УДК 517.956

В. М. Кирилич

Багатоточкова задача для гіперболічної сингулярної квазілінійної системи рівнянь в області з невідомими межами

(Представлено членом-кореспондентом НАН України Б. Й. Пташником)

Методом характеристик та принципу стискуючих відображень встановлено глобальну розв'язність багатоточкової задачі для виродженої квазілінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку з внутрішніми вільними (невідомими) межами.

Найбільш природною з погляду застосувань є багатоточкова задача за просторовою змінною, коли додаткову інформацію задано не на прямих, паралельних до часової осі, а на деяких невідомих лініях, що підлягають визначенню і залежать від розв'язку задачі. Огляд літератури з проблематики багатоточкових задач наведено в [1].

У роботі розглянуто мішану задачу для гіперболічної квазілінійної системи рівнянь першого порядку з внутрішніми невідомими межами, причому частина рівнянь є сингулярною (характеристики системи перпендикулярні до осі часу). Подібні задачі виникають у багатьох прикладних питаннях [2–4]. Зокрема, їх можна інтерпретувати як математичні моделі одновимірних суцільних середовищ, у яких частина збурень поширюється з обмеженими швидкостями, а частина — з нескінченними.

Для регулярних квазілінійних гіперболічних систем задачі з невідомими (вільними) межами досліджувались у [5–7].

1. Формулювання задачі та основні припущення. У прямокутнику $\Pi(T_0) = \{(x,t) \mid 0 \leqslant x \leqslant \ell, 0 \leqslant t \leqslant T_0\}$, де $\ell > 0$, $T_0 > 0$ — деякі константи, розглядаємо систему

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i(x,t,u,v)\frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i(x,t,u,v), \qquad i = 1,\ldots,m, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial x} = q_j(x,t,u,v), \qquad j = 1,\ldots,n, \tag{2}$$

$$\dot{s}_j = r_j(t, s(t), u(s_j(t),t), v(s_j(t),t)), \qquad j = 1,\ldots,n, \tag{3}$$

де $u = (u_1,\ldots,u_m)$, $v = (v_1,\ldots,v_n)$, $s = (s_1,\ldots,s_n)$.

Початкові та крайові умови мають вигляд

$$u_i(x,0) = \alpha_i(x), \qquad i = 1,\ldots,m, \qquad 0 \leqslant x \leqslant \ell, \tag{4}$$

$$s_j(0) = c_j, \qquad j = 1,\ldots,n, \qquad 0 \leqslant c_j \leqslant \ell, \tag{5}$$

$$u_i(0,t) = \gamma_i^0(t, u(0,t)), \qquad i \in I_+^0 = \{i \mid \operatorname{sgn}(\lambda_i(0,0,0,0)) = 1\}, \tag{6}$$

$$u_i(\ell,t) = \gamma_i^\ell(t, u(\ell,t)), \qquad i \in I_-^\ell = \{i \mid \operatorname{sgn}(\lambda_i(\ell,0,0,0)) = -1\}, \tag{7}$$

$$v_j(s_j(t),t) = \beta_j(t), \quad j = 1,\ldots,n, \tag{8}$$

де функції $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m)$, $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$, γ_i^0 $(i \in I_+^0)$, γ_i^ℓ $(i \in I_-^\ell)$ і константи c_j $(j = 1, \ldots, n)$ є заданими.

Позначимо $w = (u, v)$ і розглянемо такі множини:

$$D(T_0, P_0) = \Pi(T_0) \times \{w \mid w \in \mathbb{R}^{m+n},\ \|w\| \leqslant P_0\},$$

$$D^1(T_0, P_0) = [0, T_0] \times \{w \mid w \in \mathbb{R}^{m+n},\ \|w\| \leqslant P_0\},$$

$$D^2(T_0, P_0) = [0, T_0] \times [0, \ell]^n \times \{w \mid w \in \mathbb{R}^{m+n},\ \|w\| \leqslant P_0\},$$

де $P_0 > 0$ — деяка стала.

Припустимо, що виконуються такі умови:

H1. В області $D^1(T_0, P_0)$ для $i = 1, \ldots, m$

$$\operatorname{sgn}(\lambda_i(0, t, u, v)) = \text{const}, \qquad \operatorname{sgn}(\lambda_i(\ell, t, u, v)) = \text{const}. \tag{9}$$

H2. Функції $\lambda_i(x, t, w)$, $f_i(x, t, w)$ для $i = 1, \ldots, m$, $q_j(x, t, w)$ для $j = 1, \ldots, n$ визначені в області $D(T_0, P_0)$, а функції $r_j(x, t, w)$ для $j = \overline{1, n}$ — в області $D^2(T_0, P_0)$. Усі ці функції обмежені за модулем деякими константами Λ, F, Q, R відповідно. Крім того, функції $q_j(x, t, w)$ для $j = 1, \ldots, n$ неперервні за t.

H3. Існують невід'ємні, сумовні на $[0, T_0]$ (і $[0, \ell]$, відповідно) функції $\Lambda_1(t)$, $\Lambda_2(t)$, $F_1(t)$, $F_2(t)$, $R_1(t)$, $R_2(t)$, $Q_2(x)$ ($Q_2(x)$, крім того, сумовна в квадраті) такі, що майже для всіх $t \in [0, T_0]$ ($x \in [0, \ell]$) при $(x_1, t, w_1) \in D(T_0, P_0)$, $(x_2, t, w_2) \in D(T_0, P_0)$, $(x^1, t, w_1) \in D^2(T_0, P_0)$, $(x^2, t, w_2) \in D^2(T_0, P_0)$ (і при $(x, t, w_1) \in D(T_0, P_0)$, $(x, t, w_2) \in D(T_0, P_0)$, відповідно) для $i = 1, \ldots, m$ та $j = 1, \ldots, n$ виконуються нерівності

$$\begin{aligned}
&|\lambda_i(x_1, t, w_1) - \lambda_i(x_2, t, w_2)| \leqslant \Lambda_1(t)|x_1 - x_2| + \Lambda_2(t)|w_1 - w_2|,\\
&|f_i(x_1, t, w_1) - f_i(x_2, t, w_2)| \leqslant F_1(t)|x_1 - x_2| + F_2(t)|w_1 - w_2|,\\
&|r_j(x^1, t, w_1) - r_j(x^2, t, w_2)| \leqslant R_1(t)|x^1 - x^2| + R_2(t)|w_1 - w_2|,\\
&|q_j(x, t, w_1) - q_j(x, t, w_2)| \leqslant Q_2(x)|w_1 - w_2|.
\end{aligned} \tag{10}$$

H4. Функції $\lambda_i(x, t, w)$, $f_i(x, t, w)$, $r_j(x, t, w)$, $q_j(x, t, w)$ вимірні в області $D(T_0, P_0)$ для всіх $i = 1, \ldots, m$ та $j = 1, \ldots, n$ відповідно.

H5. Виконуються умови погодження нульового порядку

$$\gamma_i^0(0, \alpha(0)) = \alpha_i(0), \qquad i \in I_+^0, \qquad \gamma_i^\ell(0, \alpha(\ell)) = \alpha_i(\ell), \qquad i \in I_-^\ell. \tag{11}$$

H6. Функції $r_j(t, 0, u, v) \geqslant 0$, якщо $c_j = 0$, і нехай $r_j(t, \ell, u, v) \leqslant 0$ при $c_j = \ell$.

H7. Нехай існує невід'ємна сумовна на $[0, \ell]$ функція $x \to M(x)$ така, що

$$|q_j(x, t, w)| \leqslant M(x)|v|, \qquad j = 1, \ldots, n.$$

Крім того, припускаємо, що квадрат $M(x)$ також є сумовною функцією.

H8. Функції $x \to \alpha_i(x)$, $i = 1, \ldots, m$, ліпшіцеві з константою A_1 та обмежені за модулем зверху константою A.

H9. Функції $(t, u) \to \gamma_i^0(t, u)$ $(i \in I_+^0)$, $(t, u) \to \gamma_i^\ell(t, u)$ $(i \in I_-^\ell)$, $t \to \beta_j(t)$ локально ліпшіцеві за t, u з константами Γ_1, Γ_2 і B_1 відповідно.

H10. Нехай $\gamma_i^0(t,u)$ $(i \in I_+^0)$ не залежить від тих u_k, для яких $k \in I_+^0$, а $\gamma_i^\ell(t,u)$ $(i \in I_-^\ell)$ не залежить від тих u_k, для яких $k \in I_-^\ell$. Нехай $T \in (0, T_0]$.

H11. Існують такі сталі $\varepsilon_0 \in (0,\ell)$ і $\Lambda_0 > 0$, що всі значення $\lambda_i(x,t,w)$ $(i \in I_+^0)$ при $0 \leqslant x \leqslant \varepsilon_0$ та $-\lambda_i(x,t,w)$ $(i \in I_-^\ell)$ при $\ell - \varepsilon_0 \leqslant x \leqslant \ell$ не менші від Λ_0 при $(t,w) \in D^1(T_0, P_0)$.

Якщо $c_j \neq 0$ і $c_j \neq \ell$, то для таких j приймемо

$$D_j^0 = \{(x,t) \in \Pi(T) \mid 0 \leqslant x \leqslant c_j - RT;\ 0 \leqslant t \leqslant T\},$$

$$D_j^\ell = \{(x,t) \in \Pi(T) \mid c_j + RT \leqslant x \leqslant \ell;\ 0 \leqslant t \leqslant T\},$$

$$D_j^c = \Pi(T) \setminus (D_j^0 \bigcup D_j^\ell) = \{(x,t) \in \Pi(T) | c_j - RT \leqslant x \leqslant c_j + RT;\ 0 \leqslant t \leqslant T\}.$$

Якщо ж $c_j = 0$, то приймемо

$$D_j^0 = \varnothing, D_j^\ell = \{(x,t) \in \Pi(T) \mid c_j + RT \leqslant x \leqslant \ell; 0 \leqslant t \leqslant T\}, D_j^c = \Pi(T) \setminus D_j^\ell.$$

Аналогічними будуть міркування, коли $c_j = \ell$. Позначимо

$$\|v\| = \max_j \max\Big\{\max_{D_j^0}(|v_j(x,t)| \exp(-H(c_j - RT - x))), \max_{D_j^c} |v_j(x,t)|,$$

$$\max_{D_j^\ell}(|v_j(x,t)| \exp(-H(x - c_j - RT)))\Big\},$$

$$\|u\| = \max_{\Pi(T)} |u|, \qquad \|w\| = \max\{\|u\|, \|v\|\}, \qquad \|s\| = \max_{[0,T]} |s|,$$

де $H > 0$ — деяка константа.

Зауваження 1. Нехай $U > 0$ — деяка константа. Припускаємо, що $\|u\| \leqslant U$. З (2), (3) і властивостей функцій q_j, r_j за допомогою леми Гроноулла відразу отримуємо апріорні оцінки: $\|v\| \leqslant V$, $\|s\| \leqslant S$, де V, S — деякі сталі.

Розглянемо простір $\mathbb{E}$ неперервних функцій $w\colon \Pi(T) \to \mathbb{R}^{m+n}$, причому функції $(x,t) \to$ $\to u(x,t)$ будемо вважати ліпшіцевими за x, t, а функції $(x,t) \to v(x,t)$ — ліпшіцевими за x. Нехай $\mathbb{E}_0(T)$ — куля $\|w\| \leqslant P_0 = \max\{U, V\}$ у цьому просторі.

Через $\mathbb{E}_1(T, L)$ позначимо множину функцій $(u,v) \in \mathbb{E}_0(T)$ таких, що константи Ліпшіца для функції $(x,t) \to u(x,t)$ і для функції $(x,t) \to v(x,t)$ обмежені зверху величиною $L > 0$.

Розв'язок задачі

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_i(x,t,w(x,t)), \qquad x(\check{t}) = \check{x}, \qquad w \in \mathbb{E}_0(T), \qquad i = 1, \ldots, m \tag{12}$$

(де рівність розуміємо в значенні рівності майже всюди), будемо називати характеристикою i-ї сім'ї, що відповідає функції w, і позначати через $\varphi_i(t; \check{x}, \check{t}, w)$. Відповідно, розв'язок задачі

$$\frac{ds_j}{dt} = r_j(t, s(t), w(s_j(t), t)), \qquad s_j(0) = c_j, \qquad w \in \mathbb{E}_0(T), \qquad j = 1, \ldots, n \tag{13}$$

(де рівність розуміємо також у значенні рівності майже всюди), будемо позначати через $s_j(t; w)$ і називати j-ю (внутрішньою) межею.

На підставі умов **H2**–**H4** та за умови, що $w \in \mathbb{E}_0(T)$, функції λ_i, r_j задовольняють умови Каратеодорі, а тому узагальнені (абсолютно неперервні) розв'язки задач (12), (13) існують, єдині та можуть бути продовжені до межі прямокутника $\Pi(T)$.

Через $\chi_i(\breve{x},\breve{t},w)$ позначимо найменше значення аргументу t, для якого визначений розв'язок $\varphi_i(t;\breve{x},\breve{t},w)$.

Для $i=1,\ldots,m$ введемо множини

$$\Pi_i^\alpha(w)=\{(x,t)\in\Pi(T)\mid \chi_i(x,t,w)=0\},$$

$$\Pi_i^0(w)=\{(x,t)\in\Pi(T)\mid \chi_i(x,t,w)>0, \varphi_i(\chi_i(x,t,w);x,t,w)=0\},$$

$$\Pi_i^\ell(w)=\{(x,t)\in\Pi(T)\mid \chi_i(x,t,w)>0, \varphi_i(\chi_i(x,t,w);x,t,w)=\ell\}$$

і позначимо

$$\mathfrak{R}_i[w](x,t)=\begin{cases}\alpha_i(\varphi_i(0;x,t,w)), & i=\overline{1,m},\quad (x,t)\in\Pi_i^\alpha(w),\\ \gamma_i^0(\chi_i(x,t,w),u(0,\chi_i(x,t,w))), & i\in I_+^0,\quad (x,t)\in\Pi_i^0(w),\\ \gamma_i^\ell(\chi_i(x,t,w),u(\ell,\chi_i(x,t,w))), & i\in I_-^\ell,\quad (x,t)\in\Pi_i^\ell(w),\end{cases} \tag{14}$$

$$\mathfrak{I}_i[w](x,t)=\int\limits_{\chi_i(x,t,w)}^{t} f_i(\varphi_i(\tau;x,t,w),\tau,w(\varphi_i(\tau;x,t,w),\tau))d\tau, \tag{15}$$

$$\mathfrak{A}_i[w](x,t)=\mathfrak{R}_i[w](x,t)+\mathfrak{I}_i[w](x,t),\qquad i=1,\ldots,m, \tag{16}$$

$$\mathfrak{B}_j[w](x,t)=\beta_j(t)+\int\limits_{s_j(t;w)}^{x} q_j(\xi,t,w(\xi,t))d\xi,\qquad j=1,\ldots,n. \tag{17}$$

Означення. Нехай неперервна функція $w=(u,v)\colon \Pi(T)\to\mathbb{R}^{m+n}$ задовольняє систему

$$\begin{cases} u_i(x,t)=\mathfrak{A}_i[w](x,t), & i=1,\ldots,m,\\ v_j(x,t)=\mathfrak{B}_j[w](x,t), & j=1,\ldots,n,\end{cases} \tag{18}$$

причому u — ліпшіцева за x, t; а v — ліпшіцева за x. Тоді w будемо називати узагальненим неперервним розв'язком задачі (1)–(8).

Інтегруванням уздовж характеристик легко показати, що класичний розв'язок задачі (1)–(8) є одночасно її узагальненим неперервним розв'язком.

2. Розв'язність задачі.

Теорема 1. *У разі виконання умов* **H1–H11** *в прямокутнику* $\Pi(T)$, $T<T_0$, *існує єдиний узагальнений неперервний розв'язок задачі* (1)–(8).

Доведення цієї теореми грунтується на тому, що при виконанні припущень п. 1 для достатньо великого значення L і достатньо малого $T>0$ другий степінь оператора $\mathfrak{S}=(\mathfrak{A}_1,\ldots,\mathfrak{A}_m,\mathfrak{B}_1,\ldots,\mathfrak{B}_n)$ у просторі $\mathbb{E}_2(T,L,P)=\{w\in\mathbb{E}_1(T,L)\mid \max\{\|v\|,\ \|u-\alpha(x)\|\}\leqslant P\}$ має єдину нерухому точку, яка і є узагальненим неперервним розв'язком задачі (1)–(8). Крім того, цей розв'язок у просторі $\mathbb{E}_1(T,L)$ неперервно залежить від вихідних даних задачі.

Теорема 2. *У разі виконання умов* **H1–H11** *у прямокутнику* $\Pi(T_0)$ *може існувати не більше одного неперервного узагальненого розв'язку задачі* (1)–(8).

Доведення. Перш за все зазначимо, що узагальнений неперервний розв'язок $w(x,t)$ задачі (1)–(8) у прямокутнику $\Pi(T_0)$ є узагальненим неперервним розв'язком такої задачі в будь-якому прямокутнику $[0,\ell]\times[t_1,t_2]$, де $0\leqslant t_1\leqslant t_2\leqslant T_0$, причому початкові умови мають вигляд $u(x,t_1)=\overset{\circ}{u}(x,t_1)$ і $c_j=s_j(t_1;w)$.

Припустимо тепер, що існує точка $(x_0, t_0) \in \Pi(T_0)$ така, що $w_1(x_0, t_0) \neq w_2(x_0, t_0)$, де $w_1(x, t)$, $w_2(x, t)$ — два узагальнені розв'язки задачі (1)–(8). Введемо множину $\mathfrak{M} = \{t \mid w_1(x, t) \neq w_2(x, t)\}$. Нехай $t^* = \inf \mathfrak{M}$. Тоді $t^* \bar{\in} \mathfrak{M}$, оскільки в іншому випадку, з огляду на неперервність w_1, w_2, величина t^* не могла б бути нижньою гранню. Тому $w_1(x, t^*) = w_2(x, t^*)$ для $x \in [0, \ell]$.

З іншого боку, оскільки t^* — точна нижня грань, то для довільного $\varepsilon > 0$ знайдеться така точка (x, t), що $w_1(x, t) \neq w_2(x, t)$, $0 < t - t^* < \varepsilon$. Перенесемо початок відліку часу в t^* і скористаємось зробленим на початку доведення зауваженням. Тоді отримаємо суперечність з доведеним у теоремі 1 існуванням області $[0, \ell] \times [t^*, T]$, у якій оператор $\mathfrak{S}^2$ є стиском, що й завершує доведення теореми.

Розглянемо далі питання про глобальну розв'язність задачі (1)–(8).

Позначимо через $\widetilde{\mathbb{E}}(T)$ підпростір простору $\mathbb{E}(T)$, утворений функціями $w(x, t) = \{u(x, t), v(x, t)\}$, які є неспадними за аргументом x. Через $\widetilde{\mathbb{E}}_1(T, L)$ будемо позначати відповідний підпростір простору $\mathbb{E}_1(T, L)$ і, нарешті, позначимо $\widetilde{\mathbb{E}}_2(T, L, P) = \{w \in \widetilde{\mathbb{E}}_1(T, L) \mid \max\{\|v(x, t)\|, \|u(x, t) - \alpha(x)\|\} \leqslant P\}$.

Припустимо тепер, що всі функції λ_i, f_i, q_j, r_j визначені в $D(T_0, \infty) = \Pi(T_0) \times \mathbb{R}^{m+n}$ і для кожного $P_0 > 0$ виконуються умови **H1**–**H11**, а також такі умови:

G1. Функції $\lambda_i(x, t, u, v)$ $(i = 1, \ldots, m)$ неспадні за x, u, v для кожного фіксованого t.

G2. Функції $\alpha_i(x)$ $(i = 1, \ldots, m)$ неспадні.

G3. Функції γ_i^0 $(i \in I_+^0)$ є незростаючими, а функції γ_i^ℓ $(i \in I_-^\ell)$ — неспадними за t і u.

G4. Функції $f_i(x, t, u, v)$ $(i = 1, \ldots, m)$ неспадні за x, u, v при фіксованому t, причому

$$f_i(x, t, u, v) \geqslant 0, \quad i \in I_+^0, \quad (x, t, u, v) \in D(T_0, \infty),$$

$$f_i(x, t, u, v) \leqslant 0, \quad i \in I_-^\ell, \quad (x, t, u, v) \in D(T_0, \infty);$$

якщо ж $i \notin I_+^0 \bigcup I_-^\ell$, то обмежень на знак $f_i(x, t, u, v)$ нема.

G5. Функції $q_j(x, t, u, v) \geqslant 0$ $(j = 1, \ldots, n)$ при $(x, t, u, v) \in D(T_0, \infty)$.

G6. Існує невід'ємна неперервна на $\max\{[0, T_0], [0, \ell]\}$ функція $\widetilde{M}(t)$ така, що в області $D(T_0, \infty)$ виконуються нерівності

$$|f_i(x, t, u, v)| \leqslant \widetilde{M}(t)|w|, \qquad |r_j(s, t, w)| \leqslant \widetilde{M}(t)|s|, \qquad i = 1, \ldots, m; \qquad j = 1, \ldots, n.$$

Крім того, нехай функція $M(x)$ з умови **H7** є неперервною.

G7. Припускаємо, що функції $\Lambda_1(t)$, $\Lambda_2(t)$, $F_1(t)$, $F_2(t)$, $R_1(t)$, $R_2(t)$, $Q_2(x)$ обмежені зверху константами Λ_1, Λ_2, F_1, F_2, R_1, R_2, Q_2 відповідно.

Теорема 3. *За зроблених припущень теореми 1 та виконання умов* **G1**–**G7** *узагальнений неперервний розв'язок задачі* (1)–(8) *існує та єдиний у всьому* $\Pi(T_0)$ *і, крім того, він є неспадною функцією за* x.

Цю теорему доводимо за схемою, запропонованою в [7, 8], з використанням теореми про нерухому точку, причому стискуючим буде оператор $\mathfrak{S}^3$.

Зауваження 2. Якщо додатково вимагати виконання умов, подібних до умов **H1**–**H11**, **G1**–**G7**, для похідних першого порядку від вихідних функцій задачі (1)–(8) та умов погодження першого порядку, то виконуються теореми про локальну та глобальну гладку розв'язність задачі (1)–(8).

Зауваження 3. Аналогічні теореми виконуються для випадку, коли в задачі (1)–(8) замість (1) розглядати систему, записану в канонічній формі Шаудера:

$$\sum_{j=1}^{n} l_{ij}(x,t,u,v)\left\{\frac{\partial u_j}{\partial t} + \lambda_i(x,t,u,v)\frac{\partial u_j}{\partial x}\right\} = f_i(x,t,u,v), \qquad i = 1,\ldots,m.$$

Автор висловлює подяку професору А. М. Філімонову за поради та зауваження.

1. *Пташник Б. И.* Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. – 264 с.
2. *Габов С. А.* Новые задачи математической теории волн. – Москва: Наука, 1998. – 448 с.
3. *Trustrum K.* Rotating and stratified fluid flow // J. Fluid Mech. – 1964. – **19**. – P. 415–432.
4. *Верещагин И. К., Кокин С. М., Селезнев В. А.* Старение электролюминофоров // Изв. АН СССР. Физика. – 1985. – **49**, № 10. – С. 1940–1943.
5. *Li Ta-tsien.* Global classical solutions for quasilinear hyperbolic systems. – Paris: Masson, 1994. – 328 p.
6. *Bassanini P., Turo J.* Generalized solutions to free boundary problems for hyperbolic systems of functional partial differential equations // Ann. mat. pura appl. – 1990. – **156**, No 4. – P. 211–230.
7. *Андрусяк Р. В., Кирилич В. М., Мышкис А. Д.* Локальная и глобальная разрешимости квазилинейной гиперболической задачи Стефана на прямой // Дифференц. уравнения. – 2006. – **42**, № 4. – С. 489–503.
8. *Мышкис А. Д., Филимонов А. М.* О глобальной непрерывной разрешимости смешанной задачи для одномерных гиперболических систем квазилинейных уравнений // Там же. – 2008. – **44**, № 3. – С. 394–407.

Львівський національний університет
ім. Івана Франка

Надійшло до редакції 04.11.2008

V. M. Kyrylych

Multipoint problem for a hyperbolic singular quasilinear system of equations in the area with unknown boundaries

By applying the method of characteristics and the principle of contracting mapping, the global solvability of a multipoint problem for a degenerate quasilinear hyperbolic system of equations of the first order with free (unknown) boundaries is established.