УДК 537.525

ДВОВИМІРНА НЕСТАЦІОНАРНА ЧИСЛОВА МОДЕЛЬ ЖЕВРІЮЧОГО РОЗРЯДУ В АКСІАЛЬНО-СИМЕТРИЧНІЙ ГЕОМЕТРІЇ

О.П. Пономарьов[1], І.О. Анісімов[2]
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна
E-mail: [1]alex.ponomaryov@gmail.com; [2]ioa@univ.kiev.ua

В рамках гідродинамічного наближення створено двовимірну нестаціонарну числову модель горіння жевріючого розряду в циліндричній геометрії, яка враховує іонізацію нейтральних атомів електронним ударом, електрон-іонну рекомбінацію та вторинну емісію з катоду. Модель дозволяє проводити розрахунки параметрів жевріючого розряду в нестаціонарних режимах, та відтворює основні експериментальні відомості про жевріючий розряд.

1. ВСТУП

Широке використання жевріючого розряду в газорозрядних технологіях та складність вихідних рівнянь [1], що описують розрядну систему, викликала необхідність створення числових моделей дослідження розряду. Не дивлячись на значну кількість вже існуючих робіт, присвячених як побудові числових алгоритмів, так і вдосконаленню фізичних моделей, подальша розробка методів числового дослідження розряду залишається актуальною [2-3].

Основою для числового моделювання жевріючого розряду постійного струму є дифузійно-дрейфове наближення, суть якого полягає в локальній залежності швидкості заряджених частинок від поля та апроксимації коефіцієнта іонізації локальними значеннями густини струму електронів та поля. Вихідними рівняннями при цьому є неоднорідні рівняння неперервності для заряджених частинок та рівняння Пуассона для розрахунку потенціалу електричного поля. Застосовність дифузійно-дрейфового наближення є виправданою за умови малої кількості електронів-утікачів. Відомо, що в катодному шарі жевріючого розряду напруженість поля настільки значна, що частина емітованих з катоду електронів рухається в режимі неперервного прискорення. Але для розрядів високого тиску та слабо аномальних густин струмів їх частка в порівнянні з загальною кількістю електронів незначна, тож середня довжина вільного пробігу електронів у катодному шарі значно менша від його довжини, що і виправдовує застосовність дифузійно-дрейфового наближення. Для моделювання розрядів низького тиску або ж зі значними густинами струму існують моделі, засновані на застосуванні методів Монте-Карло для розрахунку як швидкості дрейфу, так і іонізаційного доданку [4-5], або ж на наближеному розв'язанні кінетичного рівняння [6].

Наявність як дифузії, так і дрейфу заряджених частинок в зовнішньому полі являє собою задачу вже не фізичного, а математичного характеру. Відомо, що різницева апроксимація просторових похідних першого порядку вносить у вихідну задачу доданки, які створюють штучні дифузію та дисперсію [7]. Однозначний рецепт нівелювання цих доданків відсутній. Деякі автори все ж використовували для гідродинамічного моделювання різницеву апроксимацію першого порядку за просторовими змінними [3-5, 8], автори [4-5] використовували вздовж катодного шару нерегулярну сітку. Різницева апроксимація дрейфових доданків, запропонована в [9], дає другий порядок точності, але засновується на факторизації коефіцієнтів дифузії, що вносить свій негативний вклад в особливості числового розв'язку отриманої системи алгебраїчних рівнянь.

Проблема, пов'язана з відмінностями в результатах, отриманих для різних розрахункових алгоритмів, була досліджена в [11]. У цій самій роботі досліджено вплив температури електронів, яка виступає зовнішнім параметром, на розраховані параметри жевріючого розряду. Цей самий автор дослідив вплив граничних умов на результати розрахунку та розробив економічний алгоритм для розрахунку стаціонарного стану жевріючого розряду [2].

Наша робота присвячена створенню нестаціонарної гідродинамічної числової моделі жевріючого розряду. Вона викликана необхідністю досліджувати процеси встановлення нормального режиму горіння розряду в найбільш природній циліндричній геометрії. Необхідність отримання нестаціонарних розв'язків вихідної системи рівнянь вимагає створення економічного алгоритму з мінімальним часом розрахунку одного кроку за часом та з другим порядком апроксимації за просторовими змінними. Ця задача розв'язана шляхом використання методу декомпозиції (або методу повної редукції) для числового розв'язку як рівнянь неперервності, так і рівняння Пуассона.

В другому розділі описані вихідні рівняння для опису стану розряду в дифузійно-дрейфовому наближенні. Третій розділ присвячений опису чисельного алгоритму, результати тестових розрахунків та їх обговорення здійснено в четвертому розділі.

2. ФІЗИЧНА МОДЕЛЬ

Розглянемо найпростішу модель з однозарядними позитивними іонами та електронами. Вихідними рівняннями для дифузійно-дрейфового опису розряду є рівняння неперервності для електронної та іонної компонент та рівняння Пуассона для потенціалу електричного поля:

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ. 2010. № 4.
Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (7), с.186-188.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} = -div\left(-D_j \vec{\nabla} n_j + a_j n_j \mu_j \vec{E}\right) + \alpha(E)\left|n_e \mu_e \vec{E}\right| - \beta n_i n_e ,$$

$$\left(a_i = +1,\ a_e = -1\right) \qquad (1)$$

$$\Delta\varphi = -4\pi q\left(n_i - n_e\right), \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi , \qquad (2)$$

де n_j – концентрації (для двокомпонентної плазми з однозарядними додатними іонами, індекс $j = i$ вказує на іони, індекс $j = e$ – на електрони); D_j та μ_j – відповідні коефіцієнти дифузії та рухливості; α – коефіцієнт ударної іонізації (перший коефіцієнт Таунсенда); E – напруженість електричного поля; β – коефіцієнт рекомбінації; φ – потенціал; q – елементарний заряд. Коефіцієнти дифузії та рухливості зв'язані між собою співвідношенням Ейнштейна:

$$D_j = \frac{\mu_j T_j}{q} . \qquad (3)$$

Залежність коефіцієнту Таунсенда від напруженості електричного поля апроксимується формулою:

$$\alpha(E) = Ap \exp\left(-Bp \Big/ \left|\vec{E}\right|\right), \qquad (4)$$

де A, B – сталі для обраного газу; p – тиск.

Розглядатимемо таку геометрію. Вісь z спрямуємо вздовж осі розрядного проміжку ($z = 0$ – катод, $z = L_z$ – анод, $r = L_r$ – бічна поверхня). Тоді система рівнянь (1) – (2) доповнюється граничними умовами:

- на катоді

$$\varphi(z=0) = 0 , \qquad J_e(z=0) = \gamma J_i(z=0) , \quad (5)$$

де γ – інтенсивність вторинної емісії;

- на аноді

$$\varphi(z=L_z) = V , \qquad J_i(z=L_z) = 0 , \quad (6)$$

де V – падіння потенціалу на розрядному проміжку;

- на осі симетрії розряду

$$\left.\frac{\partial n_j}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 , \qquad \left.\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right|_{r=0} = 0 ; \qquad (7)$$

- на бічній поверхні

$$n_j(r=L_r) = 0 , \quad \left.\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right|_{r=L_r} = 0 , \qquad \varphi_{r=L_r}(z) = \frac{Vz}{L_z} . \quad (8)$$

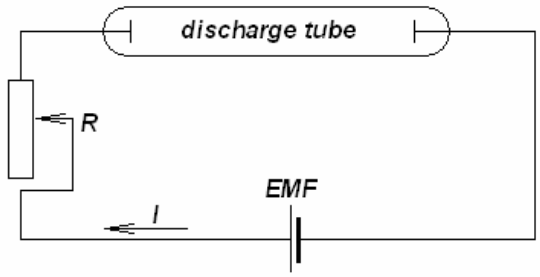

Рис.1. Коло, що включає газорозрядний проміжок, джерело ЕРС та зовнішній опір

Падіння потенціалу на розряді або ж є заданим та постійним, або ж визначається із закону Ома для повного кола:

$$V = EMF - R_{ext} q \int JdS , \qquad (9)$$

де EMF – електрорушійна сила в контурі, а R_{ext} – зовнішній опір (Рис. 1). Перехід між різними режимами горіння розряду відбувався як шляхом зміни R_{ext}, так і за рахунок варіювання EMF.

3. ЧИСЛОВИЙ АЛГОРИТМ

Дискретний аналог даної системи рівнянь будувався на рівномірній сітці. Використання інтегро-інтерполяційного методу [9] побудови скінченорізницевої системи алгебраїчних рівнянь в комбінації зі схемою проти потоку [7] та використанням факторизованого коефіцієнту дифузії [9] дозволило зменшити вплив сіткової дифузії [12] і отримати апроксимацію другого порядку за просторовими змінними. Оборотним оператором у рівнянні Пуассона та в рівняннях неперервності було обрано оператор Лапласа. Врахування вкладу нелінійних доданків здійснювалось шляхом зовнішніх ітерацій для системи рівнянь неперервності.

4. ТЕСТОВІ РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

У цьому розділі наведені типові результати чисельного моделювання газового розряду, отримані за допомогою наведеного алгоритму. Розрахунки були проведені для азоту для параметрів $L_x \cdot p = 1\ldots10$ Торр·см, $L_r = 3$ см, $T_i = 0.026$ еВ, $R_{ext} = 5\cdot10^8 \ldots 5\cdot10^5$ Ом, EMF = 1 кВ. Рухливості, сталі з формули Таунсенда та коефіцієнт рекомбінації взяті з [8]:

$$\mu_i = 289\, см^2 c^{-1} B^{-1} , \ \mu_e = 8.8\cdot10^4\, см^2 c^{-1} B^{-1} ,$$

$$\beta = 2\cdot10^7\, см^3 c^{-1} , \ A = 12\, см^{-1} Topp^{-1} ,$$

$$B = 342\, B\, см^{-1} Topp^{-1} .$$

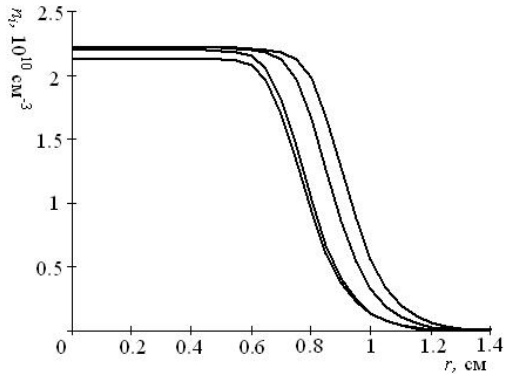

Рис.2. Еволюція розподілу середньої вздовж катодного шару концентрації без збурення профілю, що відповідає параметрам p = 5 Торр, T_e = 5 еВ, EMF = 250 В, $R_{ext} = 3\cdot10^5$ Ом

Коефіцієнт вторинної іон-електронної емісії був обраний $\gamma = 0.33$. Температура електронів змінювалась у межах 1…5 еВ.

Наведені на Рис.2, 3 результати відповідають нормальному режиму жевріючого розряду. Рис.2 ілюструє виконання закону нормальної густини струму. На Рис.3 зображені осьові розподіли електронної та іонної концентрацій та розподіл потенціалу.

Розрахунки, виконані за допомогою створеного алгоритму, відтворюють основні фізичні явища, що мають місце в жевріючому розряді. Це (і) формування області з надлишковим додатнім зарядом поблизу катоду, (іі) формування нормальної катодної плями зі сталою концентрацією іонів на катоді та сталим падінням напруги на розряді, (ііі) зростання концентрації іонів та напруги на розряді при переході до аномального режиму.

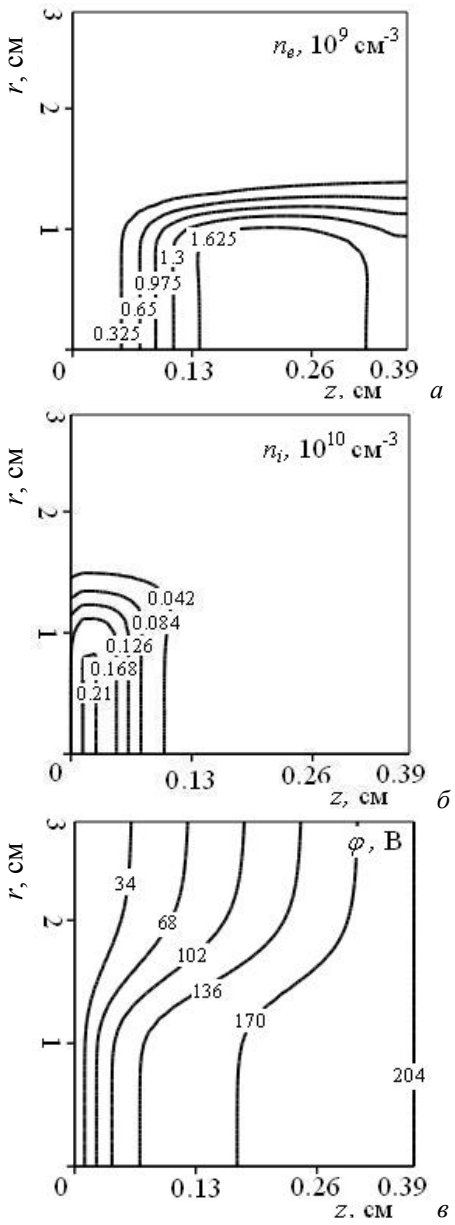

Рис.3. Просторові розподіли концентрацій електронів n_e (а), іонів n_i (б), та розподіл потенціалу φ (в). Параметри розряду такі ж як і на Рис.2, обрана інша розрахункова сітка

Як і в класичних роботах [8, 6], присвячених чисельному моделюванню жевріючого розряду, при деяких параметрах розрахункової сітки, а також при варіації коефіцієнта вторинної емісії в межах (γ = 0.1…0.3) спостерігались осциляції падіння напруги та осьових розподілів параметрів жевріючого розряду (у випадку p = 5 Торр, h_r = 0.1 см, V = 197…205 В, середнє значення концентрації іонів в катодному шарі n_i = 2…2.5 см$^{-3}$).

ЛІТЕРАТУРА

1. Y.P. Raizer. *Gas Discharge physics.* Springer, Berlin, 1991.
2. R.Sh. Islamov. An Efficient Numerical Algorithm for Simulating a Two-Dimensional Glow Discharge // *Comput. Math. and Math. Phys. (46)*. 2006, №11, p.1972-1988.
3. A.S. Petrusev and S.T. Surzhikov. Efficient Algorithm for Simulating a Multidimensional Glow Discharge // *Plasma Phys. Rep.* (34). 2008, №3, p.239-245.
4. A. Fiala, L.C. Pitchford, and J.P. Boeuf. Two-dimensional, hybrid model of low-pressure glow discharges // *Phys. Rev.* ***E*** (49). 1994, p.5607.
5. V.I. Kolobov and A. Fiala. Transition from a Townsend discharge to a normal discharge via two-dimensional modeling // *Phys. Rev.* 1994, v.50, p.3018.
6. V.A. Schweigert // *Plasma Phys.* 1988, v.14, p.347.
7. C.A.J. Fletcher. *Computational Techniques for Fluid Dynamics*. Volume 1. Springer, Berlin, 1991.
8. Y.P. Raizer and S.T. Surgikov. 2D structure of normal glow discharge and role of diffusion in formation of current cathode and anode spots // *High Temp.* 1988, v.26, p.428.
9. A.A. Samarskii. *The Theory of Difference Schemes.* Marcel Dekker, Inc. New York, 2001.
10. V.A. Schweigert // *Tech. Phys. Lett.* 1993, v.19, p.29.
11. R.Sh. Islamov. Numerical study of transition discharge forms from dark Townsend to abnormal glow one // *Bull. Russ. Acad. Sci. Physics.* 2000, v.64, p.1126.
12. P.J. Roache. *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics.* Albuquerque, NM: Hermosa, 1998.

Статья поступила в редакцию 02.06.2010 г.

NONSTATIONARY 2D NUMERICAL MODEL OF DC GLOW DISCHARGE IN AXIALLY SYMMETRIC GEOMETRY

O.P. Ponomaryov, I.O. Anisimov

Self-consistent 2D fluid model of dc glow discharge in cylindrical geometry is developed. Model describes the main physical processes such as impact ionization of neutral gas, electron – ion recombination and secondary emission. Model is used to describe the main phenomena observed in glow discharge such as normal current density effect and evolution of initial densities of electrons and ions including variation of voltage drop caused by external circuit.

ДВУМЕРНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ

А.П. Пономарев, И.А. Анисимов

В рамках гидродинамического приближения создана двумерная нестационарная модель тлеющего разряда в цилиндрической геометрии, которая учитывает ионизацию газа нейтралов электронным ударом, электрон-ионную рекомбинацию и вторичную эмиссию из катода. Модель позволяет проводить расчеты параметров тлеющего разряда в нестационарных режимах и отражает основные известные экспериментальные свойства тлеющего разряда.