

КОЭФФИЦИЕНТ ТРАНСФОРМАЦИИ В КИЛЬВАТЕРНОМ МЕТОДЕ УСКОРЕНИЯ ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ В ПЛАЗМЕ

К.В. Лотов¹, В.И. Маслов, И.Н. Онищенко

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,
Харьков, Украина;*

¹Институт ядерной физики СО РАН, Новосибирск, Россия

E-mail: onish@kipt.kharkov.ua

С помощью кода LCODE проведено 2d3v-исследование отношения энергии, приобретаемой ускоряемым сгустком, к энергии последовательности сгустков, возбуждающих кильватерное поле в плазме, т.е. величины коэффициента трансформации. Рассмотрены случаи размещения сгустков по фазам и профилирования сгустков по интенсивности (заряду), которые приводят к величинам коэффициента трансформации, превосходящим предельное значение 2, следующее из теоремы Вильсона. Проведено сравнение с известными результатами одномерного рассмотрения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Основным достоинством кильватерного метода ускорения [1] является высокий темп ускорения, позволяющий на 2-3 порядка уменьшить габариты ускорителей и коллайдеров [2]. При этом в рассматриваемом двухпучковом методе (возбуждающий и ускоряемый пучки) важным является коэффициент трансформации, определяемый как отношение энергии, приобретаемой ускоряемым пучком, к энергии пучка, возбуждающего кильватерное поле.

В простейшем одномерном коллинеарном случае двух сгустков (возбуждающего и ускоряемого), длина которых меньше длины кильватерной волны в плазме [3], коэффициент трансформации, равный

$$T_W = \Delta W_2 / W_1 \leq (2 - N_2 / N_1), \quad (1)$$

где ΔW_2 – прирост энергии ускоряемого сгустка; W_1 – энергия возбуждающего сгустка; N_1 и N_2 – число частиц в возбуждающем и ускоряемом сгустках, не может превосходить величину 2 (так называемая теорема Вильсона). Учитывая, что длина L , на которой возбуждающий сгусток теряет свою полную энергию, а ускоряемый сгусток приобретает ее, одинакова, коэффициент трансформации может быть выражен через отношение максимального ускоряющего кильватерного поля после сгустка к максимальному тормозящему кильватерному полю внутри сгустка:

$$T_E = \frac{E_{z,\max}^+}{E_{z,\max}^-} \leq \frac{N_1 E_1 - \frac{N_2 E_1}{2}}{N_1 E_1} = 2 - \frac{N_2}{N_1}, \quad (2)$$

где E_1 – кильватерное поле единичного заряда.

Обойти ограничение, определяемое теоремой Вильсона, позволяет профилирование длинного возбуждающего сгустка [4]. При этом коэффициент трансформации определяется числом длин волн на длине возбуждающего сгустка.

Другая возможность повысить коэффициент трансформации возникает при использовании последовательности сгустков для возбуждения кильватерной волны. В одномерном случае такая воз-

можность изучалась для последовательности сгустков, возбуждающих кильватерное поле в плазме [3, 5]. В [6] в этой задаче для не сильно релятивистских сгустков учтено влияние самосогласованного смещения сгустков по фазе в возбуждаемом кильватерном поле.

Для типичного случая возбуждения максимального ускоряющего поля используется последовательность, в которой расстояние между сгустками равно длине возбуждаемой волны, т.е. для возбуждения кильватерного поля в плазме частота следования сгустков равна плазменной частоте. Это дает возможность когерентно просуммировать возбуждаемые поля и увеличить амплитуду кильватерного поля в M раз (M -число сгустков одинаковой интенсивности в последовательности) по сравнению с кильватерным полем одного сгустка [1, 3]. В частности, это позволяет заменить один интенсивный сгусток последовательностью менее интенсивных с таким же суммарным зарядом [7, 8]. При этом, однако, коэффициент трансформации не растет с ростом числа сгустков подобным образом. Связано это с тем, что сгустки последовательности, находясь в разных по амплитуде кильватерных полях предыдущих сгустков, теряют свою полную энергию на разных длинах. Если 1-й сгусток теряет свою энергию и трансформирует ее ускоряемому сгустку на длине L , то 2-й, 3-й, ... M -й - теряют свою энергию на длинах $L/3$, $L/5$, ... $L/(2M-1)$ соответственно. Ускоряемый сгусток на разных участках находится в разных кильватерных полях и в результате приобретает суммарно меньшую энергию по сравнению с одним возбуждающим сгустком с эквивалентным суммарным зарядом. Суммирование прироста энергии ускоряемого сгустка после каждого сгустка последовательности приводит к величине коэффициента трансформации

$$T_{WM} = \sum_{k=1}^M \frac{2}{2k-1} - \frac{N_2}{N_1}. \quad (3)$$

Используя формулу Эйлера для суммы первых n членов гармонического ряда

$$s_n = \ln(n) + C + \varepsilon_n,$$

где $C=0,5772\dots$ – постоянная Эйлера, а $\varepsilon_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, находим, что асимптотически для рассматриваемого случая коэффициент трансформации растет логарифмически с числом сгустков M :

$$T_{WM} \propto \ln M. \quad (4)$$

В отличие от случая двух сгустков в многосгусточной схеме коэффициенты трансформации по энергии и по полю не совпадают, $T_{WM} \neq T_{EM}$.

Более существенный рост T_M с числом сгустков последовательности может быть достигнут [3, 4], если все сгустки поместить в фазы, где амплитуда кильватерного поля от предыдущих сгустков равна нулю, так что все сгустки окажутся в тормозящем поле, равном половине возбужденного каждым сгустком кильватерного поля, и, следовательно, все сгустки потеряют всю свою энергию на одной и той же длине. То есть 2-й сгусток должен следовать через $1/4$ длины волны кильватерного поля. Сложение полей первых двух сгустков приводит не к удвоению поля, как в предыдущем случае, а к увеличению его только в $\sqrt{2}$ раз, т.е. темп ускорения будет меньшим. Частота следования следующих сгустков должна выбираться в соответствии с выражением для фазы M -го сгустка:

$$\theta_M = \sum_{n=2}^M \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{n-2}}\right). \quad (5)$$

Коэффициент трансформации при таком профилировании фаз сгустков оказывается

$$T_M = 2\sqrt{M} - \frac{N_2}{N_1}. \quad (6)$$

Предыдущие случаи относились к точечным сгусткам. В сгустках конечных размеров головные электроны не останавливаются, электроны середины сгустков останавливаются, как и для точечных сгустков, на расстоянии L , а хвостовые электроны теряют свою энергию на длине $L/2$, что приводит к уменьшению энергопередачи. В [9] с учетом конечной длины сгустков и с использованием профилирования последовательности предложен и исследован метод увеличения темпа ускорения и коэффициента трансформации, которые растут пропорционально числу M сгустков последовательности. Для этого необходимо, чтобы сгустки, длина каждого из которых равна половине длины волны, своими центрами размещались через полторы длины волны и, таким образом, находились в таких же тормозящих полях, как и первый сгусток. Заряды сгустков должны нарастать как 1:3:5:7 и т.д. Каждый сгусток дает такой же вклад в кильватерное поле, как и первый сгусток, остальные их потери уходят через плазму к последующим сгусткам, чтобы предотвратить их торможение с более высоким темпом. При этом темп ускорения

$$E_M = ME_1, \quad (7)$$

где E_1 – кильватерное поле первого сгустка.

Коэффициент трансформации

$$T_M = 2M. \quad (8)$$

Однако это достигается в результате общего увеличения заряда последовательности:

$$Q_M = M^2 Q_1, \quad (9)$$

где Q_1 – заряд первого сгустка.

Все представленные выше способы повышения коэффициента трансформации, рассмотренные в одномерном приближении, в настоящей статье исследуются численно в 2,5-мерном случае с использованием кода LCODE [10]. Существенным является влияние радиальной динамики частиц (фокусировка/дефокусировка), приводящей к уходу сгустков, оказавшихся в дефокусирующих фазах. Предложен и численно исследован способ повышения коэффициента трансформации, сопровождаемый фокусировкой возбуждающих сгустков.

2. 2.5D-МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КИЛЬВАТЕРНОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМЕ И ЭНЕРГОПЕРЕДАЧИ

2.1. РЕЗОНАНСНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СГУСТКОВ

Промоделируем сначала известный случай резонансной последовательности (частота следования сгустков равна частоте кильватерного поля), когда возбуждается максимальное кильватерное поле [3,7]. Рассмотрим возбуждение кильватерного поля цепочкой 7 «точечных» сгустков (положив релятивистский фактор $\gamma_b=1000$), находящихся в фазах локальных максимумов тормозящего поля. Восьмой ускоряемый сгусток находится в фазе максимального ускоряющего поля (Рис.1).

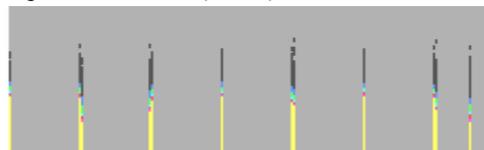


Рис.1. Пространственное ($r, z=ct$) распределение плотности последовательности «точечных» электронных сгустков

Из Рис.2 видно, что в этом случае связь сгустков с продольным кильватерным полем максимальная. На размерах сгустка-драйвера кильватерное поле подрастает скачком.

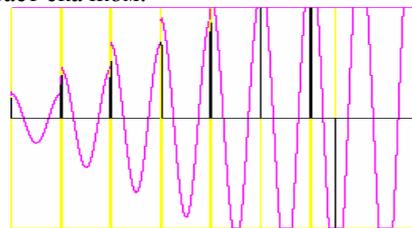


Рис.2. Продольное кильватерное электрическое поле E_z вблизи оси (красный цвет) и коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный цвет) при $\gamma_b=1000, I_b=0,3 \cdot 10^{-3} mc^3/4e, r_b=0.3c/\omega_p$

Из сравнения случаев $\gamma_b=1000$ (см. Рис.2) и $\gamma_b=10$ можно показать, что радиальная динамика на рассматриваемых временах не успевает сказаться, так как «точечные» сгустки находятся в фазах $E_r \approx 0$.

Из Рис.3 видно, что при $I_b=0,6 \cdot 10^{-3} mc^3/4e, r_b=0.1c/\omega_p$ коэффициент трансформации равен $T_E \approx 1$. Здесь ω_p – плазменная частота электронов.

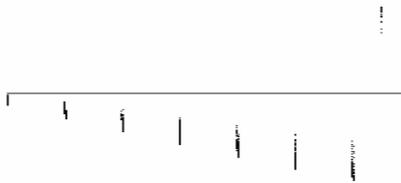


Рис.3. Продольный импульс сгустков при возбуждении ими кильватерного поля

2.2. ПРОФИЛИРОВАНИЕ СГУСТКОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПО ФАЗЕ

Рассмотрим теперь случай сдвига «точечных» (по z) сгустков по фазам относительно волны так, что они оказываются в нулевом поле волны, возбужденной предыдущими сгустками. Тогда сгустки ($I_b=0,3 \cdot 10^{-3} \text{mc}^3/4e$, $r_b=0.3c/\omega_p$) тормозятся одинаковыми полями, а именно, полями, которые они возбуждают (Рис.4, 5) (см. [3, 4, 6]).

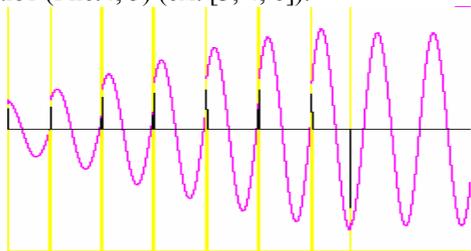


Рис.4. Продольное кильватерное электрическое поле E_z вблизи оси (красный цвет) и коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный цвет) при $\gamma_b=1000$



Рис.5. Продольный импульс сгустков при возбуждении ими кильватерного поля

Вследствие того, что сгустки не попали точно в необходимые фазы, $T_E=3,5$.

Это в ультрарелятивистском случае, когда радиальная динамика электронов сгустков заморожена. В релятивистском же случае она существенна. Тогда случай расположения сгустков ($I_b=0,3 \cdot 10^{-3} \text{mc}^3/4e$, $r_b=0.3c/\omega_p$) в фокусирующих полях приводит к много большим возбуждаемым кильватерным полям, чем случай дефокусирующих полей (Рис.6-8).

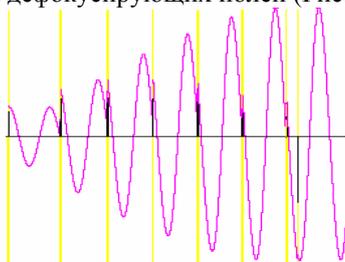


Рис.6. Продольное кильватерное электрическое поле E_z вблизи оси (красный цвет), коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный), плотности последовательности электронных сгустков (желтый) при $\gamma_b=10$ в случае расположения сгустков в фокусирующих фазах

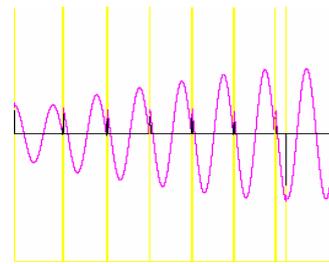


Рис.7. E_z вблизи оси (красный цвет), коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный), плотности сгустков (желтый) при $\gamma_b=1000$ в случае расположения сгустков в фокусирующих фазах

Из сравнения Рис.6 и 7 видно, что фокусировка сгустков при $\gamma_b=10$ приводит к усилению возбуждения кильватерного поля по сравнению с $\gamma_b=1000$.

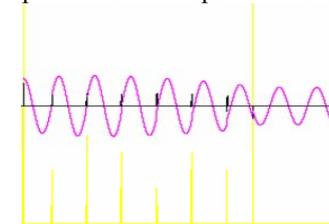


Рис.8. E_z вблизи оси (красный цвет), коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный), плотность сгустков (желтый) при $\gamma_b=10$ в случае расположения сгустков в дефокусирующих фазах

Из сравнения Рис.4 и 8 видно, что дефокусировка сгустков может привести к подавлению возбуждения кильватерного поля.

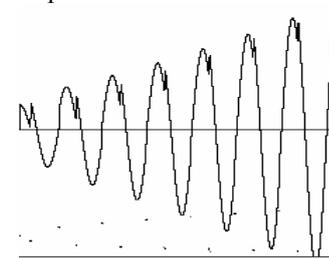


Рис.9. E_z на расстоянии от оси, равном радиусу пучка, и средние радиусы сгустков

На Рис.9 приведены результаты моделирования в случае, когда сгустки ($\gamma_b=10$, $I_b=0,3 \cdot 10^{-3} \text{mc}^3/4e$, $r_b=0.3c/\omega_p$) находятся как в фокусирующих, так и в дефокусирующих фазах. Видно, что со временем средние радиусы сгустков из дефокусирующих (фокусирующих) фаз растут (уменьшаются).

2.3. ПРОФИЛИРОВАНИЕ СГУСТКОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПО ИНТЕНСИВНОСТИ

В [11-13] найдено, что один длинный сгусток, плотность которого линейно нарастает по его длине, может обеспечить коэффициент трансформации до

$$R = 2\pi \frac{L_b}{\lambda}, \quad (10)$$

где L_b – длина сгустка; λ – длина волны.

Рассмотрим случай профилирования плотности последовательности сгустков, т.е. последовательность сгустков с отношением их плотностей 1, 3, 5, 7, 9; 0,5. Расстояние между сгустками меньше, чем $1,5\lambda$. Длины сгустков равны $\lambda/4$, $\gamma_b=10$, $I_b=0,3 \cdot 10^{-3} \text{mc}^3/4e$, $r_b=0.3c/\omega_p$.

Первые фронты сгустков (прямоугольных в продольном направлении и гауссовских по радиусу) помещены в тормозящее поле, равные нулю (Рис.10-12). В этом случае $T_E=5,4$; $T_E \sim N$.

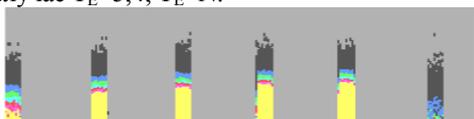


Рис.10. Пространственное (r, z) распределение плотности последовательности электронных сгустков

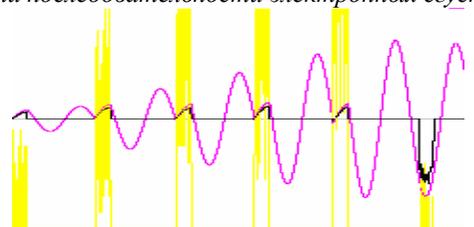


Рис.11. Продольное кильватерное электрическое поле E_z вблизи оси (красный цвет), коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный), плотности последовательности электронных сгустков (желтый) при $\gamma_b=1000$



Рис.12. Продольный импульс сгустков при возбуждении ими кильватерного поля



Рис.14. Продольный импульс 27 сгустков при возбуждении ими кильватерного поля. 28-й сгусток ускоряется

Рассмотрим теперь случай сдвига 28 сгустков по фазам относительно волны так, что они оказываются приблизительно в нулевом поле волны, возбужденной предыдущими сгустками. Тогда сгустки

($\gamma_b=1000$, $I_b=1 \cdot 10^{-2} \text{mc}^3/4e$, $r_b=0.3c/\omega_p$) тормозятся приблизительно в одинаковых полях, которые они сами возбуждают (Рис.15-17), $T_E \approx 4,6$.

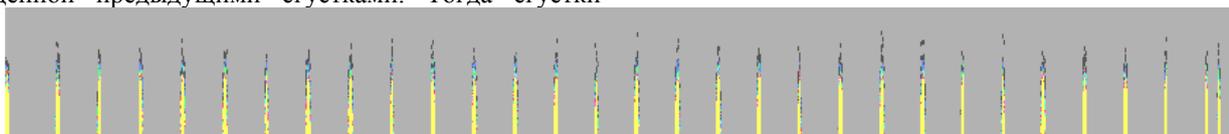


Рис.15. Пространственное (r, z) распределение плотности последовательности электронных сгустков

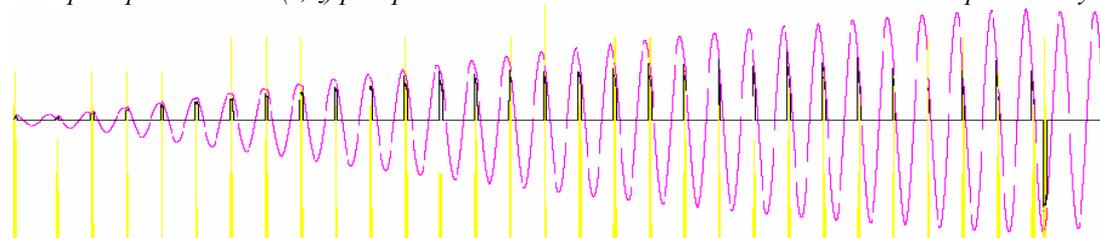


Рис.16. Продольное кильватерное электрическое поле E_z вблизи оси (красный цвет), коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный), плотности последовательности электронных сгустков (желтый)

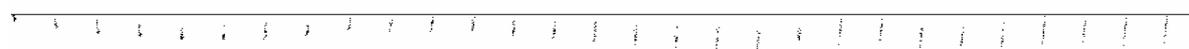


Рис.17. Продольный импульс сгустков при возбуждении ими кильватерного поля

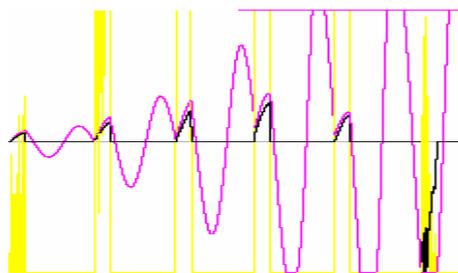


Рис.13. Продольное кильватерное электрическое поле E_z вблизи оси (красный цвет), коэффициент связи электронов пучка с E_z (черный), плотности последовательности электронных сгустков (желтый) при $\gamma_b=10$

Из сравнения Рис.11 и 13 видно, что вследствие фокусировки сгустков их связь с кильватерным полем лучше, и возбуждаемые поля больше.

2.4. ДЛИННАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СГУСТКОВ

Рассмотрим теперь цепочку из 27 сгустков ($\gamma_b=5$, $I_b=0,5 \cdot 10^{-2} \text{mc}^3/4e$, $r_b=3c/\omega_p$), находящихся в фазах локальных максимумов тормозящего поля. Плотности сгустков в цепочке нарастают по линейному закону. 28-й ускоряемый сгусток находится в фазе максимального ускоряющего поля (Рис.14). В этом случае $T_E \approx 1,8$.

ВЫВОДЫ

Показано, что 2,5-численное моделирование, охватывающее радиальную динамику электронов в сгустках, из-за дефокусировки некоторых из них и выходу их из взаимодействия с кильватерным полем уменьшает коэффициент трансформации и ослабляет его рост с числом сгустков последовательности по сравнению с одномерным рассмотрением.

Предложен и численно исследован метод увеличения коэффициента трансформации путем помещения сгустков в те нули кильватерного поля, где сгустки фокусируются радиальной компонентой кильватерного поля. Это позволяет избежать потерь возбуждающего пучка из областей дефокусировки, увеличить длину области возбуждения и энергию ускоренного пучка. В результате темп ускорения и коэффициент трансформации превосходят полученные в одномерном рассмотрении.

Работа частично поддержана грантами РФФИ 08-01-00622 и 09-02-00594, грантом президента РФ МД-2995.2009.2 и грантом Рособразования 2.1.1/3983.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Chen, J.M. Dawson, R.W. Huff, T.C. Katsouleas. Acceleration of electrons by the interaction of a bunched electron beam with a plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1985, v.54, №7, p.693.
2. I. Blumenfeld, C.E. Clayton, F.-J. Decker, et al. Energy doubling of 42 GeV electrons in a metre-scale plasma wakefield accelerator // *Nature. Letters.* 2007, v.445, p.741-744.
3. R.D. Ruth, A.W. Chao, P.L. Morton, P.B. Wilson. A plasma wake field accelerator // *Particle Accelerator.* 1985, v.17, p.171-189.
4. T. Katsouleas. Physical mechanisms in the plasma wake-field accelerator // *Phys. Rev. A.* 1986, v.33, №3, p.2056-2064.
5. С.С. Ваганян, О.М. Лазиев, В.М. Цаканов // *ВАНТ. Серия «Ядерно-физические исследования».* 1990, в.7(15), с.32.
6. V.A. Balakirev, G.V. Sotnikov, Ya.B. Fainberg. Electron acceleration in plasma by sequence of relativistic electron bunches with changed repetition frequency // *Phys. Plasmas. Rep.* 1996, v.22, №7, p.634-637.
7. А.К. Березин, Я.Б. Файнберг, Л.И. Болотин, А.М. Егоров, В.А. Киселев. Экспериментальное исследование взаимодействия модулированных релятивистских пучков с плазмой // *Письма в ЖЭТФ.* 1971, т.13, №9, с.498.
8. А.К. Berezin, Ya.B. Fainberg, V.A. Kiselev, et al. Wakefield excitation in plasma by relativistic electron beam, consisting regular chain of short bunches // *Fizika Plazmy.* 1994, v.20, №7-8, p.663-670.
9. E. Kallos, T. Katsouleas, P. Muggli, et al. Plasma wakefield acceleration utilizing multiple electron bunches // *Proceedings of PAC07.* Albuquerque, New Mexico. USA. 2007, p.3070-3072.
10. K.V. Lotov. Simulation of ultrarelativistic beam dynamics in plasma wake-field accelerator // *Phys. Plasmas.* 1998, v.5, №3, p.785-791.
11. K.L.F. Bane, P. Chen, and P.B. Wilson. On Collinear wakefield acceleration // *IEEE Transactions on Nuclear Science.* 1985, v.32, №5, p.3524.
12. P. Chen, et al. Energy Transfer in the Plasma Wake-Field Accelerator // *Physical Review Letters.* 1986, v.56, №12, p.1252.
13. E. Laziev, V. Tsakanov, and S. Vahanyan. Electromagnetic wave generation with high transformation ratio by intense charged particle bunches // *EPAC. IEEE,* 1988, p.523.

Статья поступила в редакцию 22.06.2010 г.

TRANSFORMATION RATIO IN WAKE-FIELD METHOD OF ACCELERATION FOR SEQUENCE OF RELATIVISTIC ELECTRON BUNCHES

K.V. Lotov, V.I. Maslov, I.N. Onishchenko

Using code LCODE 2d3v-investigation of ratio of the energy, obtained by accelerated bunch, to the energy of a sequence of bunches, exciting wakefield in plasma, i.e. value of transformation ratio has been carried out. The cases of bunches placing on phases and ramping of bunches intensity (charge), which lead to values of transformation ratio, exceeding limiting value 2, which follows from Wilson theorem, have been considered. The comparison with known results of one-dimensional consideration has been performed.

КОЕФІЦІЄНТ ТРАНСФОРМАЦІЇ В КІЛЬВАТЕРНОМУ МЕТОДІ ПРИСКОРЕННЯ ДЛЯ ПОСЛІДОВНОСТІ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОННИХ ЗГУСТКІВ У ПЛАЗМІ

К.В. Лотов, В.І. Маслов, І.М. Оніщенко

За допомогою кода LCODE проведено 2d3v-дослідження відношення енергії, яка отримується згустками, що прискорюються, до енергії послідовності згустків, які збуджують кильватерне поле у плазмі, тобто величини коефіцієнту трансформації. Розглянуто випадки розміщення згустків по фазах і профілювання згустків по інтенсивності (заряду), які призводять до величин коефіцієнту трансформації, що перевищують максимальне значення 2, що випливає з теореми Вільсона. Здійснено порівняння з відомими результатами одновимірного дослідження.