ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

8 • 2009

ІНФОРМАТИКА ТА КІБЕРНЕТИКА

УДК 330:519(447)

Б. Ю. Кишакевич, А. К. Прикарпатський, І. П. Твердохліб

Дослідження оптимальних стратегій конкуренційної портфельної моделі ринку акцій із бі-варіантною функцією корисності

(Представлено членом-кореспондентом НАН України С. І. Ляшком)

Пропонується нова конкуренційна модель ринку акцій в середовищі банківського портфеля з бі-варіантною функцією цінності в умовах цейтнот-біржової поведінки клієнтів-покупців. Розвинуто метод асоційованих марковських процесів для знаходження оптимальної стратегії вибору найбільш цінного пакета акцій. Отримано алгебраїчне рівняння, що визначає найбільш оптимальну стратегію вибору найбільш цінного для клієнта-покупця пакета акцій з бі-варіантною функцією корисності при наявності конкуренції з боку інших клієнтів. Зокрема, при певних умовах на так званий банківський промоційний параметр щодо параметра "штрафу" за пропущену трансакцію купівлі пакета акцій при асимптотично значному обсязі пакетів в портфелі банку виведено універсальне трансцендентне рівняння для знаходження оптимальної стратегії вибору найбільш цінного пакета акцій потенційним клієнтом-покупцем.

При аналізі оптимальних стратегій конкуренційної портфельної моделі ринку акцій в банківському середовищі в роботі [2] була досліджена цейтнот-біржова проблема вибору для двох клієнтів-покупців пакетів акцій, параметризованих тільки однією функцією корисності. Окрім цього припускалось, що клієнти не мають фінансових обмежень і володіють достатнім капіталом для придбання будь-якого пакета акцій. Якщо залишити останнє припущення незмінним і розглянути аналогічну проблему вибору за умови існування двох або більшого числа функцій корисності пакетів акцій, розподілених незалежно в межах портфеля, то її аналіз становить значний інтерес для моделювання оптимальної поведінки клієнтів-покупців, а, отже, і для забезпечення стабільності фінансово-економічних процесів.

Нижче буде розвинуто метод асоційованих марковських процесів для побудови оптимальної стратегії поведінки двох клієнтів-покупців описаної вище конкуренційної портфельної моделі із *a priori* заданими і розподіленими незалежно двома функціями корисності пакетів [1, 3, 4] акцій в банківському середовищі.

1. Математична модель конкуренційної версії ринку акцій з бі-варіантною функцією корисності. Розглянемо математичну модель банківського портфеля акцій і процесу вибору клієнтом-покупцем пакета акцій, описану в роботі [2]. Вважатимемо, що є два клієнти-покупці, конкуруючі між собою під час процесу вибору найбільш цінного пакета акцій із скінченним числом $N \in \mathbb{Z}_+$ елементів. Всі пакети акцій A_i, $i = \overline{1, N}$, є *a priori* пронумеровані в такий спосіб, що

$$W_1(A_i) < W_1(A_2) < \cdots < W_1(A_N), \qquad W_2(A_{\sigma(1)}) < W_2(A_{\sigma(2)}) < \cdots < W_2(A_{\sigma(N)}), \quad (1)$$

де $\{W_i(A_j) \in [0,1], j = \overline{1, N}\}$, $i = \overline{1, 2}$, — відповідні набори величин корисності пакетів акцій, значення яких розподілені незалежно в межах заданого портфеля, тобто перестановка $\sigma \in S_N$ впорядкованого набору чисел $\{1, 2, \ldots, N\}$ є цілком випадковою. Ймовірнісний простір Ω складається із всіляких пар перестановок $\{\omega_1, \ldots, \omega_N\} \times \{\sigma(\omega_1), \ldots, \sigma(\omega_N)\}$ набору чисел $\{1, 2, \ldots, N\}$, причому вважається, що всі вони є рівноймовірними. Таким чином, результат вибору за n-м переглядом клієнтами-покупцями пакета акцій A_n, $n = \overline{1, N}$, будемо позначати $\Omega_n^{(s)} := (X_n^{(s)}(\omega), (Y_n^{(s)}(\omega))) \in \{1, 2, \ldots, N^{(x)} := N\} \times \{\sigma(1), \sigma(2), \ldots, \sigma(N^{(y)} := = N\}, s = \overline{1, 2}$, а через $\tau_s(\omega) \in \mathcal{H} := \{0, 1, 2, \ldots, N\}$, $s = \overline{1, 2}$, позначатимемо моменти зупинки марковського процесу вибору найбажанішого пакета акцій клієнтами-покупцями, при яких будуть найбільші значення математичних сподівань відповідних функцій ціни вибору. Функцію ціни вибору для першого клієнта-покупця вибираємо у такій формі:

$$\begin{aligned}
&V_{\tau_1}^{(1)}(\tau_2) = \\
&= c_\alpha[E\{1_{\{\Omega_{\tau_1}^{(1)} = (N^{(x)}, N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}) \vee \Omega_{\tau_1}^{(1)} = (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)})\}}\} + \\
&+ E\{1_{\{\Omega_{\tau_1}^{(1)} = (N^{(x)}, N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} = (N^{(x)}, N^{(y)}), \tau_1 < \tau_2 \vee \Omega_{\tau_1}^{(1)} = (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} = (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)}), \tau_1 < \tau_2\}}\}] - \\
&- \alpha \sum_{k=1}^{\tau_1 - 1} \frac{k}{N^2} [E\{1_{\{\Omega_{\tau_1}^{(1)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}) \vee \Omega_k^{(1)} \neq (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)})\}}\} + \\
&+ E\{1_{\{\Omega_k^{(1)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}), \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}), k < \tau_2 \vee \Omega_k^{(1)} \neq (\sigma^{-1}(N^x), N^y), \Omega_{\tau_2}^{(2)} = (\sigma^{-1}(N^{(x)}), N^{(y)}), k < \tau_2\}}\}], \quad (2)
\end{aligned}$$

де $c_\alpha > 0$ є відповідним банківським “gift”-коефіцієнтом, а $\alpha > 0$ є “fee”-коефіцієнтом “штрафу” за невиконану трансакцію купівлі-продажу пакета акцій. Функція ціни вибору другого клієнта отримується цілком аналогічно. Щоб обчислити, наприклад, величину

$$\tau_1^* := \arg \sup_{\tau_1 \in \mathcal{H}} V_{\tau_1}^{(1)}(\tau_2), \quad (3)$$

що характеризує найбільш оптимальну стратегію вибору пакета акцій першим клієнтом-покупцем, необхідно збудувати [1, 2, 4] базисні асоційовані марковської послідовності

$$x_{n+1}^{(s)} := \min\{t > x_n^{(s)} \colon X_t^{(s)} > \max(X_{t-1}^{(s)}, \ldots, X_1^{(s)}) \vee (Y_t^{(s)} > \max(Y_{t-1}^{(s)}, \ldots, Y_1^{(s)})\}, \quad (4)$$

де величини $x_n^{(s)} \in \mathcal{H}$, $n = \overline{1, N}$, $s = \overline{1, 2}$, означають моменти вибору найбільш цінного пакета акцій відповідними клієнтами-покупцями. Марковські послідовності (4) характеризує [1, 3, 4] наступна лема, результат якої отримуємо простими обчисленнями.

Лема 1. *Цілочисельні послідовності* (4) *є дискретними ланцюгами Маркова на фазовому просторі* $\mathcal{H}$ *з перехідними ймовірностями*

$$p_{ij}^{(s)} = \begin{cases} \dfrac{[2j(j-1)-i]i^2}{j^2(j-1)^2(2i-1)}, \quad 1 \leqslant i < j; \qquad 0, \quad i \geqslant j \geqslant 0; \\ 1, \quad i=0, \quad j=1; \qquad 0, \quad i=0, \quad j>1{,}0; \\ 1 - \displaystyle\sum_{k=i+1}^{N} \dfrac{[2k(k-1)-i]i^2}{k^2(k-1)^2(2i-1)}, \quad j=0, \end{cases} \tag{5}$$

для $s = \overline{1,2}$ *та* $i, j \in \mathcal{H}$.

Отже, нами сконструйовані дві марковські послідовності (4), асоційовані з процесом вибору клієнтами-покупцями найбільш цінного пакета акцій, за допомогою яких можна обчислити величину (3), грунтуючись наступним критерієм. А саме, справедлива [3] така теорема.

Теорема 1. *Нехай матриця* $\mathcal{P} := \{p_{ij}^{(1)} \colon i, j \in \mathcal{H}\}$ *перехідних ймовірностей є такою, що* $p_{ij}^{(1)} = 0$ *для всіх* $i \in \mathcal{H}_+$, $j \in \mathcal{H}_-$, *де*

$$\begin{aligned} &\mathcal{H}_+ := \{j \in \mathcal{H} \colon (\mathcal{P}V^{(1)}(\tau_2))_j > V_j^{(1)}(\tau_2)\}, \\ &\mathcal{H}_- := \{j \in \mathcal{H} \colon (\mathcal{P}V^{(1)}(\tau_2))_j \leqslant V_j^{(1)}(\tau_2)\}. \end{aligned} \tag{6}$$

Тоді отримана марковська послідовність (4) *для оптимального вибору найбільш цінного пакета акцій першим клієнтом-покупцем має бути зупинена в момент* $\tau_1(l) = l = x^{(1)}_{\widehat{\tau}_1(l)} \in \mathcal{H}$, *який можна знайти, розв'язавши визначальні нерівності* (6).

Відповідна функція ціни вибору пакета акцій в (6) дається таким виразом:

$$\begin{aligned} V_n^{(1)}(\tau_2) = c_\alpha[&P\{X_n^{(1)} = N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\} + \\ &+ P\{X_n^{(1)} = N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, n < \tau_2 \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y^{(2)} \neq N^{(y)}\} + \\ &+ P\{X_n^{(1)} = N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, n < \tau_2\} + \\ &+ P\{X_n^{(1)} = N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, n < \tau_2 \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, n < \tau_2\}] - \\ &- \alpha \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{N^2}[P\{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}, n < \tau_2\} + \\ &+ P\{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, k < \tau_2\} + \\ &+ P\{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, k < \tau_2 \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\} + \\ &+ P\{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, k < \tau_2 \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, k < \tau_2\}], \end{aligned} \tag{7}$$

причому банківський "gift"-параметр $c_\alpha > 0$ вибирається з необхідної умови $V_n^{(1)}(\tau_2) > 0$ для всіх $n = \overline{1, N}$. Таким чином, обчисливши величину функції (7) ціни вибору найбільш цінного пакета акцій першим клієнтом-покупцем на основі теореми 1 необхідно дослідити структуру множин $\mathcal{H}_+$ та $\mathcal{H}_-$ стосовно перехідних ймовірностей (5).

2. Метод асоційованих марковських процесів та структурний аналіз моделі. Враховуючи структуру сімейств незалежних асоційованих σ-алгебр $\{\mathcal{F}_n^{(s)}, n = \overline{1, \tau_1}\}$, $s = \overline{1, 2}$, перепишемо вираз (7) у такій формі:

$$V_n^{(1)}(\tau_2) = c_\alpha\{2P\{X_n^{(1)} = N^{(x)}|\mathcal{F}_n^{(1)} \vee \mathcal{F}_n^{(2)}\}[P\{X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)}\} + \\ + P\{X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, n < \tau_2\}] + 2P\{Y_n^{(1)} = N^{(y)}|\mathcal{F}_n^{(1)} \vee \mathcal{F}_n^{(2)}\} \times \\ \times [P\{Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\} + P\{Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, n < \tau_2\}] - \\ - P\{X_n^{(1)} = N^{(x)}|\mathcal{F}_n^{(1)} \vee \mathcal{F}_n^{(2)}\}P\{Y_n^{(1)} = N^{(y)}|\mathcal{F}_n^{(1)} \vee \mathcal{F}_n^{(2)}\} \times \\ \times [P\{X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)}\} + P\{X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, n < \tau_2\}] \times \\ \times [P\{Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\} + P\{Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, n < \tau_2\}]\} - \\ - \alpha \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{N^2} P\{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}\}P\{Y_k^{(1)} \neq N^{(y)}\}[P\{X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)}) + \\ + P\{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, k < \tau_2\}][P\{Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\} + P\{Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, k < \tau_2\}]. \quad (8)$$

При одержанні (8) ми скористались тим, що відповідні наслідки обох спостережень значень корисності розподілені незалежно. Тепер для обчислення величини (8) зауважимо, що, згідно з теоремою 1, у відповідності із пороговою стратегією $\widehat{\tau}_2(l) \in \mathcal{H}$ на основі прямого рівняння Колмогорова із співвідношень

$$P\{x_{\widehat{\tau}_2}^{(2)} = j\} = \begin{cases} 1, & j = 1, \\ \sum_{i=1}^{j-1} P\{x_{\widehat{\tau}_2}^{(2)} = i\}p_{ij}^{(1)}, & j = \overline{2, l-1}, \\ \sum_{i=1}^{l-1} P\{x_{\widehat{\tau}_2}^{(2)} = i\}p_{ij}^{(1)}, & j = \overline{l, N}, \end{cases} \quad (9)$$

можна легко отримати з (9), що

$$P\{x_{\widehat{\tau}_2}^{(2)} = j\} = \begin{cases} \sum_{k=1}^{j-1} (\mathcal{P}^k)_{1,j}, & j = \overline{2, l-1}, \\ \sum_{s=1}^{l} \sum_{k=1}^{s-1} (\mathcal{P}^k)_{1,s} p_{s,j}^{(2)}, & j = \overline{l, N}, \end{cases} \quad (10)$$

де ми позначили через $\mathcal{P} := \{p_{ij}^{(2)} : i, j = \overline{0, N}\}$ матрицю перехідних ймовірностей (5) асоційованого марковського процесу для вибору найбажанішого пакета акцій першим клієнтом-покупцем. Позначивши для зручності величину $P\{\tau_2(l) = j\} := h_j$, $j = \overline{0, N}$, визначену за допомогою (10), оскільки $P\{\tau_2(l) = j\} = 0$ для всіх $j = \overline{1, l-1}$, для функції ціни оптимального вибору (8) знаходимо такий вираз:

$$V_n^{(1)} = c_\alpha \left[\frac{4n}{N} \left(1 - \sum_{j=l}^{n} \frac{j}{N} h_j \right) - \frac{n^2}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^{n} \frac{j}{N} h_j \right)^2 \right] -$$

$$
-\frac{\alpha(N-1)^2}{N^2}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{k}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{n}\frac{j}{N}h_j\right)^2 \tag{11}
$$

для всіх $n=\overline{1,\tau_1}$. Грунтуючись на твердженні теореми 1, визначаємо величину $l\in\mathcal{H}$, яка задовольняє нерівності (6), які перепишемо в такій зручній для обчислення формі:

$$
V_{l-1}^{(1)} < (\mathcal{P}V^{(1)})_{l-1}, \qquad (\mathcal{P}V^{(1)})_l \leqslant V_l^{(1)}. \tag{12}
$$

Відповідні визначальні нерівності подамо такими аналітичними виразами:

$$
\begin{aligned}
&c_\alpha\sum_{k=l}^{N}\frac{(l-1)^2[2k(k-1)-1]}{(2l-3)k^2(k-1)^2}\left[\frac{4k}{N}\left(1-\sum_{j=l}^{k}\frac{j}{N}h_j\right)-\frac{k^2}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{k}\frac{j}{N}h_j\right)^2\right]-\\
&\quad-\frac{\alpha(N-1)^2}{N^2}\sum_{k=l}^{N}\frac{(l-1)^2[2k(k-1)-1]}{(2l-3)k^2(k-1)^2}\sum_{s=1}^{k-1}\frac{s}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{s}\frac{j}{N}h_j\right)^2>\\
&\quad>c_\alpha\left(\frac{4(l-1)}{N}-\frac{(l-1)^2}{N^2}\right)-\frac{\alpha(N-1)^2}{N^2}\sum_{k=1}^{l-1}\frac{k}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{k}\frac{j}{N}h_j\right)^2
\end{aligned} \tag{13}
$$

та

$$
\begin{aligned}
&c_\alpha\sum_{k=l}^{N}\frac{l^2[2k(k-1)-1]}{(2l-1)k^2(k-1)^2}\left[\frac{4k}{N}\left(1-\sum_{j=l}^{k}\frac{j}{N}h_j\right)-\frac{k^2}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{k}\frac{j}{N}h_j\right)^2\right]-\\
&\quad-\frac{\alpha(N-1)^2}{N^2}\sum_{k=l}^{N}\frac{l^2[2k(k-1)-1]}{(2l-1)k^2(k-1)^2}\sum_{s=1}^{k-1}\frac{s}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{s}\frac{j}{N}h_j\right)^2\leqslant\\
&\quad\leqslant c_\alpha\left(\frac{4l}{N}-\frac{l^2}{N^2}\right)-\frac{\alpha(N-1)^2}{N^2}\sum_{k=1}^{l-1}\frac{k}{N^2}\left(1-\sum_{j=l}^{k}\frac{j}{N}h_j\right)^2.
\end{aligned} \tag{14}
$$

Нехай тепер величина $l\in\mathcal{H}$ задовольняє нерівності (13) та (14). Як наслідок, отримуємо алгебраїчне рівняння

$$
\begin{aligned}
&\frac{2c_\alpha l}{2l-1}\left[4\frac{l}{N}\ln\frac{N}{l}-\frac{2l^2}{N^2}\ln^2\frac{N}{l}-\frac{(N-l)l}{N^2}+\frac{2l^3}{N^3}\left(\frac{N}{l}\ln\frac{N}{l}-\frac{N}{l}+1\right)-\right.\\
&\quad\left.-\frac{l^4}{N^4}\left(\frac{N}{l}\ln^2\frac{N}{l}-\frac{2N}{l}\ln\frac{N}{l}+\frac{N}{l}-1\right)\right]-\\
&\quad-\alpha\left[\frac{l^2(N-l)}{2N^3}+\frac{l(N-l)^2}{2N^3}-\frac{l^2}{N^2}\ln\frac{N}{l}+\frac{l^2(N-l)}{N^3}+\frac{l^2(N-l)^2}{2N^4}+\right.\\
&\qquad\left.+\frac{l^4}{2N^4}\left(\frac{N}{l}\ln^2\frac{N}{l}-\frac{3N}{l}\ln\frac{N}{l}+\frac{7N}{2l}-4+\frac{l}{2N}\right)\right]=\\
&\quad=c_\alpha\left(\frac{4l}{N}-\frac{l^2}{N^2}\right)-\frac{\alpha(N-1)^2(l-1)l}{2N^4},
\end{aligned} \tag{15}
$$

Таблиця 1. Дійсні розв'язки рівняння (16) при різних величинах коефіцієнта β

β	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
z^*	0,155	0,171	0,186	0,199	0,210	0,220	0,228	0,2360	0,243	0,249	0,254

де ми врахували при виведенні, що, згідно з (11), величина $h_j = (j-1)p_{1j}^{(2)}$, $j = \overline{l, N}$. Тоді за допомогою звичайної перевірки встановлюється справедливість такого твердження.

Теорема 2. *Для прогресивно-лінійної і узгодженої з обсягом портфеля акцій дисципліни штрафування покупця марковські послідовності (4) допускають розбиття фазового простору $\mathcal{H}$ в пряму суму підпросторів $\mathcal{H}_+ = \{\overline{0, l-1}\}$ та $\mathcal{H}_- = \{\overline{l, N}\}$ за необхідної умови, що промоційний параметер $c_\alpha \geqslant \alpha/8 > 0$.*

Оскільки одержаний алгебраїчний вираз (15) є досить складним, коли величина $N \in \mathbb{Z}_+$ є скінченна, нижче проведемо його асимптотичний аналіз за умови існування границі $\lim\limits_{N\to\infty} l(N)/N := z \in (0,1)$, де $l(N) \in \mathcal{H}$ — відповідний розв'язок даного рівняння.

3. Асимптотичний аналіз оптимальної стратегії вибору пакета акцій. При виконанні умови $\lim\limits_{N\to\infty} l(N)/N = z \in (0,1)$ із алгебраїчного виразу (15) одержуємо таке трансцендентне рівняння:

$$\beta(4z\ln z + 2z^2\ln^2 z + 2z^2\ln z + z^3\ln^2 z + 2z^3\ln z + 5z - z^3 - z^4) + \\ + (2z + 2z^2\ln z + 2z^2(1-z)^2 + 2z^3\ln^2 z + 3z^3\ln z + 10z^3 - z^4 + z^5) = 0, \qquad (16)$$

де ми позначили $4c_\alpha/\alpha := \beta \geqslant 1/2$. Це рівняння допускає тільки один розв'язок на відрізку $(0,1)$, який можна знайти числовими методами.

Наближені значення розв'язків рівняння (16) на інтервалі $(0,1)$ для ряду значень величини $\beta \in [0{,}5; 1{,}5]$ наведені у табл. 1.

Як наслідок, приходимо до формулювання наступної оптимальної стратегії поведінки клієнта-покупця на ринку акцій при умові їх бі-варіантної корисності: при досить значному обсязі $N \in \mathbb{Z}_+$ пакетів акцій у портфелі банку оптимальною стратегією поведінки першого покупця при виборі найціннішого пакета акцій буде перегляд на відносну порівняльну цінність $l = z^*N \in \mathbb{Z}_+$ акцій, а потім вибір першого у ряді пакета акцій, бі-варіантна корисність якого перевищує всі попередньо проглянуті.

1. *Березовский Б. А., Гнедин А. В.* Задача наилучшего выбора. – Москва: Наука, 1984. – 197 с.
2. *Кишакевич Ю. Л., Прикарпатський А. К., Твердохліб І. П.* Аналіз оптимальних стратегій портфельної конкуренційної моделі ринку акцій // Доп. НАН України. – 2009. – № 1. – С. 40–47.
3. *Пресман Є. Л., Сонин И. М.* Игровые задачи оптимальной остановки. Существование и единственность точек равновесия // Вероятностные проблемы управления в экономике. – Москва: Наука, 1977. – С. 115–144.
4. *Мазалов В. В., Винниченко С. В.* Моменты остановки и управляемые случайные блуждания. – Новосибирск: Наука, 1992. – 112 с.
5. *Федорюк М. В.* Асимптотические методы. – Москва: Наука, 1985. – 270 с.

Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка
Академія гірництва та металургії ім. Станіслава Сташіца, Краків
Львівський національний університет ім. Івана Франка

Надійшло до редакції 20.11.2008

B. Yu. Kyshakevych, A. K. Prykarpats'kyi, I. P. Tverdokhlib

The study of optimal strategies of a competing stock market model with a bi-variant profit function

The competing stock market model within a bank portfolio with a bi-variative value function under a processing time restriction condition is studied. A new version of the associated Markov process method for finding the optimal choice strategy of the most valued stock packet is developed. Under some conditions on the so-called "gift" and "fee" bank parameters concerning stock packets, both algebraic and universal asymptotic transcendental equations determining the most optimal client strategy within a competing stock market, taking the bi-variative stock value function into account, are obtained.