



УДК 550.34

© 2009

Член-кореспондент НАН України В. А. Даниленко, С. В. Микуляк

Комп'ютерне моделювання двовимірного процесу деформування структурованого геофізичного середовища з пружнопластичною взаємодією між елементами структури

Проведено комп'ютерне моделювання двовимірного процесу динамічного деформування дискретного середовища з пружнопластичною взаємодією між елементами структури. Отримано діаграми деформування таких масивів при різних значеннях межі пластичності. Показано, що зменшення порогу пластичності призводить до збільшення нерівноважності середовища та зростання його дисипативних властивостей.

У публікаціях [1–3] числовим методом змодельовано двовимірні процеси деформування структурованих геофізичних середовищ при взаємодії структурних елементів за законами Герца для пружного та в'язкопружного середовищ. Процес поширення відокремленої хвилі у одновимірному ланцюгу з пружнопластичною взаємодією між елементами структури розглянуто в статті [4]. У даному повідомленні структуроване геофізичне середовище моделюється двовимірною дискретною системою елементів, які взаємодіють за узагальненим законом Герца для пружнопластичних тіл.

Структуроване середовище моделюватимемо системою однакових дискретних елементів з радіусом r [1–3]. Для i -го й j -го елементів величину взаємного зближення $\tilde{\delta}_{ij}$ обчислюємо за такою формулою:

$$\tilde{\delta}_{ij} = 2r - \sqrt{\sum_{k=1,2} (x_i^k - x_j^k)^2}, \quad (1)$$

де x_i^k, x_j^k — координати центрів i -го та j -го елементів. Сила \mathbf{F}_{ij} може бути розкладеною на нормальну силу \mathbf{F}_{ij}^n , напрямлену уздовж лінії, що з'єднує центри двох елементів, і на тангенціальну силу \mathbf{F}_{ij}^s , напрямлену перпендикулярно до цієї лінії. При зближенні двох

елементів до відстані $\delta_{ij} = \delta_{pl}$, де $\delta_{ij} = \tilde{\delta}_{ij}/2$, взаємодія є пружною і сила взаємодії \mathbf{F}_{ij}^n залежить від δ_{ij} :

$$\mathbf{F}_{ij}^n = C\chi(\delta_{ij})\delta_{ij}^\beta \mathbf{n}_{ij}, \quad (2)$$

де χ — функція Хевісайда; $\beta = 3/2$; \mathbf{n}_{ij} — одиничний вектор, напрямлений уздовж лінії, що з'єднує центри двох блоків; C — коефіцієнт взаємодії між структурними елементами, що зв'язаний з пружними характеристиками матеріалу частинок, визначений як

$$C = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{E}{1-\nu^2} \sqrt{r}$$

(тут E — модуль Юнга; ν — коефіцієнт Пуасона). При подальшому зближенні частинок, тобто коли $\delta_{ij} \geq \delta_{pl}$, область в околі контакту переходить у пластичний стан, отже нормальна сила \mathbf{F}_{ij}^n набуває такого вигляду [5]:

$$\mathbf{F}_{ij}^n = 2\pi r P_{pl} \delta_{pl} \mathbf{n}_{ij}, \quad (3)$$

де p_{pl} — тиск, при якому починається пластична течія; $\delta_{pl} = (2\pi r P_{pl}/C)^2$. Розвантаження системи двох частинок відбувається за пружним законом, тобто після досягнення максимального зближення δ_m сила взаємодії \mathbf{F}_{ij}^n обчислюється за формулою

$$\mathbf{F}_{ij}^n = C(\delta_{ij} - \delta_k)^{3/2} \mathbf{n}_{ij} \quad (4)$$

(тут δ_k — залишкова пластична деформація після закінчення взаємодії двох елементів). Величину залишкової пластичної деформації можна отримати таким чином:

$$\delta_k = \delta_m - \left(\frac{2\pi r P_p \delta_m}{C} \right)^{2/3}. \quad (5)$$

При повторному контакті i -го й j -го елементів у формулу (1) вносимо поправку на величину попередньої пластичної деформації, за умови, що кут відносного обертання елементів не перевищить значення $\varphi = 2 \arcsin(\sqrt{2\delta/r})$, і тоді формула для обчислення величини взаємного зближення $\tilde{\delta}_{ij}$ набудатиме вигляду:

$$\tilde{\delta}_{ij} = 2(r - \delta_k) - \sqrt{\sum_{k=1,2} (x_i^k - x_j^k)^2}. \quad (6)$$

Значення \mathbf{F}_{ij}^s залежить від відносного зсуву уздовж лінії, перпендикулярної до \mathbf{n}_{ij} . Якщо $\mathbf{F}_{ij}^s < C_k \mathbf{F}_{ij}^n$, то

$$\frac{d\mathbf{F}_{ij}^s}{dt} = -C_s \mathbf{w}_{ij}, \quad (7)$$

де C_s — константа, C_k — коефіцієнт тертя.

У випадку $\mathbf{F}_{ij}^s \geq C_k \mathbf{F}_{ij}^n$

$$\mathbf{F}_{ij}^s = C_k \frac{\mathbf{w}_{ij}}{w_{ij}} \mathbf{F}_{ij}^n. \quad (8)$$

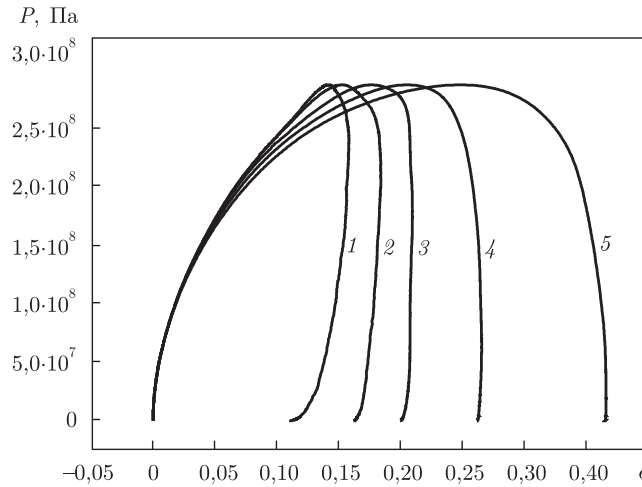


Рис. 1. Діаграми деформування $P(\varepsilon)$ для значень межі пластичності: 1 – $P_{pl} \rightarrow \infty$ (пружна взаємодія); 2 – $P_{pl} = 4 \cdot 10^9$ Па; 3 – $P_{pl} = 3 \cdot 10^9$ Па; 4 – $P_{pl} = 2 \cdot 10^9$ Па; 5 – $P_{pl} = 10^9$ Па

У рівняннях (7) та (8) \mathbf{w}_{ij} – відносна швидкість i -го й j -го елементів:

$$\mathbf{w}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j - \mathbf{n}_{ij}((\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)\mathbf{n}_{ij}) + (2r - \delta_{ij})[\mathbf{n}_{ij} \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{\omega}_j)], \quad (9)$$

де \mathbf{v}_i й $\boldsymbol{\omega}_i$ – лінійна й кутова швидкості i -го елемента.

Систему рівнянь руху для масиву дискретних елементів із врахуванням описаної вище взаємодії розв'язували за допомогою модифікованого алгоритму Верлета (velocity Verlet algorithm) [6]. У розрахунках використано такі константи: $E = 2,0 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,29$; $r = 0,01$ м; $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³; $C_s = 2,7 \cdot 10^6$ Н/м; $C_k = 0,1$.

Масив складався із 10 500 елементів, хаотично розташованих у прямокутній області із пружними стінками, та деформувався за допомогою поршня, на який діяла сила, що змінювалася за часом:

$$f = f_0 \sin^2\left(\frac{\pi t}{t_{\max}}\right). \quad (10)$$

Нами проведено розрахунки деформування масиву для середовища з чисто пружною взаємодією та пружнопластичною взаємодією елементів для чотирьох різних значень межі пластичності p_{pl} . При цьому амплітуда навантаження становила $f_0 = 2 \cdot 10^5$ Н, а тривалість навантаження $t_{\max} = 2,2$ мс.

Діаграму деформування $P(\varepsilon)$ дискретного середовища з пружною взаємодією елементів та пружнопластичною взаємодією при чотирьох різних значеннях P_{pl} зображено на рис. 1: при зменшенні порогу пластичності P_{pl} збільшується залишкова деформація та зміщується максимум у бік збільшення деформації і звичайно ж збільшується дисипація енергії. Це добре ілюструє рис. 2, де наведено розподіл енергії за видами енергії при аналогічних значеннях тривалості навантаження, а саме, дві енергії дисипації: E_d – енергія тертя, яка обчислюється як робота сили тертя \mathbf{F}_s , та E_{pl} – енергія пластичності, яка обчислюється як робота, виконана нормальною пружнопластичною силою F^n . З рис. 2 видно, що при зменшенні порогу пластичності зростає енергія пластичності, а енергія тертя, навпаки, зменшується. Кінетична енергія зі зменшенням P_{pl} практично не змінюється, однак загальна

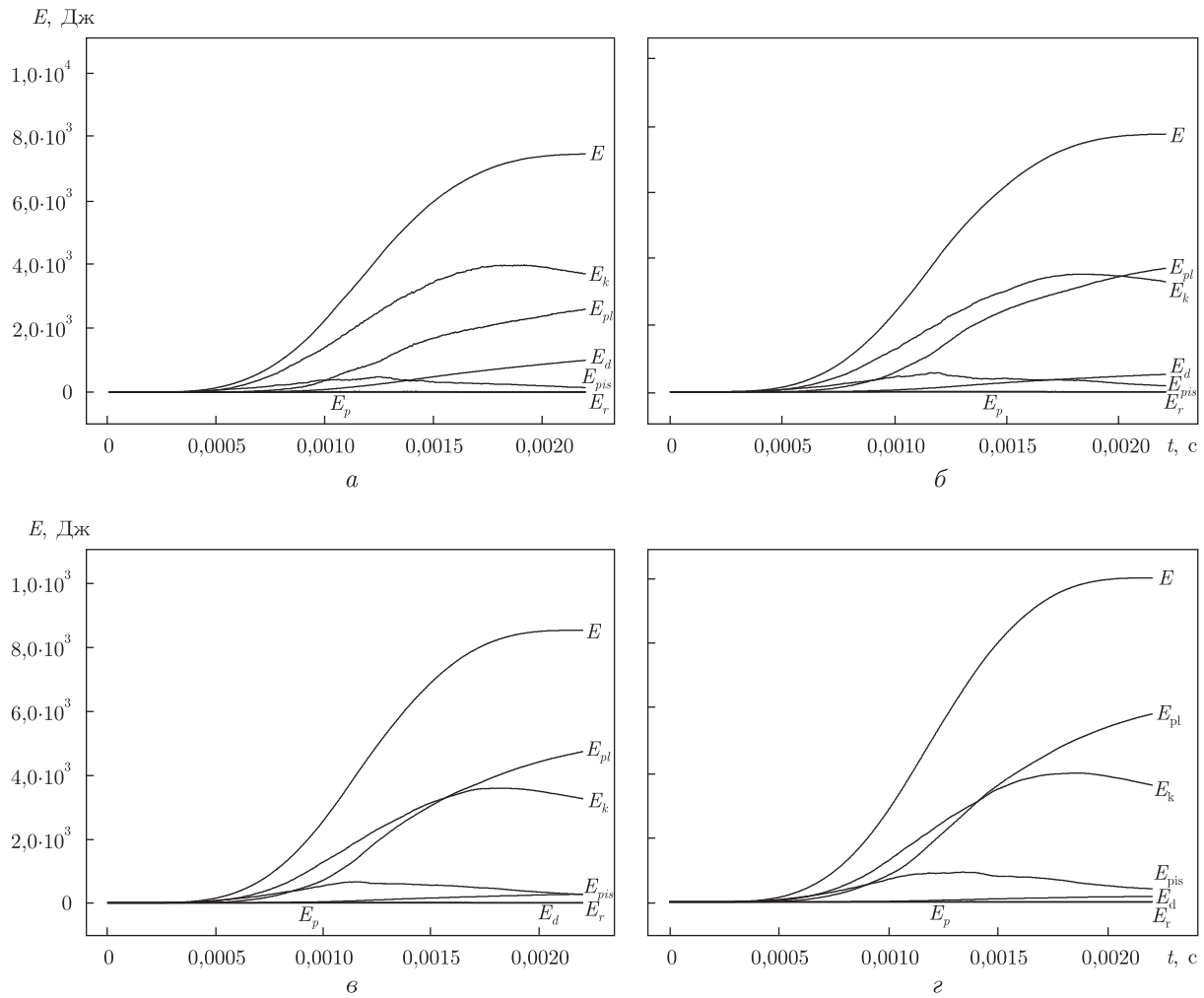


Рис. 2. Залежності видів енергії дискретної системи від часу: E — повна, E_k — кінетична, E_{pl} — пластичності, E_d — тертя, E_r — обертальна, E_p — потенційна, E_{pis} — кінетична енергія поршня. a — $P_{pl} = 4 \cdot 10^9$ Па; $б$ — $P_{pl} = 3 \cdot 10^9$ Па; $в$ — $P_{pl} = 2 \cdot 10^9$ Па; $г$ — $P_{pl} = 10^9$ Па

енергія системи зростає, тобто більш пластичне середовище більше “засвоює” енергії і стає більш нерівноважним. На рис. 3 зображено один з прикладів історії взаємодії двох елементів — залежності сили \mathbf{F}_{ij}^n від часу (a) та величини взаємного зближення δ_{ij} ($б$), де $i = 10$, $j = 108$ у випадку $P_{pl} = 3 \cdot 10^9$ Па; пряма горизонтальна лінія на рисунках відповідає межі пластичності, отже, ці два елементи зіштовхувалися неодноразово, збільшуючи при цьому залишкову деформацію, оскільки їх взаємодія також відбувалася і в пластичній області.

Таким чином, в результаті проведеного комп’ютерного моделювання процесу деформування структурованого середовища з пружнопластичною взаємодією елементів структури отримано діаграми деформування дискретного масиву при різних значеннях межі пластичності. Нами доведено, що зменшення порогу пластичності спричинює збільшення нерівноважності середовища та зростання його дисипативних властивостей.

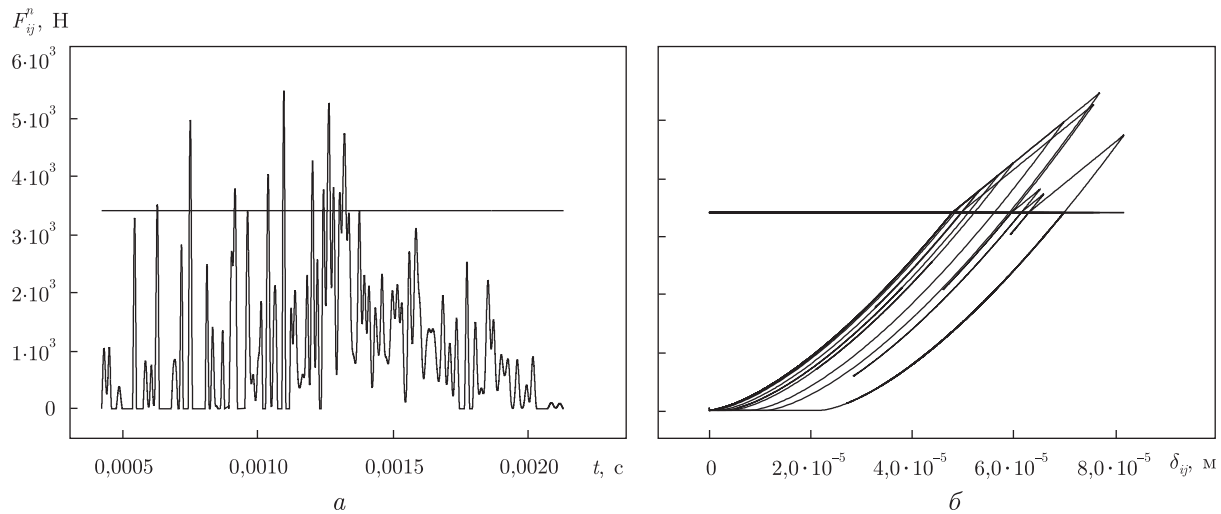


Рис. 3. Залежності сили взаємодії F_{ij}^n від часу для елементів $i = 10$, $j = 108$ (а) та від величини взаємного зближення δ_{ij} , де $i = 10$, $j = 108$ (б). Межа пластичності: $P_{pl} = 3 \cdot 10^9$ Па

1. Даниленко В. А., Микуляк С. В. Комп'ютерне моделювання процесів динамічного деформування структурованого геофізичного середовища // Доп. НАН України. – 2008. – № 2. – С. 123–129.
2. Микуляк С. В. Моделирование процессов динамического деформирования дискретной среды под воздействием импульсной нагрузки // Физ. мезомеханика. – 2007. – **10**, № 6. – С. 69–74.
3. Даниленко В. А., Микуляк С. В. Комп'ютерне моделювання процесів деформування структурованого геофізичного середовища з в'язкопружною взаємодією між елементами структури // Доп. НАН України. – 2009. – № 6. – С. 113–117.
4. Даниленко В. А., Микуляк С. В. Особливості утворення та поширення солітонів у пружнопластичному структурованому середовищі // Там само. – 2006. – № 12. – С. 102–105.
5. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – Москва: Изд-во лит. по строит. – 1965. – 456 с.
6. Swope W. C., Andersen H. C., Berens P. H., Wilson K. R. A computer simulation method for the calculation of equilibrium constants for the formation of physical clusters of molecules: Application to small water cluster // J. Chem. Phys. – 1982. – **76**, No 1. – P. 637–649.

Відділення геодинаміки вибуху
 Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна
 НАН України, Київ

Надійшло до редакції 17.12.2008

Corresponding Member of the NAS of Ukraine **V. A. Danylenko, S. V. Mykulyak**

Computer simulation of the 2D process of deformation of a structured geophysical medium with elastic-plastic interaction between structure elements

We have carried out the computer simulation of the 2D dynamic deformation of a discrete medium with elastic-plastic interaction between the structure elements. We have got the diagrams of deformation of the massifs at different plastic threshold values. We have demonstrated that a decrease of the plastic threshold results in an increase of the dissipative properties.