баланса количество энергии, которое поступает в систему, равняется потерям энергии:

$$E_{inject} = E_{loss}. \quad (35)$$

Очевидно, что поступающая энергия должна быть пропорциональна напору в основной трубе и площади поперечного сечения патрубка. Энергетические потери – знаменатель в энергетическом соотношении (15). Уравнение (35) может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{\rho v^2}{2} \sum_{i=1}^m F_i u_i Z(Sh) = \gamma \left(W_f^1 + W_f^2 + \frac{2}{3} \rho \omega^2 \sum_{i=1}^n u_i^3 F_i \right), \quad (36)$$

где $Z(Sh)$ – коэффициент, который зависит от числа Струхала и характеризует способность подсистемы поглощать энергию из основного потока.

Экспериментальные данные [2, 3, 10, 11] подтверждают существование диапазона числа Струхала $Sh = 0,3 \dots 0,5$, в котором амплитуда пульсаций является максимальной для заданной конфигурации трубопроводной подсистемы. Коэффициент $Z(Sh)$ используется для оценки действительного значения амплитуды пульсаций давления в патрубке и его следует определять по экспериментальным данным для одиночного патрубка.

Из (36) можно найти коэффициент γ , если известен $Z(Sh)$ из эксперимента для одиночного патрубка, умножением на который получим действительное значение амплитуды пульсаций давления подсистемы:

$$\gamma = \frac{\frac{\rho v^2}{2} \sum_{i=1}^m F_i u_i Z(Sh)}{\left(W_f^1 + W_f^2 + \frac{2}{3} \rho \omega^2 \sum_{i=1}^n u_i^3 F_i \right)}. \quad (37)$$

Ниже метод определения амплитуд пульсаций проанализирован для простых конфигураций трубопроводных подсистем, приведенных на рис. 1.

2.2. Определение амплитуд пульсаций для простых трубопроводных подсистем.

Одиночный патрубок. Для одиночного патрубка (рис. 1,а) уравнение (36) записывается в следующем виде:

$$\frac{\rho v^2}{2} F_3 u_{31} Z(Sh) = \left(W_f^1 \frac{\lambda}{2} + W_f^2 \frac{\lambda}{2} + \frac{2}{3} \rho \omega^2 u_{31}^3 F_3 \right). \quad (38)$$

Поскольку для резонансных частот энергетические потери во входном W_f^1 и выходном W_f^2 сечениях основной трубы равны нулю, если $d/D \ll 1$, уравнение (38) может быть преобразовано следующим образом:

$$u_{31} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v Z(Sh)}{\omega}. \quad (39)$$

Используя общее уравнение для трубы (5) и граничное условие на закрытом конце патрубка $u_{32} = 0$, амплитуду пульсаций давления на его конце получим из (39)

$$P_{br} = \frac{\sqrt{3}}{2} p v c Z(Sh). \quad (40)$$

Анализ выражения (40) показывает, что без учета коэффициента $Z(Sh)$ амплитуда пульсаций давления постоянна и зависит только от напора в основной трубе. Как видно, амплитуда пульсаций давления не зависит от соотношения площадей поперечного сечения при $d/D < 0,5$, что соответствует экспериментальным данным для одиночного патрубка [11].

Исходя из экспериментальных данных уравнение (40) становится базовым для определения коэффициента $Z(Sh)$. Результат (40) очевиден и характеризует значения, от которых зависит амплитуда пульсаций.

Тандемные патрубки. Для тандемных патрубков (рис. 1,б) уравнение (36) записывается в виде

$$\frac{\rho v^2}{2} F_3 Z(Sh) (|u_{31}| + |u_{41}|) = (W_f^1 + W_f^2) \frac{\lambda}{2} + \frac{2}{3} \rho \omega^2 F_3 (u_{31}^3 + u_{41}^3). \quad (41)$$

Из соображений симметрии $u_{31} = -u_{41}$. Тогда (41) преобразуется следующим образом:

$$\rho v^2 Z(Sh) u_{31} F_3 = P_{12}^2 \frac{F_1}{4} \alpha \lambda. \quad (42)$$

С помощью общего уравнения для трубы (5) преобразуем выражение (42) к виду

$$u_{31} = \frac{2\rho v^2}{\pi} \frac{\alpha F_3}{k F_1} \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{c} L\right)}{\cos^2\left(\frac{\omega}{c} L\right)} Z(Sh). \quad (43)$$

Используя граничное условие $u_{32} = 0$, с учетом (43) находим амплитуду пульсаций давления на закрытом конце патрубка:

$$P_{br} = \frac{2\rho v^2}{\pi} \frac{F_3}{F_1} \frac{\sin\left(\frac{\omega}{c} L\right)}{\cos^2\left(\frac{\omega}{c} L\right)} Z(Sh). \quad (44)$$

Для резонансных частот (3) амплитуда пульсаций давления на закрытом конце патрубка будет

$$P_{br} = \frac{\rho v^2}{\pi} \frac{F_3}{F_1} \frac{\sin\left(\frac{\pi(1+n)L}{2(L+l/2)}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi(1+n)L}{2(L+l/2)}\right)} Z(Sh). \quad (45)$$

Анализ выражения (45) свидетельствует о том, что амплитуда пульсаций давления зависит от напора в основной трубе, коэффициента $Z(Sh)$, длины патрубков и расстояния между ними, а также соотношения площадей поперечного сечения. С увеличением последнего амплитуда пульсаций давления также возрастает, что соответствует экспериментальным данным [11]. В [11] показано, что с увеличением соотношения диаметров (d/D) эта амплитуда в тандемных патрубках также повышается.

Из соотношения $\sin\left(\frac{\pi(1+n)L}{2L+l/2}\right) / \cos^2\left(\frac{\pi(1+n)L}{2L+l/2}\right)$ видно, что с увеличением

расстояния между патрубками l амплитуда пульсаций давления уменьшается. Этот результат также соответствует экспериментальным данным [11], где для нескольких $l/d = 2,35; 4,3$ и $5,6$ показано уменьшение амплитуды пульсаций давления.

Соосные патрубки. Для соосных патрубков (рис. 1,б) уравнение (36) имеет такой же вид, как и уравнение (41), и может быть проанализировано с использованием результата (45). Для соосных патрубков $l = 0$, таким образом амплитуда пульсаций давления $P_{br} \rightarrow \infty$, это означает, что соосные патрубки – модель бесконечного резонатора. Естественно, что подобный результат обусловлен отсутствием демпфирования в математической модели. На практике можно воспользоваться моделью тандемных патрубков для соосных патрубков, где расстояние $l = D$.

Применение этих методов расчета будет продемонстрировано ниже на примере анализа вибраций паропроводов АЭС.

3. Вибрации паропроводов ВВЭР-1000. Система паропроводов ($\varnothing 630 \times 25$) АЭС с реактором ВВЭР-1000 расположена в помещении А-820 и включает четыре ветки (ТХ50, ТХ60, ТХ70, ТХ80) от парогенераторов (ПГ-1, ПГ-2, ПГ-3, ПГ-4) к турбине (рис. 8). Каждая ветка имеет участок с тремя вертикальными торообразными ответвлениями для аварийного сброса давления пара. Верхняя часть торов снабжена массивными предохранительными клапанами.

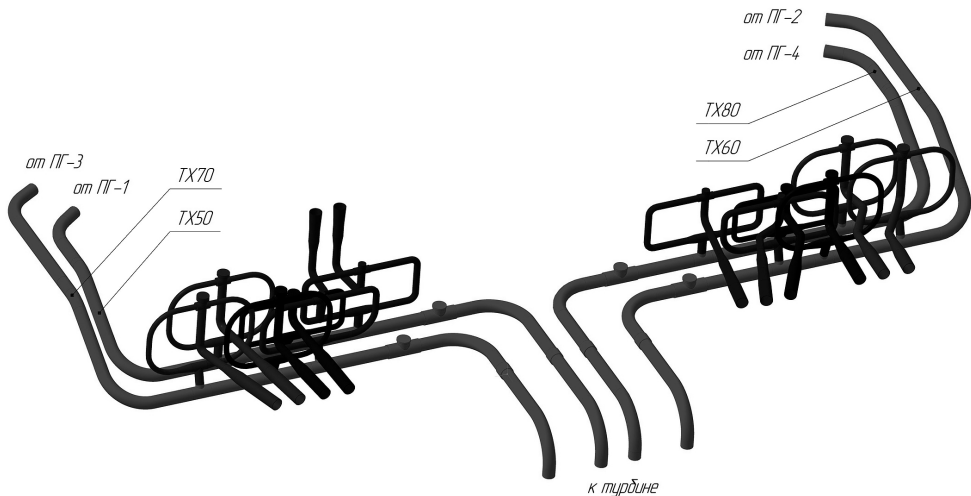


Рис. 8. Паропроводы ВВЭР-1000.

Паропроводы закреплены с помощью пружинных подвесок и скользящих опор, предохранительные клапаны жестко крепятся на опорных металлоконструкциях. С механической точки зрения система трубопроводов изолирована, так как с обоих концов жестко зафиксирована в массивных железобетонных стенах.

Тем не менее на ряде энергоблоков наблюдаются существенные вибрации паропроводов, в особенности трехторовой подсистемы. В связи с этим на одном из энергоблоков ВВЭР-1000 выполнен следующий комплекс работ:

измерены виброускорения точек паропроводов, определены спектр частот и виброскорости точек;

построена математическая модель и проведены расчеты статического напряженно-деформированного состояния трубопроводов;

определены собственные механические и акустические частоты и формы колебаний паропроводов;

смоделированы связанные акустомеханические колебания, определены амплитуды пульсаций давления и сил в трубопроводах;

предложен ряд рекомендаций по уменьшению уровня вибраций.

3.1. **Расчет частот и амплитуд колебаний.** Для определения собственных частот колебаний пульсаций пара использовали следующие параметры: $\rho = 34,5 \text{ кг/м}^3$; $\alpha = 0,12 \text{ МПа}^{-1}$, скорость звука 491 м/с.

Результаты показали, что в диапазоне 0...60 Гц существует большое число собственных частот колебаний как механических (рис. 9), так и акустических, причем анализ собственных форм позволяет заключить, что частоты являются физически обусловленными. Это свидетельствует о том, что отстройка от резонанса в соответствии с правилами [7] практически невозможна.

Поскольку амплитуды колебаний “трехторовых” подучастков существенно выше амплитуд основных труб, для данных подучастков целесообразно применить представленный в разд. 1 энергетический подход. В соответствии с подходом для каждой ветки необходимо записать энергетическое соотношение $\Psi(\omega, \beta)$ и оптимизировать его по параметру β . На рис. 10 для ТХ60 показана зависимость Ψ от частоты колебаний после оптимизации по β . Видно, что частоты 40,3; 58,7; 66,1; 69,7 Гц являются энергетически обусловленными, при этом частоте 40,3 Гц соответствует максимум.

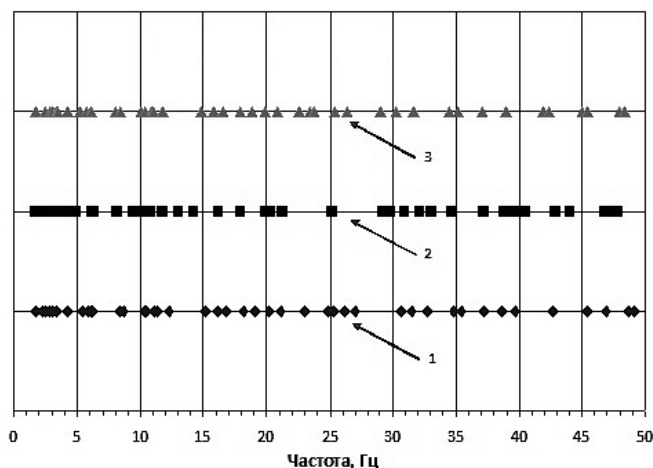


Рис. 9. Механические частоты колебаний: 1 – ТХ60; 2 – ТХ50 (ТХ80); 3 – ТХ70.

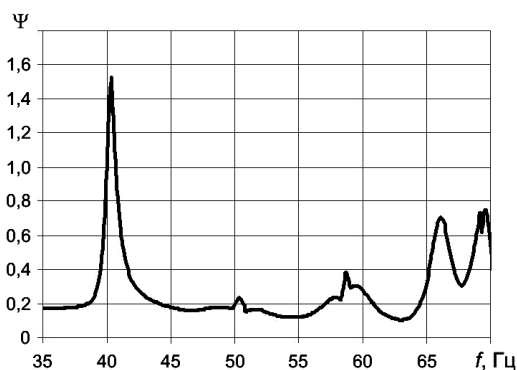


Рис. 10. Зависимость Ψ от частоты колебаний f для ТХ60.

Поскольку в соответствии с энергетическим подходом частота акустических колебаний 40,3 Гц является физически обусловленной для ветки ТХ60 и отвечает данным измерений, целесообразно моделировать вынужденные связанные акусто-механические колебания на этой частоте.

Зная обусловленную частоту колебаний и соответствующую ей форму, можно найти расчетное распределение давлений в паропроводах, для этого необходимо вычислить коэффициент γ по формуле (36). На основе приведенного в разд. 2 подхода вычислены амплитуды пульсаций давления в паропроводах при $Z(Sh) \approx 0,35$:

$$p^1 = 27 \text{ кПа (для торообразных участков);}$$

$$p^2 = 12 \text{ кПа (для основной трубы).}$$

Определенные амплитуды пульсаций давления соответствуют усилию в центрах гибов $N = 2\pi PR^2 \sin 45^\circ$ и составляют $N^1 = 4600 \text{ Н}$ для торообразных участков и $N^2 = 1800 \text{ Н}$ для основной трубы.

Рассчитанные амплитуды пульсаций пара в десятки раз больше, чем перемещения трубы, для торообразных участков $u^1 = 7,6 \text{ мм}$ и для основной трубы $u^2 = 3 \text{ мм}$.

Таким образом, для данных паропроводов можно использовать не полную, а частичную модель связанных колебаний, когда смещение трубы не оказывает влияния на колебания среды.

3.2. Результаты измерений виброскоростей и частот для паропроводов ЗАЭС-1. Амплитуды колебаний измеряли с помощью специально созданного измерительного комплекса, состоящего из датчиков ускорения, усилителя сигнала, аналого-цифрового преобразователя и ПК для записи результатов измерений. Одновременно снимая и записывая данные с трех датчиков, можно измерять виброускорения по всем координатным осям (рис. 11).

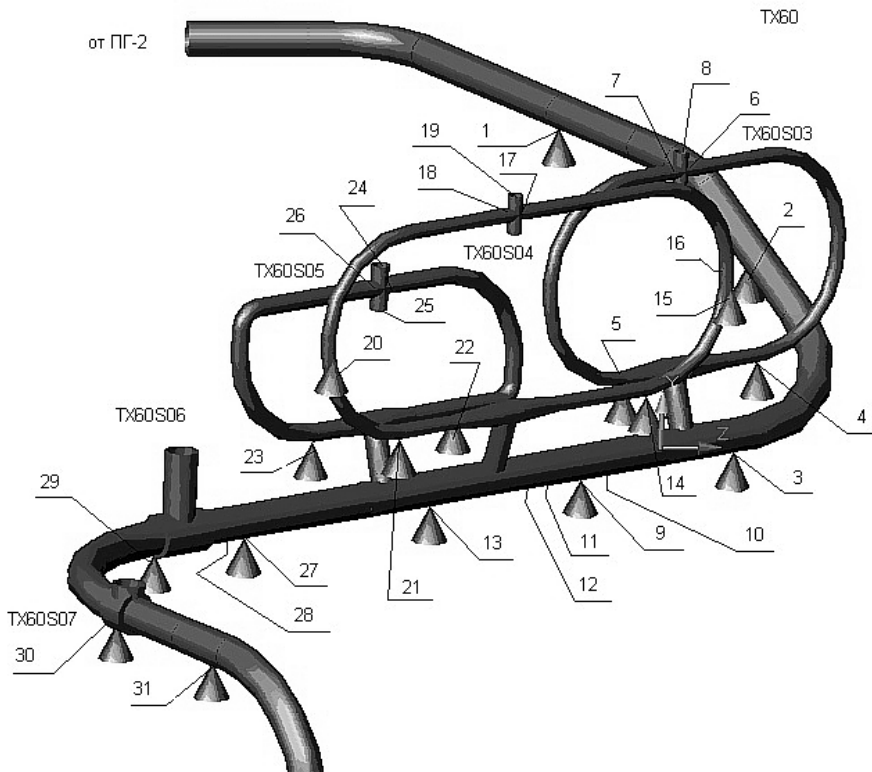


Рис. 11. Точки измерения вибраций для ТХ60.

Сравнение измеренных и рассчитанных значений виброскоростей для ТХ-60

Номер точки (рис. 11)	Вертикальные вибрации				Горизонтальные вибрации				Продольные вибрации			
	Рассчитанная		Экспериментальные		Рассчитанная		Экспериментальные		Рассчитанная		Экспериментальные	
	виброскорость, мм/с	частота, Гц	виброскорость, мм/с	частота, Гц	виброскорость, мм/с	частота, Гц	виброскорость, мм/с	частота, Гц	виброскорость, мм/с	частота, Гц	виброскорость, мм/с	частота, Гц
4	0,28	40,33	3,78	40,33	1,93	40,33	12,30	40,33	3,22	40,33	0,58 (88%**)	44,7 (40,33*)
5	3,61	40,33	3,86	40,33	1,15	40,33	1,02 (89%**)	31,50 (40,33*)	3,22	40,33	0,87	32,5
8	1,40	40,33	7,52	40,33	0,48	40,33	1,79	40,50	0,15	40,33	5,63	40,33
10	2,02	40,33	2,35	40,33	1,69	40,33	1,61	40,33	0,52	40,33	0,42	40,50
14	2,34	40,33	5,00	40,33	8,14	40,33	3,27 (42%**)	32,33 (40,33*)	1,14	40,33	1,17	40,50
15	0,09	44,67 (40,00*)	3,07 (77%**)	44,67 (40,00*)	4,13	40,50	1,59 (83%**)	40,50 (44,70*)	2,24	40,50	2,47	40,33
16	0,05	44,67 (40,00*)	1,81 (74%**)	44,67 (40,00*)	2,99	40,33	6,64 (71%**)	40,33 (44,80*)	2,25	40,33	3,09 (71%**)	44,67 (40,33*)
19	0,05	44,83	3,30	44,83	0,19	44,83	1,30 (82%**)	44,67 (40,33*)	0,15	44,67	1,75 (52%**)	44,67 (40,50*)
20	0,82	44,83 (40,33*)	0,90 (65%**)	44,83 (40,33*)	1,89	44,67	1,10 (45%**)	44,67 (40,33*)	1,30	44,67	1,31 (42%**)	40,50 (44,70*)
21	0,67	40,33	4,99	40,33	5,20	40,33	1,70 (69%**)	44,67 (40,33*)	1,11	44,67	1,85	40,33
22	1,06	44,70	2,21	44,70	1,63	44,70	4,41	44,70	2,54	44,70	3,34	44,70
23	0,28	40,36	1,98	40,36	2,85	44,70	5,66	44,70	2,53	44,70	1,54 (50%**)	44,70 (40,36*)
24	0,15	44,86 (40,00*)	2,54 (85%**)	44,86 (40,00*)	0,68	44,50	0,93 (61%**)	44,50 (40,36*)	0,15	44,50	3,74 (54%**)	44,70 (40,36*)

Примечание: Одной звездочкой обозначена вторая значащая частота колебаний, двумя – отношение амплитуды виброскорости на второй значащей частоте к амплитуде виброскорости на первой частоте.

Создана также компьютерная программа, позволяющая определять вибрационные скорости и перемещения по вибрационным ускорениям, а также спектр частот колебаний. В ее основе лежит разложение в ряд Фурье зависимости ускорение–время с последующим аналитическим интегрированием ряда для построения зависимостей скорость–время и перемещение–время.

Измерения, которые проводились на всех четырех ветках при работе энергоблока на 90 и 100% мощности, свидетельствуют о следующем:

наибольшие виброскорости (27 мм/с) зафиксированы на первом “бублике” ветки ТХ60 на частоте 40,33 Гц при работе блока на 90% мощности, при работе на 100% мощности виброскорости падают до 12,3 мм/с при частотах 44,7 и 32 Гц;

ветка ТХ50 имеет основную частоту на уровне 64 Гц, ТХ70 и ТХ80 – на уровне 44 Гц, при этом скорость вибрации ТХ80 (25 мм/с) значительно выше скорости вибраций ТХ50 и ТХ70 (5 мм/с);

основные частоты колебаний металлоконструкций, в том числе в месте крепления предохранительных клапанов, составляют 44 и 40 Гц.

Полученные данные показывают, что имеет место переход колебаний с ветки на ветку через металлоконструкции, которые также колеблются на частотах торообразных участков. Изменение уровня вибраций и частоты с увеличением мощности работы энергоблока свидетельствует об акустической природе источника колебаний паропроводов.

В таблице представлены результаты сравнения измеренных значений виброскоростей с рассчитанными (для нескольких точек) для ТХ60 во время работы блока на 100% мощности.

Проведенный анализ подтвердил гипотезу о турбулентных вихрях как основной причине вибрации паропроводов, что позволило разработать следующие рекомендации:

заменить пружинную подвеску № 20 скользящей опорой после расчетов на сейсмочпрочность;

увеличить жесткость пружинных подвесок;

повысить жесткость крепления предохранительных клапанов и всех металлоконструкций.

К настоящему времени на исследуемом энергоблоке ВВЭР-1000 осуществлена последняя рекомендация: с помощью “ферм” усилены поддерживающие металлоконструкции, что привело к снижению виброскоростей в три и более раз.

Выводы

1. Учитывая особую трудность определения корректных граничных условий для анализа колеблющейся подсистемы, пересмотрен и дополнен энергетический подход (с учетом локальных энергетических потерь с патрубков) для определения частот акустических колебаний трубопроводов.

2. Предложенный подход тестирован на простых подсистемах, для которых известны экспериментальные и приближенные формулы. Показано соответствие между рассчитанными и экспериментальными частотами.

3. Предложен метод определения амплитуд акустических пульсаций трубопроводов, основанный на концепции максимального поглощения энергии из основного потока и ее потерях с использованием полученных экспериментальных данных. Учен также эффект числа Струхала путем введения коэффициента $Z(Sh)$.

4. Показано, что, располагая экспериментальными данными для одиночного патрубка (зная коэффициент $Z(Sh)$), можно вычислить амплитуду пульсаций любой подсистемы для заданного соотношения площадей поперечного сечения патрубка и основной трубы.

5. Предложенный метод позволил завершить предыдущий анализ вынужденных колебаний паропроводов второго контура первого блока ЗАЭС с ВВЭР-1000. С помощью коэффициента $Z(Sh)$ вычислены амплитуды пульсаций давлений и значения виброскоростей и напряжений в трубопроводах.

Резюме

Запропоновано метод розрахунку частот і амплітуд акустичних коливань, що виникають внаслідок руху газоподібного середовища в довгих трубопроводах із боковими замкненими відгалуженнями. Прийнято, що резонансні частоти відповідають локальним максимумам функціонала, що містить відношення енергії, яка потрапила у систему, до розсіяної енергії з границь системи. Енергетичний підхід розширено для аналізу не тільки частот коливань, а й амплітуд. Для їх визначення записується баланс енергії, що поступила у систему (як функція числа Струхаля) до розсіяної енергії. Завершено попередній аналіз вимушених коливань паропроводів другого контуру енергоблоку № 1 Запорізької АЕС з реактором ВВЕР-1000, які виникають через турбулентні вихри на замкнених тороподібних ділянках. Визначено резонансні частоти й амплітуди акустичних коливань паропроводів. За допомогою рівнянь взаємодії середовище–трубопровід обчислено вібронапруження і віброшвидкості паропроводів та проведено порівняння їх з заміряними значеннями.

1. *Broerman E. L., Gatewood J. T., O'Grady J. T., et al.* Identifying and mitigating flow-induced vibration in recycle loop gas piping at a centrifugal compressor station // Proc. of the 8th International Pipeline Conference (IPC2010-31656). – Calgary, Canada, 2010. – P. 311–316.
2. *Tonon D., Nakiboğlu G., Willems J. F. H., et al.* Self-sustained aeroacoustic oscillations in multiple side branch pipe systems // Proc. of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference). – Miami, USA, 2009. – No. AIAA 2009-3262.
3. *Ziada S.* Flow-excited acoustic resonance in industry // J. Press. Vess. Technol. – 2010. – **132**, No. 1. – P. 1–9.
4. *Vasilyev P. and Fromzel L.* Analytical study of piping flow-induced vibration. Example of implementation // Proc. of the 17th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT-17). – Prague, Czech Republic, 2003. – Paper # J05-6.
5. *Штефан Е. В., Шамис М. Б., Литовченко И. Н.* Информационные технологии анализа вибропрочности главного паропровода Ровенской атомной электростанции // Пробл. прочности. – 2010. – № 1. – С. 165–170.
6. *Беликов С. О.* Разработка методов идентификации акустических резонансов и снижения уровней вибрации в главном паропроводе АЭС с ВВЭР-1000: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М.:, 2012. – 24 с.
7. *ПНАЭ Г-7-002-86.* Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. – Введ. 01.07.1987.
8. *Goyder H.* Damping of acoustic waves in pipelines due to end conditions // Proc. of the Pressure Vessels and Piping Conference. – Paris, France, 2013. – Paper No. PVP2013-97349, doi: 10.1115/PVP2013-97349.
9. *Jungowski W. M., Botros K. K., and Studzinski W.* Cylindrical side-branch as tone generator // J. Sound Vibr. – 1989. – **131**, No. 2. – P. 265–285.

10. *Ziada S. and Bühlmann E. T.* Self-excited resonances of two-side branches in close proximity // *J. Fluids Struct.* – 1992. – **6**, No. 5. – P. 583–601.
11. *Ziada S. and Shine S.* Strouhal numbers of flow-excited acoustic resonance of closed side branches // *Ibid.* – 1999. – **13**, No. 1. – P. 127–142.
12. *Orynyak I., Radchenko S., and Dubyk I.* Application of the transfer matrix method to the analysis of hydro-mechanical vibration of NPP piping // *Proc. of the Pressure Vessels and Piping Conference.* – Paris, France, 2013. – Paper No. PVP2013-97676, doi: 10.1115/PVP2013-97676.

Поступила 15. 12. 2014