

УДК 681.5

## ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУКТИВНОЙ СИНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ФЛОТАЦИИ УГЛЕЙ

Зубов Д.А., Килымник О.В.

*Восточноукраинский национальный университет им.В.Даля,  
dzubovua@mail.ru, stalker\_mx@rambler.ru*

Запропоновано новий теоретичний підхід індуктивного синергетичного синтезу нелінійних агрегованих регуляторів (на прикладі процесу флотації вугілля) на базі синергетичної теорії керування А.А.Колеснікова та індуктивних систем О.Г.Ивахненка. Вибір інваріантного різноманіття (ІР) реалізується в рамках індуктивного структурно-параметричного синтезу ІР. Задача індуктивного синергетичного синтезу нелінійних агрегованих регуляторів у загальному випадку представляється у вигляді кортежу з множинами: методи аналітичного синтезу нелінійних агрегованих регуляторів; ранжована множина критеріїв вибору ІР; структурний базис ІР; алгоритми генерації ІР з базових структур; правила комплексування критеріїв вибору ІР.

*Ключові слова:* нелінійна система, синергетика, автоматизація, інваріантне різноманіття, індуктивна система, процес флотації вугілля.

In this paper, new approach of inductive synergetic synthesis of nonlinear aggregated regulators is proposed on the basis of A.A.Kolesnikov synergetic control theory and A.G.Ivakhnenko self-organizing systems (with the coal flotation process application). Selection of attracting invariant variety (IV) is carried out on the structure parametric IV synthesis basis in the context of self-organizing systems. Procedure of inductive synergetic synthesis of nonlinear aggregated regulators can be described through the record with next arguments: set of the nonlinear aggregated regulators synergetic synthesis methods; ranged set of the IV selection criterions; set of IV structures; set of IV generation algorithms on the IV structures basis; set of rules for the IV selection criterions complexing.

*Keywords:* nonlinear model, synergetic, automatics, attracting invariant variety, self-organizing systems, coal flotation process.

Предложен новый теоретический подход индуктивного синергетического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов (на примере процесса флотации углей) на базе синергетической теории управления А.А.Колесникова и самоорганизующихся систем А.Г.Ивахненко. Выбор притягивающего инвариантного многообразия (ИМ) реализуется в рамках индуктивного структурно-параметрического синтеза ИМ. Задача индуктивного синергетического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов в общем случае представляется в виде кортежа с множествами: методы аналитического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов; ранжированное множество критериев выбора ИМ; структурный базис ИМ; алгоритмы генерации ИМ из базовых структур; правила комплексирования критериев выбора ИМ.

*Ключевые слова:* нелинейная система, синергетика, автоматизация, притягивающее инвариантное многообразие, самоорганизующаяся система, процесс флотации углей.

### 1. Введение

Последние два десятилетия современная теория автоматического управления развивалась в направлении методов управления нелинейными многоканальными объектами (например, [1, 2]). С точки зрения авторов фундаментальные результаты, определяющие перспективы ближайшего будущего предметной области аналитического конструирования

автоматических регуляторов, получены на базе теории групп (например, [3-5]) и синергетики (например, [6-8]). В первом случае основной проблемой является аналитическое нахождение однопараметрической группы преобразований, во втором – выбор (обоснование выбора) притягивающего инвариантного многообразия (ИМ). Развитие высокопроизводительной вычислительной техники и методологии символьных процессоров позволили эффективно использовать подход теории самоорганизации для выбора ИМ. Поэтому развитие индуктивных синергетических методов управления сложными системами является в настоящее время одной из наиболее актуальных задач. На практике выбор ИМ обычно решается эмпирически с использованием нечеткого опыта экспертов или формально на базе анализа сопровождающего оптимизирующего функционала (СОФ). В этих условиях представляется целесообразным разработать типового структурного базиса ИМ, который проиллюстрируем на примере индуктивного синергетического синтеза нелинейного агрегированного регулятора процесса флотации углей.

Известен ряд работ автора научного направления синергетических систем А.А.Колесникова (например, [6-9]), в которых подробно рассмотрены базовые синергетические принципы. Также известны работы автора научного направления самоорганизующихся систем А.Г.Ивахненко (например, [9-11]), концепция которых позволяет указанную проблему структурно-параметрического синтеза ИМ рассматривать и решать в контексте классических методов теории самоорганизации (метод группового учета аргументов, комбинаторный, комплексирование аналогов, др.).

В проводившихся ранее исследованиях [12] выполнен анализ применимости синергетического метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов к управлению SISO-объектом с ограниченным управлением, аппроксимирующимся функцией  $\arctg$ ; объект моделируется апериодическим звеном первого порядка с запаздыванием, аппроксимирующимся рядом Пада первого порядка. Анализ функционирования системы автоматического управления (САУ) при ограничении условного управления показывает, что алгоритм работы синергетического регулятора эквивалентен принципу однопозиционного реле. В работе [13] приведен пример синергетического синтеза регулятора процесса флотации углей на базе одного частного случая ИМ.

Анализ указанных литературных источников [1-13] показывает, что объект управления (ОУ) целесообразно представлять в дискретно-непрерывной форме из-за наличия запаздывания.

## **2. Постановка задачи индуктивного синергетического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов**

Формальную систему, описывающую задачу индуктивного синергетического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов, представим в виде кортежа:

$$\langle S, K, M, A, P \rangle, \quad (1)$$

где  $S$  – множество методов аналитического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов;  $K$  – ранжированное множество критериев выбора ИМ;  $M$  – структурный базис ИМ;  $A$  – множество алгоритмов генерации ИМ из базовых структур  $M$ ;  $P$  – множество правил комплексирования критериев выбора ИМ.

Рассмотрим элементы кортежа (1). Множество методов аналитического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов  $S$  достаточно подробно рассмотрено в соответствующей литературе (например, [6-8]). Ранжированное множество критериев выбора ИМ  $K$  представляет известные критерии самоорганизации [9-11] (регулярности, минимума смещения, комбинированные, др.) и СОФ. Выбор определенного ИМ  $\psi(x_1[k], \dots, x_n[k]) = 0$  ( $x_1[k], \dots, x_n[k]$  – скалярные переменные пространства состояний размерности  $n$  в дискретный момент времени  $k$ ) производится на базе ранга и числового значения соответствующего критерия. Структурный базис ИМ  $M$  представляет собой множество альтернативных реализаций  $\psi(x_1[k], \dots, x_n[k]) = 0$  (полиномиальная, дробно-рациональная, с использованием модуля числа, др.). Множество  $A$  алгоритмов генерации ИМ из базовых структур  $M$  представляет известные методы самоорганизации [9-11] (комбинаторный, метод группового учета аргументов, многорядный с занулением коэффициентов, комплексирование аналогов, др.). Множество  $P$  правил комплексирования критериев выбора ИМ используется из-за гетерогенности множества  $K$  (классические критерии теории самоорганизации [9-11] и СОФ [6-8]). Под операцией комплексирования в контексте будем понимать учет критериев с некоторыми коэффициентами веса, сумма которых равна единице.

### 3. Постановка задачи синергетического синтеза нелинейного агрегированного SISO-регулятора процесса флотации углей

Рассмотрим общий SISO-случай дискретно-непрерывной САУ [8], который наиболее часто используется в практике обогащения угля [15, 16]. Многоканальные системы (например, двухканальные [17]), характеризующиеся диофантовым характером зависимостей, в настоящее время аналитически неразрешимы [18, 19], имеют высокую вычислительную сложность. Разностная модель ОУ имеет вид:

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= f_1(x_1[k], \dots, x_n[k]); \\ &\dots \\ x_n[k+1] &= f_n(x_1[k], \dots, x_n[k]) + bu[k], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_1[k], \dots, x_n[k]$  – скалярные переменные пространства состояний размерности  $n$  в дискретный момент времени  $k$ ;  $f_i(x_1[k], \dots, x_n[k])$  – нелинейные дискретные функции, дифференцируемые по своим переменным,  $i=1, \dots, n$ ,  $f_i(0) = 0$ ;  $u[k]$  – дискретный закон управления, обеспечивающий перевод изображающей точки (ИТ) системы (2) из произвольного начального

состояния  $X(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$  в начало координат ( $x_1=0, x_2=0, \dots, x_n=0$ ) пространства состояний. При этом обеспечивается минимум СОФ:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} F(\psi[k], \Delta\psi[k]), \quad (3)$$

где  $F(\psi[k], \Delta\psi[k])$  – дифференцируемая по своим аргументам определенно-положительная функция;  $\psi(x_1[k], \dots, x_n[k])$  – агрегированная макропеременная, представляющая собой некоторую произвольную дифференцируемую или кусочно-линейную функцию фазовых координат;  $\Delta\psi(k) = \psi(k+1) - \psi(k)$ . Семейство устойчивых экстремалей при выборе  $F(\psi[k], \Delta\psi[k])$  в виде квадратичной формы [8] описывается разностным уравнением:

$$\psi[k+1] + \alpha\psi[k] = 0, \quad (4)$$

где  $\alpha < 1$  – действительный коэффициент, выбираемый на базе требований к качеству функционирования ОУ (2).

Из уравнения (4) при учете разностной модели ОУ (1) определяется множество допустимых законов управления  $u(x_1[k], \dots, x_n[k])$ , обеспечивающих перевод ИТ в окрестность ИМ  $\psi[k] = 0$ , и удержание ее в этой окрестности при дальнейшем движении вдоль  $\psi(x_1[k], \dots, x_n[k]) = 0$  к положению равновесия ( $x_1=0, x_2=0, \dots, x_n=0$ ). Движение вдоль ИМ  $\psi[k] = 0$  описывается системой разностных уравнений в пространстве состояний размерности  $(n-1)$ :

$$x_{i\psi}[k+1] = \hat{f}_i(x_{1\psi}[k], \dots, x_{(n-1)\psi}[k]), \quad i=1, \dots, (n-1). \quad (5)$$

Для получения уравнений (5) из уравнения  $\psi(x_1[k], \dots, x_n[k]) = 0$  необходимо выразить координату  $x_n[k] = \varphi(x_1[k], \dots, x_{n-1}[k])$  и подставить ее в первые  $(n-1)$  уравнений системы (2). Неизвестные коэффициенты, вводимые в систему (2) из (4) в процессе преобразований, определяются на базе требований к качеству функционирования ОУ (2) и асимптотической устойчивости [14] замкнутой дискретной системы (5).

#### **4. Пример индуктивного синергетического синтеза нелинейного агрегированного SISO-регулятора процесса флотации углей на базе данных Ирминской углеобогатительной фабрики**

Рассмотрим простой пример индуктивного синергетического синтеза нелинейного агрегированного регулятора процесса флотации углей на базе данных Ирминской углеобогатительной фабрики [15]. С достаточной для практики точностью следующее разностное уравнение аппроксимирует модель ОУ с запаздыванием по каналу расход реагента-собирателя – зольность флотоконцентрата (период квантования по времени 5 мин; реализована дробная подача реагентов (в аппарата подготовки пульпы и флотомашину) при помощи

распределителя реагентов, что объясняет управляющие воздействия с разными запаздываниями):

$$y[k] = a_1 y[k-1] + a_2 y[k-2] + a_3 u[k-2] + a_4 u[k-3] + a_5 u^2[k-2], \quad (6)$$

где  $y[k]$  – выход ОУ – зольность флотоконцентрата, %;  $u[k]$  – управляющее воздействие – расход реагента-собирателя, мл/мин;  $a_1=0,737467903290436$ ,  $a_2=-0,0273137256222074$ ,  $a_3=0,0238929627910524$ ,  $a_4=-0,00101533128766842$ ,  $a_5=-0,000056571698836287$ . Переменные  $y[k]$  и  $u[k]$  рассматриваются в отклонениях:  $y[k]$  – от 7,90022765531406 %,  $u[k]$  – от 182 мл/мин. Количество значащих цифр в коэффициентах разностного уравнения (6) до 20 обусловлено типом Extended представления данных в среде программирования Delphi v. 7, которая использована для написания специализированного программного обеспечения.

ОУ (6) обладает свойством самовыравнивания, т.е. при значении управления 182 мл/мин и устранении внешних возмущающих воздействий выходная координата стремится к 7,90022765531406 %. Таким образом, синтезированное управляющее воздействие должно по заданному критерию превалировать в сравнении со случаем отсутствия алгоритма вычисления управляющего воздействия (т.е.  $u[k]=0$ ). Также необходимо указать на значительную инерционность ОУ (6) – размерность коэффициентов  $a_4$  и  $a_5$  примерно на 2 порядка меньше соответствующих множителей.

Построим множества  $S$ ,  $K$ ,  $M$ ,  $A$ ,  $P$  (1). Метод аналитического синтеза нелинейного агрегированного дискретного регулятора базируется на работе [8]. Критерий регулярности выбора ИМ – минимум среднего абсолютного отклонения выходной координаты  $y[k]$  от нулевого значения. Структурный базис ИМ включает две альтернативные макропеременные:

$$\psi[k] = x_1[k] + \beta_1 x_2[k] + \beta_2 x_3[k], \quad (7)$$

$$\psi[k] = x_1^2[k] + \beta x_3[k], \quad (8)$$

где  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta$  – коэффициенты, определяемые на базе условий асимптотической устойчивости замкнутой дискретной системы.

Множества  $A$  и  $P$  имеют нулевую мощность. Разностное уравнение (6) в пространстве состояний имеет вид:

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= a_1 x_1[k] + 0,5 x_2[k] + a_3 x_3[k] + a_5 x_3^2[k], \\ x_2[k+1] &= 2a_2 x_1[k] + 2a_4 x_3[k], \\ x_3[k+1] &= u[k]. \end{aligned} \quad (9)$$

В системе (9)  $x_1[k]=y[k]$ .

#### 4.1. Оценка адекватности аппроксимации экспериментальных данных Ирминской углеобогатительной фабрики на основе нелинейной SISO-модели (6)

В работе [20] на основе ковариационного анализа показано, что объем представленного временного ряда экспериментальных данных Ирминской углеобогатительной фабрики достаточен для синтеза адекватной модели –

значение ковариационной функции стремится к нулю при аргументе ковариационной функции больше 6.

Для оценивания параметров модели процесса флотации (6) выходная координата фильтруется на базе следующего алгоритма усреднения:

$$y^{(1)}[k] = y^{(1)}[k-1] + k_a (y[k] - y^{(1)}[k-1]), \quad (10)$$

где  $y^{(1)}[k]$  – аппроксимируемое значение выходной координаты;  $k_a$  – в общем случае переменный коэффициент (анализ экспериментальных данных показывает, что из-за медленного изменения  $y[k]$  оптимальным значением  $k_a$  является константа 0,5).

В соответствии с рекомендациями по разбиению таблиц опытных данных [11] разделим выборку зольности концентрата на две части – 24 точек для вычисления по методу наименьших квадратов коэффициентов модели (6) и 12 точек для определения адекватности аппроксимации с учетом внешнего дополнения (использование неизвестных на этапе обучения точек). Проверку гипотезы о принадлежности двух выборок данных (экспериментальных “э” и расчетных “р”) одной генеральной совокупности проведем на 10 точках внешнего дополнения при помощи непараметрической статистики Уилкоксона [21] для уровня значимости 0,05. Упорядочивание по величине дает: - 0,00022765531406 (“э”), -0,20022765531406 (“э”), -0,30022765531406 (“э”), - 0,312314124191144 (“р”), -0,933640430529515 (“р”), -1,00022765531406 (“э”), - 1,00022765531406 (“э”), -1,03925348343004 (“р”), -1,20022765531406 (“э”), - 1,20022765531406 (“э”), -1,20022765531406 (“э”), -1,22963843194492 (“р”), - 1,2303993819218 (“р”), 0,0699776727923743 (“р”), 0,11700319743843 (“р”), 0,261123571284133 (“р”), 0,29977234468594 (“э”), 0,29977234468594 (“э”), 0,39977234468594 (“э”), 0,544798619114238 (“р”), 0,545559569091122 (“р”), 0,545559569091122 (“р”), 0,89977234468594 (“э”), 1,21000451395098 (“р”).

Число инверсий:  $u_B = 3+3+5+8+8+8+8+8+11+11+11+12=96$ .

Таким образом, гипотеза о статистической тождественности соответствующих выборок подтверждается с надежностью 95%, т.к. расчетное значение статистики Уилкоксона 24 меньше критического табличного 35 [21] (12 – количество элементов в каждой выборке):  $|u_B - 12 \cdot 12 / 2| = |96 - 72| = 24 < 35$ .

Среднее абсолютное отклонение от экспериментальных точек внешнего дополнения составляет 0,566296977413084 %, что больше аналогичного для двухканальной нелинейной динамической модели [20] 0,540808119348322% в виде общего неоднородного диофантова уравнения второй степени с двумя неизвестными и меньше для семиканальной статической линейной модели [20] 0,599319424242424 %.

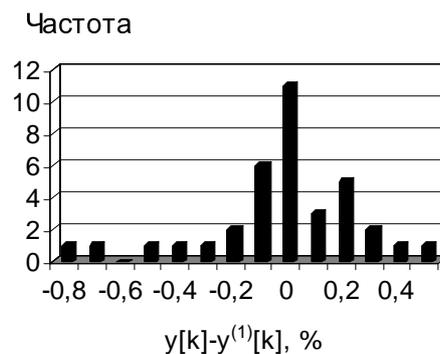
С практической точки зрения представляет интерес исследование возмущающих воздействий. В работе [22] показано, что возмущающие воздействия процесса флотации углей имеют аддитивно-мультипликативный характер, нормальный закон распределения вероятностей. Последняя нотация также подтверждается на базе анализа гистограммы частот величин разности

$(y[k]-y^{(1)}[k])$  (табл. 1, рис. 1), который показывает нормальный закон распределения вероятностей.

Таблица 1.

Разности  $(y[k]-y^{(1)}[k])$  данных Ирминской углеобогатительной фабрики

$k$	$y[k], \%$	$y^{(1)}[k], \%$	$y[k]-y^{(1)}[k], \%$	$k$	$y[k], \%$	$y^{(1)}[k], \%$	$y[k]-y^{(1)}[k], \%$
1	8,2	8,2	0	19	7,4	7,5	-0,1
2	7,4	7,8	-0,4	20	7,5	7,5	0
3	8,2	8,0	0,2	21	7,6	7,6	0
4	8,2	8,1	0,1	22	7,0	7,3	-0,3
5	8,5	8,3	0,2	23	7,4	7,4	0
6	8,3	8,3	0	24	8,0	7,7	0,3
7	8,7	8,6	0,1	25	8,3	8,0	0,3
8	8,4	8,5	-0,1	26	7,7	7,8	-0,1
9	8,6	8,6	0	27	7,6	7,7	-0,1
10	9,0	8,8	0,4	28	8,2	8,0	0,2
11	8,7	8,7	0	29	8,2	8,1	0,1
12	9,1	8,9	0,2	30	8,8	8,6	0,2
13	8,8	8,8	0	31	6,9	7,7	-0,8
14	8,9	8,9	0	32	6,7	7,2	-0,5
15	8,4	8,6	-0,2	33	6,7	6,9	-0,2
16	7,2	7,9	-0,7	34	6,7	6,8	-0,1
17	7,6	7,7	-0,1	35	6,9	6,9	0
18	7,6	7,6	0	36	7,9	7,4	0,5

Рис. 1. Гистограмма частот величин разности  $(y[k]-y^{(1)}[k])$ 

#### 4.2. Синергетический синтез нелинейного детерминированного агрегированного регулятора процесса флотации углей с ИМ (7)

Основная часть данного подраздела изложена в [13], приводится в статье для полноты изложения общего материала.

На основе (4) и (7) запишем:

$$x_1[k+1] + \beta_1 x_2[k+1] + \beta_2 x_3[k+1] + \alpha x_1[k] + \alpha \beta_1 x_2[k] + \alpha \beta_2 x_3[k] = 0. (11)$$

Из (9) и (11) получим:

$$\left( a_1 x_1[k] + 0,5 x_2[k] + a_3 x_3[k] + a_5 x_3^2[k] \right) + \beta_1 (2a_2 x_1[k] + 2a_4 x_3[k]) + \beta_2 u[k] + \alpha x_1[k] + \alpha \beta_1 x_2[k] + \alpha \beta_2 x_3[k] = 0. \quad (12)$$

Из (12) выпишем управляющее воздействие  $u[k]$ :

$$u[k] = -\frac{1}{\beta_2} \left[ x_1[k] (a_1 + 2a_2 \beta_1 + \alpha) + x_2[k] (0,5 + \alpha \beta_1) + x_3[k] (a_3 + a_5 x_3[k] + 2a_4 \beta_1 + \alpha \beta_2) \right]. \quad (13)$$

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  выбираются на базе критерия устойчивости Калмана-Бертрама [14] замкнутой системы (9) – сумма модулей всех коэффициентов каждой строки (или каждого столбца – выбирается наиболее широкая область устойчивости) системы нелинейных разностных уравнений (9) должна быть меньше 1. При  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 100$  и  $\max|x_3[k]|=12$  мл/мин критерий Калмана-Бертрама для (9), (13) имеет вид:

$$\begin{aligned} |a_1| + |2a_2| + \left| \frac{1}{\beta_2} (a_1 + 2a_2 \beta_1 + \alpha) \right| &= 0,803923759055311 < 1; \\ 0,5 + 0 + \left| \frac{1}{\beta_2} (0,5 + \alpha \beta_1) \right| &= 0,51 < 1; \\ |a_3 + a_5 x_3[k]| + |2a_4| + \left| \frac{1}{\beta_2} (a_3 + a_5 x_3[k] + 2a_4 \beta_1 + \alpha \beta_2) \right| &= \\ = \begin{cases} 0,52545659 \ 9378651 & |_{x_3[k]=12} \\ 0,52682789 \ 7358442 & |_{x_3[k]=-12} \end{cases} < 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Восстановление информации о переменных пространства состояний представляет собой тривиальную задачу для ОУ (9):  $x_3$  – управляющее воздействие,  $x_1$  – выходная координата,  $x_2$  – вычисляется на основе известных значений  $x_1$  и  $x_3$ .

Графики изменения выходной координаты  $y[k]$  и управляющего воздействия  $u[k]$  для ИМ (7) приведены на рис. 2. Начальное состояние ОУ (6):  $y[0]=y[-1]=-0,562076184007181$  %;  $u[0]=u[-1]=u[-2]=-7$  мл/мин. Среднее абсолютное отклонение выходной координаты на первых 16 дискретных моментах времени составляет 0,139626646249807 %, что меньше случая  $u[k]=0$  (0,150955211246649 %). Исследования проводились детерминировано – без мультипликативных и аддитивных шумов и фильтра (10). Таким образом, подтверждается эффективность синтезированного закона управления (13). Анализ неравенств (14) показывает, что имеется значительный запас устойчивости замкнутой системы (9), т.е. среднее абсолютное отклонение

выходной координаты может быть уменьшено на базе соответствующего подбора коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ . Так, например, при  $\alpha = 0,55$ ,  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 6$  среднее абсолютное отклонение выходной координаты на первых 16 дискретных моментах времени составляет 0,137684265990284 %.

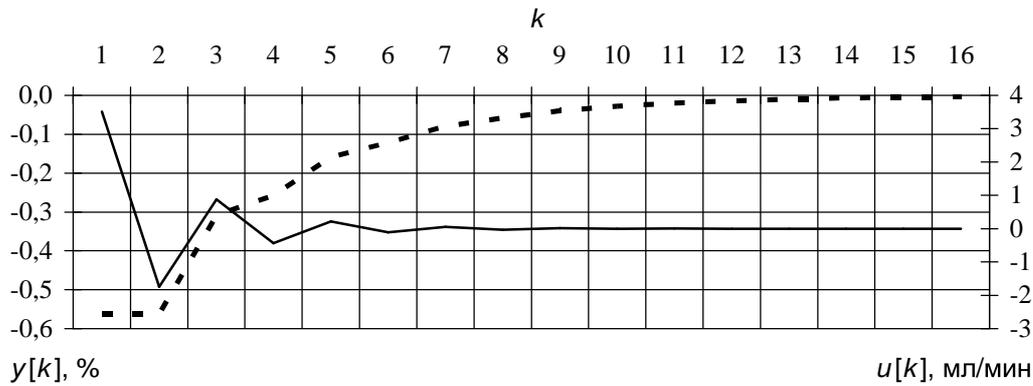


Рис. 2. Графики изменения выходной координаты  $u[k]$  (пунктирная линия) и управляющего воздействия  $u[k]$  (сплошная линия) для ИМ (7)

### 4.3. Синергетический синтез детерминированного нелинейного агрегированного регулятора процесса флотации углей с ИМ (8)

На основе (4) и (8) запишем:

$$x_1^2[k+1] + \beta x_3[k+1] + \alpha x_1^2[k] + \alpha \beta x_3[k] = 0. \quad (15)$$

Из (9) и (15) получим:

$$\begin{aligned} & (a_1^2 x_1^2[k] + 0.25 x_2^2[k] + a_3^2 x_3^2[k] + a_5^2 x_3^4[k] + a_1 x_1[k] x_2[k] + \\ & + 2 a_1 a_3 x_1[k] x_3[k] + 2 a_1 a_5 x_1[k] x_3^2[k] + a_3 x_2[k] x_3[k] + a_5 x_2[k] x_3^2[k] + 2 a_3 a_5 x_3^3[k] + \\ & + \beta u[k] + \alpha x_1^2[k] + \alpha \beta x_3[k] = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (16) выпишем управляющее воздействие  $u[k]$ :

$$\begin{aligned} u[k] = & -\frac{1}{\beta} \left[ x_1[k] (a_1^2 x_1[k] + a_1 x_2[k] + 2 a_1 a_3 x_3[k] + \alpha x_1[k]) + \right. \\ & + x_2[k] (0.25 x_2[k] + a_3 x_3[k]) + x_3[k] (a_3^2 x_3[k] + a_5^2 x_3^3[k] + 2 a_1 a_5 x_1[k] x_3[k] + \\ & \left. + a_5 x_2[k] x_3[k] + 2 a_3 a_5 x_3^2[k] + \alpha \beta) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Коэффициенты  $\alpha$  and  $\beta$  выбираются на базе критерия устойчивости Калмана-Бертрама [14] замкнутой системы (9). При  $\alpha = 0,01$ ,  $\beta = 100$  и  $\max|x_3[k]| = 12$  мл/мин. критерий Калмана-Бертрама для (9), (17) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & \left| a_1 + |2a_2| + \left| \left( a_1^2 x_1[k] + a_1 x_2[k] + 2a_1 a_3 x_3[k] + \alpha x_1[k] \right) / \beta \right| = \right. \\
 & = \begin{cases} 0,90399483153472 \Big|_{x_1[k]=21, x_3[k]=12} \\ 0,937896502444935 \Big|_{x_1[k]=21, x_3[k]=-12} \\ 0,849696502444935 \Big|_{x_1[k]=-21, x_3[k]=12} \\ 0,954816619056089 \Big|_{x_1[k]=-21, x_3[k]=-12} \end{cases} < 1; \\
 & 0,5 + 0 + \left| \left( 0,25x_2[k] + a_3 x_3[k] \right) / \beta \right| = \\
 & = \begin{cases} 0,500061705532666 \Big|_{x_1[k]=21, x_3[k]=12} \\ 0,505674176847998 \Big|_{x_1[k]=21, x_3[k]=-12} \\ 0,505674176847998 \Big|_{x_1[k]=-21, x_3[k]=12} \\ 0,500061705532666 \Big|_{x_1[k]=-21, x_3[k]=-12} \end{cases} < 1; \quad (18) \\
 & \left| a_3 + a_5 x_3[k] + |2a_4| + \left| \left( a_3^2 x_3[k] + a_5^2 x_3[k] + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + 2a_1 a_5 x_1[k] x_3[k] + a_5 x_2 x_3 + 2a_3 a_5 x_3^2[k] + \alpha \beta \right) / \beta \right| = \right. \\
 & = \begin{cases} 0,0351071176243133 \Big|_{x_1[k]=21, x_3[k]=12} \\ 0,016335283459881 \Big|_{x_1[k]=21, x_3[k]=-12} \\ 0,0355120778772384 \Big|_{x_1[k]=-21, x_3[k]=12} \\ 0,0167402437128069 \Big|_{x_1[k]=-21, x_3[k]=-12} \end{cases} < 1.
 \end{aligned}$$

Графики изменения выходной координаты  $y[k]$  и управляющего воздействия  $u[k]$  для ИМ (8) приведены на рис. 3. Начальное состояние ОУ (6):  $y[0]=y[-1]=-0,562076184007181$  %;  $u[0]=u[-1]=u[-2]=-7$  мл/мин. Исследования проводились детерминировано – без мультипликативных и аддитивных шумов и фильтра (10). Среднее абсолютное отклонение выходной координаты на первых 16 дискретных моментах времени составляет 0,150645675873525 %, что больше случая ИМ (7) и незначительно меньше случая  $u[k]=0$  (0,150955211246649 %). Анализ неравенств (18) показывает, что имеется небольшой запас устойчивости замкнутой системы (9), т.е. среднее абсолютное отклонение выходной координаты может быть незначительно уменьшено на базе соответствующего подбора коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ .

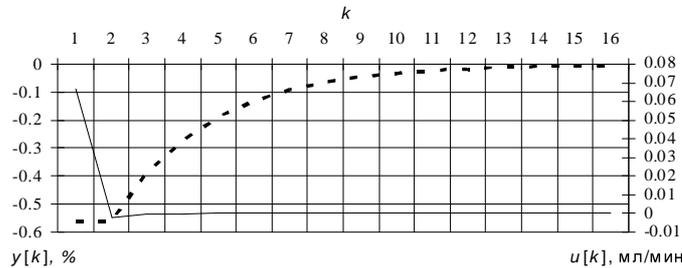


Рис. 3. Графики изменения выходной координаты  $y[k]$  (пунктирная линия) и управляющего воздействия  $u[k]$  (сплошная линия) для ИМ (8)

#### 4.4. Выводы к примеру детерминированного индуктивного синергетического синтеза нелинейного агрегированного SISO-регулятора процесса флотации углей на базе данных Ирминской углеобогатительной фабрики. Исследование стохастической САУ с ИМ (7)

Анализ средних абсолютных отклонений выходной координаты ОУ (9) для ИМ (7) и (8) показывает преимущество алгоритма управления (13) (ИМ (7)).

Основной проблемой управления нелинейными ОУ является компенсация негативных нелинейностей, уводящих ОУ от требуемого ИМ [4]. В рассмотренном примере показано, что критерий регулярности может эффективно использоваться для выбора притягивающего ИМ на базе двух альтернативных (линейной (7) и нелинейной (8)) макропеременных. Таким образом, оптимальная траектория ОУ (9) находится на заданном множестве макропеременных.

Предложенный индуктивный синергетический метод может эффективно реализовываться на современных высокопроизводительных микропроцессорных управляющих вычислительных комплексах [23, 24].

Практический интерес представляет исследование стохастической САУ с ИМ (7) в условиях аддитивных и мультипликативных возмущающих воздействий.

Аддитивное возмущающее воздействие (ошибки аналогово-цифрового преобразования и процесса измерения зольности угля, случайные изменения характеристик сырья и режимов работы оборудования, др.) будем суммировать с выходной координатой. В этом случае (10) принимает вид:

$$y^{(1)}[k] = y^{(1)}[k-1] + k_a \left( y[k] + \xi - y^{(1)}[k-1] \right),$$

где  $\xi$  – нормальнораспределенное случайное число с нулевым математическим ожиданием и ограниченным среднеквадратическим отклонением  $\sigma$ .

Операция приведения аддитивных возмущений переменных пространства состояний к выходу ОУ является корректной из-за линейного вида части (9) без управляющего воздействия.

Исследование проводилось до  $k=16$  при таком начальном состоянии ОУ (6):  $y[0]=y[-1]=-0,562076184007181$  %;  $u[0]=u[-1]=u[-2]=-7$  мл/мин. Учитывая стохастический характер процессов, для каждого значения  $\sigma$  компьютерное

моделирование выполнялось 3 раза и затем проводилось осреднение ( $S$ ) средних абсолютных отклонений выходной координаты ОУ (9).

При  $\sigma=0$  среднее абсолютное отклонение выходной координаты ОУ (9) составляет 0,139607366116999 %. Анализ значений средних абсолютных отклонений выходной координаты ОУ (9) при изменении  $\sigma$  от 0 % до 0,6 % (верхний предел обусловлен предельной абсолютной погрешностью измерения зольности угля в окрестности рабочей точки – 0,1 %, низкой частотой появления аддитивных шумов такой величины – см. рис. 1) с шагом 0,01 % показывает отсутствие влияния аддитивного возмущения на качество управления (рис. 4), что объясняется значительной инерционностью и свойством самовыравнивания ОУ (9), а также фильтрацией высокочастотной помехи  $\xi$  на базе алгоритма (10).

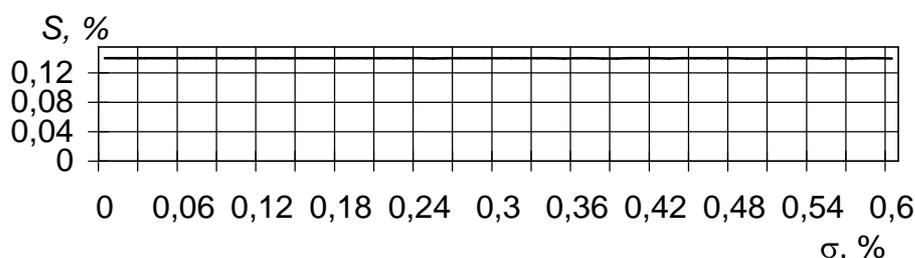


Рис. 4. Влияние среднеквадратического отклонения  $\sigma$  аддитивного возмущения на качество управления ОУ (9)

При мультипликативном возмущающем воздействии (случайные изменения характеристик сырья и режимов работы оборудования, сбои в работе аппаратуры, др.) ОУ (9) принимает вид:

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= a_1x_1[k] + 0,5x_2[k] + a_3x_3[k] + a_5x_3^2[k], \\ x_2[k+1] &= (2a_2x_1[k] + 2a_4x_3[k])(1 + \xi), \\ x_3[k+1] &= u[k]. \end{aligned} \quad (19)$$

Анализ значений средних абсолютных отклонений выходной координаты ОУ (19) при изменении  $\sigma$  от 0 % до 36 % с шагом 1 % показывает значительное влияние мультипликативного возмущения на качество управления (рис. 5). Устойчивое функционирование ОУ при таком высоком уровне мультипликативных шумов также объясняется значительной инерционностью и свойством самовыравнивания ОУ (9), усреднением выходной координаты на базе алгоритма (10).

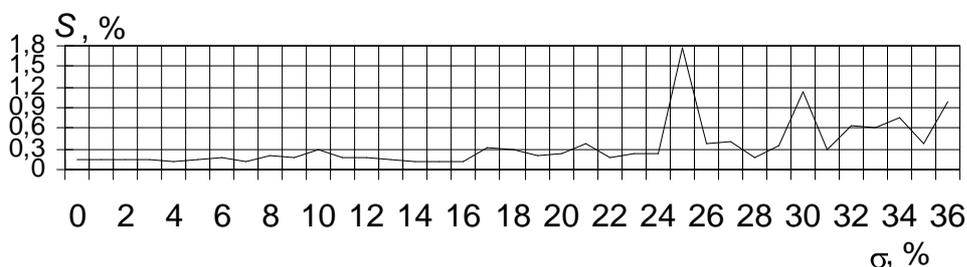


Рис. 5. Влияние среднеквадратического отклонения  $\sigma$  мультипликативного возмущения на качество управления ОУ (19)

## 5. Выводы и перспектива дальнейших исследований

В работе предложен новый теоретический подход индуктивного синергетического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов (на примере процесса флотации углей) на базе синергетической теории управления А.А.Колесникова и самоорганизующихся систем А.Г.Ивахненко. Выбор притягивающего ИМ реализуется в рамках индуктивного структурно-параметрического синтеза ИМ. Задача индуктивного синергетического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов в общем случае представляется в виде кортежа с аргументами: множество методов аналитического синтеза нелинейных агрегированных регуляторов; ранжированное множество критериев выбора ИМ; структурный базис ИМ; множество алгоритмов генерации ИМ из базовых структур  $M$ ; множество правил комплексирования критериев выбора ИМ. Проведенное исследование САУ в условиях мультипликативно-аддитивных возмущающих воздействий показало эффективность и работоспособность индуктивной синергетической концепции управления наиболее сложным процессом углеобогащения.

Основными перспективами дальнейших исследований метода индуктивного синергетического управления процессом флотации углей представляются: расширение множества типовых структур ИМ, анализ функционирования САУ в условиях структурно-параметрической нестационарности ОУ.

### Литература

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.5: Методы современной теории автоматического управления / Под. ред. К.А.Пупкова, Н.Д.Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2004. – 784 с.
2. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. – 3-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 560 с.
3. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 639 с.
4. Краснощёченко В.И., Крищенко А.П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2005. – 520 с.
5. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 392 с.
6. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с.
7. Синергетические методы управления сложными системами: Энергетические системы / Под общ. ред. А.А.Колесникова. – М.: КомКнига, 2006. – 248 с.
8. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – Таганрог: ТРТУ, М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
9. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. – К.: Наук. думка, 1981. – 296 с.

10. Ивахненко А.Г. Непрерывность и дискретность. – Киев: Наук. думка, 1990. – 224 с.
11. Справочник по типовым программам моделирования / А.Г.Ивахненко, Ю.В.Коппа, В.С.Степашко и др.; Под.ред. А.Г.Ивахненко. – К.: Техніка, 1980. – 184 с.
12. Зубов Д.А., Ульшин В.А., Килымник О.В. О применимости синергетического метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов к одному классу SISO-объектов с запаздыванием и ограничением на управление // Вісн. Східноукр. нац. ун-ту ім.В.Даля. – 2008. – Частина перша. – № 8(126). – С.171-175.
13. Зубов Д.А., Ульшин В.А., Горбунов А.И., Килымник О.В. Синергетический синтез нелинейного агрегированного регулятора процесса флотации углей // Вісник Криворізького технічного університету. – Кривий Ріг: КТУ. – Вип. 23. – 2009. – С. 166-169.
14. Видаль П. Нелинейные импульсные системы. Пер. с франц. – М.: Энергия, 1974. – 336 с.
15. Салыга В.И. Автоматическое управление и построение моделей технологических процессов на обогатительных фабриках. – М.: ЦНИИТЭИ, 1972. – 56 с.
16. Власов К.П. Основы автоматического управления технологическими процессами обогащения угля. – М.: Недра, 1985. – 188 с.
17. Зубов Д.А. Развитие методов и средств адаптивного автоматизированного управления комплексом технологических процессов углеобогащательной фабрики: Дис. ... докт. техн. наук: 05.13.07 / Криворожский технический ун-т. – Кривой Рог, 2005. – 534 с.
18. Матиясевич Ю.В. Десятая проблема Гильберта. – М.: Наука, 1993. – 224 с.
19. Спринджук В.Г. Классические диофантовы уравнения от двух неизвестных. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
20. Зубов Д.А., Ульшин В.А. Оценка адекватности двухканальной нелинейной модели технологических процессов углеобогащения (на примере флотации) // Вісн. Східноукр. нац. ун-ту ім.В.Даля. – 2004. – №5(75). – С. 195-201.
21. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд., исправленное. – М.: Наука, 1986. – 544с.
22. Исследование углеобогащательных процессов как объектов оптимизации. Разработка метода идентификации характеристик обогащаемого сырья: Отчет о НИР (закл.) / ВФ ГУА, руков. темы В.А.Ульшин. – № ГР 01890003429; инв. № 207-13880. – Ворошиловград, 1989. – 203 с.
23. Густав Олссон, Джангуидо Пиани. Цифровые системы автоматизации и управления. – СПб.: Невский диалект, 2001. – 557 с.
24. Управляющие вычислительные комплексы: Учеб. пособие / Под ред. Н.Л.Прохорова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 352 с.