УДК 629.7.054

В. В. Карачун, В. М. Мельник

Поліагрегатні структури чутливих елементів приладів інерціальної навігації в акустичному середовищі

(Представлено академіком НАН України В. М. Кошляковим)

Проаналізовано рух газової кульки системи корекції гірогоризонту під дією проникного акустичного випромінювання.

Проаналізуємо вплив проникного акустичного випромінювання P рушійних установок літального апарату мобільного базування на похибки побудови вертикалі місця старту.

В авіації для цієї мети широке застосування знайшли електромеханічні навігаційні прилади — гірогоризонти — з електричними корегуючими пристроями. В приладах класу гірогоризонт із змішаною корекцією найбільше використовуються рідинні маятникові перемикачі (РМП).

Їх конструкція являє собою невеличкий мідний резервуар, заповнений спеціальною струмопровідною рідиною. На корпус резервуара подається змінна напруга 36 В 400 Гц. У верхній кришці, внутрішня поверхня якої виконана сферичною, знаходяться чотири струмознімачі. Рідина заповнює резервуар лише частково, залишаючи кульку інертного газу. В положенні рівноваги, при вертикальній орієнтації головної осі фігури гіроскопа, кулька порівну перекриває всі чотири контакти і електричні струми, що проходять крізь контакти, дорівнюють один одному [1] (рис. 1). Такі схеми реалізовані в багатьох конструкціях гірогоризонтів винищувачів (АГИ — 1), бомбардирувальників (АГБ — 1), датчиків крену тощо.

При малих кутах відхилення осі фігури від вертикалі момент корекції зростає пропорційно цьому куту, причому кут пропорційності зазвичай обирається досить великим. При значних кутах відхилення осі гіроскопа момент корекції залишається сталим, але знак його залежить від знаку відхилення. Само собою, вектор корекційного моменту повинен мати такий напрямок, який зменшував би кут відхилення від вертикалі місця.

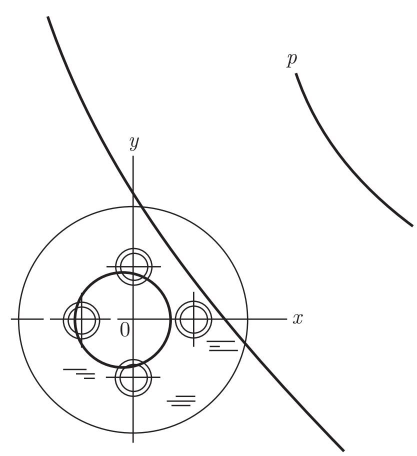

Рис. 1

Конструкція рідинного маятникового перемикача слугує відмінним провідником звукових хвиль. Тому проникне акустичне випромінювання змусить рухатися газову кульку в бік поширення хвиль, що призведе до замикання тієї або іншої пари контактів з наступним "хибним" включенням системи корекції.

Визначимо переміщення газової кульки як тіла довільної форми, поверхня якого пружно деформовна. З'ясуємо ступінь впливу деформації поверхні та незалежних від часу властивостей рідини, наприклад, в'язкості, на величину граничного переміщення газової бульбашки. Силами молекулярного зчеплення з внутрішньою поверхнею резервуара РМП в першому наближенні нехтуємо. Припущень щодо форми хвилі тиску P робити не будемо.

Лінійність задачі дозволяє навести диференціальні рівняння руху газової бульбашки в проекціях на її головні центральні осі інерції у вигляді

$$M_{ii}\ddot{U}_{*i} + b\dot{U}_{*i} + cU_{*i} + Q_i = P_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, 6, \tag{1}$$

де M_{ii} — маса, або момент інерції, якщо рух обертальний; $\ddot{U}_{*i}$ — прискорення руху бульбашки вздовж перпендикулярних осей (див. рис. 1); Q_i — додаткові сили взаємодії поверхні бульбашки з рідиною перемикача, породжені її деформацією; b, c — відповідно приведені коефіцієнти в'язкого і пружного опору; P_i — сили тиску акустичної хвилі. Сили Q_i $(i = x, y)$ визначаються виразом

$$Q_i = \iint\limits_S \vec{q}(x, y, t) \cdot \vec{\tau}_i(x, y) dS. \tag{2}$$

Тут $\vec{q}$ — тиск, викликаний зміщенням бульбашки; $\vec{\tau}_i$ — одиничний вектор відповідної осі; x, y — координати точки поверхні бульбашки; t — час; S — поверхня бульбашки.

Залежність узагальненої сили Q_i від переміщення поверхні може бути означена в явному вигляді, для чого досить навести переміщення поверхні бульбашки у такій формі:

$$\vec{W}(x, y, t) = \sum_k U_k(t)\vec{V}_k(x, y), \qquad k = 1, 2, \ldots, \tag{3}$$

де $\vec{V}_k(x, y)$ — досить повна система векторних функцій, причому, якщо $k = 1, \ldots, 6$, то ці функції збігаються з означеними вище $\vec{\tau}_i$, тобто відповідають переміщенням поверхні бульбашки в цілому. Інші $(k = 7, 8, \ldots)$ визначають деформації поверхні; $U_k(t)$ — узагальнена координата. Очевидно, що за відсутності деформації

$$U_k = U_{*k},$$

коли $k = 1, \ldots, 6$. Навпаки,

$$U_k = 0,$$

якщо $k = 7, 8, \ldots$.

Отже, під дією пройдешньої акустичної хвилі тиску газова бульбашка РМП рухається або деформується таким чином, що узагальнена координата U_k зростає з одиничною швидкістю, тобто

$$\dot{U}_k|_{t>0} = 1; \qquad U_k|_{t<0} = 0; \qquad U_m|_{m \neq k} = 0. \tag{4}$$

За цих умов на поверхні бульбашки виникає тиск із складовими $\vec{\tau}_i$ по всіх напрямках. Співвідношення (2) визначає узагальнену силу $F_{ik}(t)$, що відповідає цим умовам.

За прийнятої лінійності задачі узагальнена сила $Q_i(t)$, яка виникає при довільному зміщенні поверхні бульбашки, визначається рівністю, що безпосередньо випливає з принципу суперпозиції

$$Q_i(t) = \sum_k Q_{ik}(t) = \sum_k \int_0^t F_{ik}(t-\tau)\ddot{U}_k(\tau)\,d\tau. \tag{5}$$

Тут і надалі передбачається, що $U_k|_{t\leqslant 0} = 0$, а $\ddot{U}_k$ може містити імпульсні функції, зокрема, якщо $\lim U_k \neq 0$ за $t \to +0$.

Залежність узагальнених сил P_i від параметрів хвилі тиску також може бути окреслена за допомогою функцій F_{ik}. Отримати цю залежність дозволяє завдання руху частини рідини РМП, яка обмежена поверхнею бульбашки. Динамічний стан таким чином одержаного "уявного" тіла можна описати рівняннями, аналогічними (1). Якщо при цьому уявне тіло розташоване на місці досліджуваної бульбашки, а динамічна рівновага його розглядається відносно обраних вище осей, то складові зовнішньої дії на переміщувану поверхню бульбашки і функції F_{ik} для уявного тіла будуть тими ж самими, що і для досліджуваного, тому рівняння набувають вигляду

$$P_i = \sum_n M_{ni}^{\text{ф}}\ddot{U}_{*n} + \sum_k \int_0^t F_{ik}(t-\tau)\ddot{U}_k^{\text{ф}}(\tau)\,d\tau + b_n\dot{U}_{*n} + c_nU_{*n}, \tag{6}$$

де M_{ni}^{∞} — маса (статичний момент, момент інерції) уявного, фіктивного, тіла відносно вказаних осей; індекс "ф" означає належність до уявного, фіктивного, тіла. Передбачається, що бульбашка невід'ємна від середовища. Момент сил інерції представлений тут сумою моментів, що виникають внаслідок узагальнених переміщень $U_{*n}^{\text{ф}}$ як при $n = i$, так і при $n \neq i$, оскільки осі, відносно яких розглядається динамічна рівновага фіктивного тіла, взагалі кажучи, не є для нього головними центральними осями інерції.

Фіктивне тіло не вносить збурень у хвилю, що поширюється в рідині. Тому, необхідні дані про його переміщення $U_k^{\text{ф}}$, $U_{*n}^{\text{ф}}$ можна одержати інтегруванням відповідним чином спроектованих переміщень рідини по поверхні і об'єму бульбашки. Отже, рівняння (6) можна розглядати як рівності, що визначають сили P_i.

Відповідно до (5), (6), рівняння (1) руху газової бульбашки може бути записане у вигляді інтегро-диференціальних залежностей

$$M_{ii}\ddot{U}_{*i} + \sum_k \int_0^t F_{ik}(t-\tau)\ddot{U}_k(\tau)\,d\tau = \sum_n M_{ni}^{\text{ф}}\ddot{U}_{*n}^{\text{ф}} + \sum_k \int_0^t F_{ik}(t-\tau)\ddot{U}_k^{\text{ф}}(\tau)\,d\tau. \tag{7}$$

Припускається, що взаємодія бульбашки з внутрішньою поверхнею РМП та контактами відсутня.

Аналіз рівняння (7) дозволяє зробити деякі висновки стосовно величини граничних, остаточних, переміщень газової кульки. Перетворення Лапласа дозволяє навести вираз (7) у вигляді [2]

$$M_{ii}p^2\ddot{U}_{*i}^{+} + \sum_k F_{ik}^{+}p^2U_k^{+} = \sum_n M_{ni}^{\text{ф}}p^2U_{*n}^{\text{ф}+} + \sum_k F_{ik}^{+}p^2U_k^{\text{ф}+}, \tag{8}$$

де зміст індекса “+” та параметра “p” випливає із співвідношення

$$\int\limits_0^\infty \Phi(t)\exp(-pt)dt = \Phi^+(p). \tag{9}$$

Тоді маємо

$$U_{*i}(t) \to U_{*i}(p) \to \ddot{U}_{*i}^+; \qquad U_{*i}(0) = 0; \qquad \dot{U}_{*i}(0) = 0; \tag{10}$$

$$\ddot{U}_{*i}(t) \to p^2\ddot{U}_{*i}^+; \qquad F_{ik}(t) \to F_{ik}^+; \qquad \ddot{U}_k(t) \to p^2 U_k^+; \tag{11}$$

$$\int\limits_0^t F_{ik}(t-\tau)\ddot{U}_k(\tau)\,d\tau = F_{ik}\ddot{U}_k \to F_{ik}^+ p^2 U_k^+ \text{ (у відповідності до теореми Е. Бореля)}; \tag{12}$$

$$U_{*n}^{\Phi}(t) \to U_{*n}^{\Phi+}; \qquad \ddot{U}_{*n}^{\Phi}(t) \to p^2 U_{*n}^{\Phi+}; \tag{13}$$

$$\int\limits_0^t F_{ik}(t-\tau)\ddot{U}_k^{\Phi}(\tau)\,d\tau \to F_{ik}^+ p^2 U_k^{\Phi+}. \tag{14}$$

Для того щоб з рівняння (8) визначити величину граничного переміщення газової кульки, досить скористатися формулою

$$\lim_{t\to\infty} \Phi = \Phi_\infty = \lim_{p\to 0} p\Phi^+(p), \tag{15}$$

яка слушна за умови існування межі в її лівій частині, а також виконання вимоги

$$[\lim_{t\to\infty} \Phi(t)\exp(-pt)]_{p>0} = 0. \tag{16}$$

Якщо хвиля зовнішнього акустичного тиску обмежена у часі або затухає, а рідина безмежна, то можна стверджувати, що переміщення газової кульки відповідатиме зазначеним припущенням.

Припустимо, що газова бульбашка маси M переміщується всередині РМП під дією проникного акустичного випромінювання. Для спрощення, вважаємо рідину нестисливою і задачу одновимірною.

Функції, що визначають переміщення рідинного середовища та його взаємодію з газовою бульбашкою, оберемо у вигляді

$$F = m\delta_1(t) + \alpha; \qquad \dot{U}_*^{\Phi} = \dot{U}^{\Phi} = \delta_0(t) - \delta_0(t-1), \tag{17}$$

де m — приєднана маса; α — коефіцієнт тертя; $\delta_1(t)$ — дельта-функція Дірака, яка окреслює миттєве значення імпульсу збурення; $\delta_0(t)$ — одинична функція Хевісайда.

Тоді очевидно,

$$\ddot{U}^{\Phi} = \delta_1(t) - \delta_1(t-1). \tag{18}$$

Зважаючи на те, що

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)\delta_1(t)dt = \varphi(0) > 0; \tag{19}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-\tau)\delta_1(\tau)\,d\tau = \varphi(t) * \delta_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau)\delta_1(t-\tau)dt = \varphi(t); \tag{20}$$

$$\int_a^b \varphi(t)\delta_1(t-t_0)dt = \begin{cases} \varphi(t_0), & t \in (a,b), \\ 0 & t \notin [a,b], \end{cases} \tag{21}$$

одержуємо диференціальне рівняння руху газової бульбашки за умови врахування тільки її тертя об рідинне середовище:

$$M\ddot{U}(t) + \int_0^t [m\delta_1(t-\tau)+\alpha]\ddot{U}(\tau)\,d\tau =$$

$$= M^0[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)] + \int_0^t [m\delta_1(t-\tau)+\alpha][\delta_1(\tau)-\delta_1(\tau-1)]d\tau, \tag{22}$$

де M^0 — маса витісненої бульбашки рідини.

Застосувавши однобічне перетворення Лапласа за нульових початкових умов, вираз (22) запишемо таким чином:

$$(M+m)p^2U(p) + \alpha pU(p) = (M^0+m)[1-\exp(-p)] + \alpha\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p}\exp(-p)\right). \tag{23}$$

Звідки

$$U(p) = \frac{[1-\exp(-p)]\left[M^0+m+\dfrac{\alpha}{p}\right]}{p[(M+m)p+\alpha]} =$$

$$= \frac{(M^0+m)p+\alpha}{p^2[(M+m)p+\alpha]} - \frac{[(M^0+m)p+\alpha]}{p^2[(M+m)p+\alpha]}\exp(-p). \tag{24}$$

Позначивши

$$\frac{\alpha}{M+m} = \nu_1$$

і переходячи до оригіналу, одержуємо закон вимушеного руху газової бульбашки під дією акустичної хвилі:

$$U(t) = \left\{t - \frac{M-M^0}{\alpha}[1-\exp(-v_1 t)]\right\}\delta_0(t) -$$

$$-\left\{t-1-\frac{M-M^0}{\alpha}[1-\exp(-v_1(t-1))]\right\}\delta_0(t-1), \tag{25}$$

або

$$U(t) = \frac{M^0+m}{M+m} + \frac{M-M^0}{M+m}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}v_1^n\frac{t^{n+1}-(t-1)^{n+1}}{(n+1)!}, \qquad t \geqslant 1. \tag{26}$$

З цього випливає, що при досить малому терті граничне переміщення кульки дорівнює

$$\lim_{t\to\infty} U(t) = \frac{M^0+m}{M+m}. \qquad (27)$$

1. *Данилин В. П.* Гироскопические приборы: Уч. пос. – Москва: Высш. шк., 1965. – 539 с.
2. *Мартыненко В. С.* Операционное исчисление: Уч. пос. – Киев: Выща шк., 1990. – 359 с.

НТУ України "Київський політехнічний інтитут" *Надійшло до редакції 01.10.2008*

V. V. Karachun, V. N. Mel'nick

Polyaggregate structures of sensitive elements of inertial navigation devices in the acoustic environment

The forced motion of a gas-bubble of the correction system of a gyrohorizon under the action of penetrating acoustic radiation is analyzed.