УДК 519.237 + 004.896

З ДОСВІДУ ЗАСТОСУВАННЯ АКТИВНОГО ІНДУКТИВНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДО ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІН

Ю.В. Дзядик

Міжнародний центр інформаційних технологій та систем,
проспект академіка Глушкова, 40, Київ
iurius@i.com.ua

У роботі коротко висвітлюються такі теми:

(1) проблема нестабільності у лінійному моделюванні;
(2) факторний аналіз та стабілізація; метод двох порогів (МДП), або (β, γ)-метод;
(3) принцип стабілізації; гіпотеза про сутність МГУА;
(4) економічний критерій моделей прогнозування цін;
(5) активні агентні моделі; цикли абсорбції (всмоктування) та редукції (засвоєння).

Наведено приклади, що демонструють перевагу МДП над відомими методами прогнозування GAME та МГУА.

Ключові слова: індуктивне моделювання, проблема стабілізації, активна агентна модель, факторний аналіз, (β, γ)-метод, метод двох порогів (МДП), цикли абсорбції та редукції.

This paper shortly considers the next topics:

(1) problem of unstability in linear modelling;
(2) factor analysis and stabilization; method of two thresholds (MTT), or (β, γ)-method;
(3) stabilization principle; the hypothesis about essence of GMDH;
(4) economic criteria of forecast models;
(5) active agent models; cycles of absorption and reduction.

On some examples we demonstrate the advantage of MTT over known methods GAME and GMDH.

Keywords: inductive modeling, stabilization problem, active agent models, factor analysis, method of two thresholds (MTT), (β, γ)-method, economic criterion, cycles of absorption and reduction

В статье кратко рассмотрены следующие вопросы.

(1) Проблема нестабильности в линейном моделировании.
(2) Факторный анализ и стабилизация. Метод двух порогов (МДП), или (β, γ)-метод.
(3) Принцип стабилизации. Гипотеза о сущности МГУА.
(4) Экономический критерий моделей прогнозирования цен.
(5) Активные агентные модели. Циклы поглощения и редукции.

Некоторые примеры показывают преимущество МДП перед известными методами прогнозирования GAME и МГУА.

Ключевые слова: индуктивное моделирование, проблема стабилизации, активная агентная модель, факторный анализ, (β, γ)-метод двух порогов (МДП), цикли абсорбции и редукции.

Вступ

Нехай ми будуємо індуктивну модель $y = f\,(t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_l)$, яка є лінійною відносно базисних функцій $\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$, де $x_i = \varphi_i\,(t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_l)$ – деякі функції [1, 7]. Нехай n – розмірність статистики, що використовується. Ми отримуємо вектор $\mathbf{y}$ та k векторів $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k\}$ у дійсному n-вимірному просторі $\mathbb{R}^n$.

Позначимо

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1 - \mu(\mathbf{x}_1),\ \mathbf{x}_2 - \mu(\mathbf{x}_2),\ \ldots,\ \mathbf{x}_k - \mu(\mathbf{x}_k)),\ \text{де}\ \forall\ \mathbf{w}\in\mathbb{R}^n\!:\ \mu(\mathbf{w}) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} w_t \qquad (1)$$

Проблема нестабільності у лінійному моделюванні

Ми шукаємо форму **a** лінійної залежності **y = Xa**, де n-вектор **y** та (n, k)-матриця **X** відомі, k-вектор коефіцієнтів **a** є шуканим. Відомо, що чисто символічний шлях розв'язання формального рівняння **y = Xa**:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Xa} \Rightarrow \mathbf{XTy} = \mathbf{XTXa} \Rightarrow (\mathbf{XTX})^{-1}\mathbf{XTy} = \mathbf{a} \tag{2}$$

приводить до результату, тотожного з розв'язком, що дає метод найменших квадратів (МНК):

$$\mathbf{a} = (\mathbf{XTX})^{-1}\mathbf{XTy}. \tag{3}$$

Позначимо квадратну (k, k)-матрицю Грама [3] $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X} = \mathbf{W}$.

Нехай $\{\lambda_1, \lambda_2,\dots \lambda_k\}$ – впорядкована множина власних значень **W**, занумерованих так, що $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k$. Нагадаємо, що для будь-якої матриці Грама всі власні значення λ_i дійсні та невід'ємні: $\lambda_i \geq 0\ \forall\ i$. Нагадаємо, що тоді

$$\det \mathbf{W} = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_k\,;\ \mathrm{trace}\ \mathbf{W} = \lambda_1 + \dots + \lambda_k;\ \mathrm{cond}\ \mathbf{W} = \lambda_1 (\lambda_k)^{-1}; \tag{4}$$

причому $\forall\ c$: $\mathrm{cond}\ c\mathbf{W} = \mathrm{cond}\ \mathbf{W}$, де $\mathrm{cond}\ \mathbf{W} = \|\mathbf{W}\| \cdot \|\mathbf{W}^{-1}\|$ – число обумовленості, $\|\cdot\|$ – будь-яка “розумна” норма, c – довільна константа.

Тепер дослідимо вираз (3): $\mathbf{a} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$. Він не має сенсу, якщо $\det \mathbf{W} = 0 \Leftrightarrow \lambda_k = 0 \Leftrightarrow \mathrm{cond}\ \mathbf{W} = \infty$. Більш того, якщо $\mathrm{cond}\ \mathbf{W}$ є близьким до нескінченності, тобто найменше власне значення λ_k є близьким до нуля, то рішення **y** = **Xa** є нічого не вартим для екстраполяції чи прогнозування [2]. Це очевидно з добре відомого частинного випадку: точна поліноміальна інтерполяція, яка є розв'язком деякого матричного рівняння вигляду **y** = **Xa**, не має сенсу за межами інтервалу інтерполяції.

Визначимо *міру стабільності* матриці **X** як

$$\mathrm{stab}\ \mathbf{X} = k\,\lambda_k\ \mathrm{Tr}\ (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} = k\,\lambda_k\ (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k)^{-1}\,. \tag{5}$$

Очевидно, для довільної матриці **X** та константи c мають місце властивості:

$$0 \leq \mathrm{stab}\ (\mathbf{X}) \leq 1;\ \forall\ c\text{: } \mathrm{stab}\ (c\mathbf{X}) = \mathrm{stab}\ (\mathbf{X});$$

$$\mathrm{stab}\ (\mathbf{X})\ \mathrm{cond}\ (\mathbf{X}^T\mathbf{X}) = k\,\lambda_1\,(\lambda_1 + \dots + \lambda_k)^{-1}\,. \tag{6}$$

Тоді з (6) та нерівностей $1 \leq (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k) / \lambda_1 \leq k$ отримуємо:

$$1 \leq \mathrm{stab}\ (\mathbf{X})\ \mathrm{cond}\ (\mathbf{X}^T\mathbf{X}) \leq k \quad \Rightarrow \quad \mathrm{stab}\ \mathbf{X} \cong [\mathrm{cond}\ (\mathbf{X}^T\mathbf{X})]^{-1}. \tag{7}$$

Тепер ми готові підійти до головної проблеми – як уникнути безглуздості, беззмістовності, нікчемності моделі **y** = **Xa** поза межами області, у якій вона була побудована?

Факторний аналіз та стабілізація. Метод двох порогів (МДП), або (β, γ)-метод

Приведемо матрицю Грама $\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \mathbf{W}$ ортогональним перетворенням $\mathbf{S}$ до такого діагонального вигляду $\mathbf{S}^T\mathbf{W}\mathbf{S} = \mathbf{D}$, що $d_{ii} = \lambda_i$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_k$. Тоді вектори (стовпці) матриці $\mathbf{XS} = \mathbf{Z} = (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \ldots, \mathbf{z}_k)$ називаються *факторами* $\mathbf{X}$.

Зауважимо, що $\forall\ i$: $\mu(\mathbf{z}_i) = 0$, отже, $\forall\ \{i, \mathbf{y}, c\}$: $\langle \mathbf{y} + c, \mathbf{z}_i\rangle = \langle \mathbf{y}, \mathbf{z}_i\rangle$.

Позначимо через L лінійну оболонку вектор-стовпців матриці $\mathbf{X}$:

$$L = L\ (\mathbf{x}_1 - \mu(\mathbf{x}_1), \mathbf{x}_2 - \mu(\mathbf{x}_2), \ldots, \mathbf{x}_k - \mu(\mathbf{x}_k)). \tag{8}$$

За побудовою, перші ненульові фактори $\{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \ldots, \mathbf{z}_p\}$, де

$$p = \dim L = \operatorname{rank} \mathbf{X} \leq \min\,(k, n),$$

утворюють ортогональний базис простору L. Отже, довільна лінійна модель $\hat{y}\ (x_1, x_2, \ldots, x_k)$ застосуванням перетворення $\mathbf{S}$ може бути представлена у вигляді

$$\hat{y} = y_0 + y_1 z_1 + y_2 z_2 + \ldots + y_p z_p, \tag{9}$$

де

$$y_i = \frac{\langle \mathbf{y} - y_0, \mathbf{z}_i\rangle}{\langle \mathbf{z}_i, \mathbf{z}_i\rangle} = \frac{\langle \mathbf{y}, \mathbf{z}_i\rangle}{\lambda_i},\ 0 < i \leq p. \tag{10}$$

Далі, визначимо для кожного фактора $\mathbf{z}_i$ дві характеристики: *стабільність* stab ($\mathbf{z}_i$) та *суттєвість* essn ($\mathbf{y}, \mathbf{z}_i$)

$$\operatorname{stab}\,(\mathbf{z}_i) = \frac{|\mathbf{z}_i|^2}{trace\,\mathbf{W}} = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_p}; \tag{11}$$

$$\operatorname{essn}\,(\mathbf{y}, \mathbf{z}_i) = \operatorname{corr}^2\,(\mathbf{y}, \mathbf{z}_i) = \frac{\lambda_i y_i^2}{|\mathbf{y} - y_0|^2}, \tag{12}$$

де corr ($\mathbf{y}, \mathbf{z}_i$) = cos ($\mathbf{y} - y_0, \mathbf{z}_i$), тобто

$$\operatorname{corr}\,(\mathbf{y}, \mathbf{z}_i) = \frac{\langle \mathbf{y} - y_0, \mathbf{z}_i\rangle}{|\mathbf{y} - y_0|\cdot|\mathbf{z}_i|} = \frac{\langle \mathbf{y}, \mathbf{z}_i\rangle}{\langle \mathbf{z}_i, \mathbf{z}_i\rangle}\frac{|\mathbf{z}_i|}{|\mathbf{y} - y_0|} = \frac{y_i\sqrt{\lambda_i}}{|\mathbf{y} - y_0|}. \tag{13}$$

Назвемо (β, γ)-*редукцією* моделі $\hat{y}$ за допомогою (β, γ)-*методу двох порогів* (*МДП*), таку діагональну проекцію $\mathbf{P}$ моделі (9), diag P = $(s_1, s_2, \ldots, s_p)$

$$\hat{y}^s = y_0 + s_1 y_1 z_1 + s_2 y_2 z_2 + \ldots + s_p y_p z_p, \tag{14}$$

де $s_i = s_i\ (\beta, \gamma) = 0$, якщо stab ($\mathbf{z}_i$) $< \beta$ або essn ($\mathbf{y}, \mathbf{z}_i$) $< \gamma$, та $s_i = 1$ для всіх інших факторів. Іншими словами, (β, γ)-редукція є викреслювання всіх β-*нестабільних* та γ-*несуттєвих* факторів.

Якщо $\gamma = 0$, то $(\beta, 0)$-редукцію будемо називати β-*стабілізацією*.

Очевидно, для кожного $\beta > 0$ існує таке число $j \in \mathbb{N}$, що всі β-стабільні фактори – це просто підмножина перших j факторів $\{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \ldots, \mathbf{z}_j\}$.

Принцип стабілізації у лінійному моделюванні

Нагадаємо, що простір L визначено формулою (8). Нехай V – довільний підпростір L, $\mathbf{P}$ – відповідна проективна матриця, так що $\mathbf{XP}$ – це проекція $\mathbf{X}$ на підпростір V. Ми можемо вище замінити матрицю $\mathbf{X}$ матрицею $\mathbf{XP}$ та застосувати всі визначення: cond ($\mathbf{P}^T\mathbf{WP}$), stab ($\mathbf{XP}$) тощо.

Нехай $\mathbf{XPS} = \mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_w)$ – фактори матриці $\mathbf{XP}$.

Визначимо стабільність, суттєвість та достатність підпростору V як

$$\text{stab}\,(V) = \min\,\{\text{stab}\,(\mathbf{v}) : \mathbf{v} \in V\} = \min\,\{\text{stab}\,(\mathbf{u}_i) : \mathbf{u}_i \in \mathbf{U}\} = \text{stab}\,(\mathbf{u}_w); \quad (15)$$

$$\text{essn}\,(\mathbf{y}, V) = \min\,\{\text{essn}\,(\mathbf{y}, \mathbf{v}) : \mathbf{v} \in V\} = \min\,\{\text{essn}\,(\mathbf{y}, \mathbf{u}_i) : \mathbf{u}_i \in \mathbf{U}\}; \quad (16)$$

$$\text{suff}\,(\mathbf{y}, V) = \sum_{i=1}^{\dim V} \text{essn}(\mathbf{y}, \mathbf{u}_i) = \frac{1}{|\mathbf{y} - y_0|^2} \sum_{i=1}^{\dim V} \frac{\langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_i \rangle^2}{\langle \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_i \rangle}. \quad (17)$$

Будемо говорити, що підпростір V є:

β-стабільним, якщо stab $(V) > \beta$;

γ-суттєвим, якщо essn $(V) > \gamma$;

δ-достатнім, якщо suff $(\mathbf{y}, V) > 1 - \delta$.

Якщо β, γ чи δ є фіксованими, ми будемо говорити, що підпростір V є просто *стабільним*, *суттєвим* чи *достатнім*. Як правило, неявні значення є: $\beta = 10^{-3}$, $\gamma = 10^{-4}$, $\delta = 5\%$.

Нехай $\sigma = \{i_1, i_2, \ldots, i_\sigma\}$ – деяка підмножина у $K = \{1, 2, \ldots, k\}$. Позначимо через $V(\sigma, \mathbf{X})$, $V(\sigma, \mathbf{Z})$ лінійну оболонку векторів-стовпців $\{\mathbf{x}_i - \mu(\mathbf{x}_i) : i \in \sigma\}$ та $\{\mathbf{z}_i : i \in \sigma\}$ відповідно.

Гіпотеза. Сутність МГУА полягає у проектуванні простору L на такий *стабільний* та *суттєвий* підпростір $V(\sigma, \mathbf{X})$, який є найбільш *достатнім*.

Загальним (β, γ)-методом, або принципом стабілізації, ми назвемо пошук розв'язку наступної оптимізаційної задачі. Нехай задано деяку множину $\mathcal{L} \subseteq 2^L$, де 2^L є множина усіх лінійних підпросторів L, а також пороги β та γ. Знайти у множині $\mathcal{L}$ такий β-стабільний та γ-суттєвий підпростір V, який є найбільш достатнім:

$$\{\text{stab}\,(V) > \beta\}\ \&\ \{\text{essn}\,(\mathbf{y}, V) > \gamma\}\ \&\ \{\text{suff}\,(\mathbf{y}, V) = \max\}\ \&\ \{V \in \mathcal{L}\} \quad (18)$$

Приклади множин $\mathcal{L}$:

(a) $\mathcal{L} = \{V(\sigma, \mathbf{X}) : \sigma \in 2^K\}$;

(b) $\mathcal{L} = \{V(\sigma, \mathbf{Z}) : \sigma \in 2^K\}$;

(c) $\mathcal{L} = 2^L$.

Активні агентні моделі. Цикли абсорбції (поглинання) та редукції (засвоєння)

Якщо ми не знайшли достатньо показників $\{ t_1, t_2, \ldots, t_l \}$, від яких залежить прогнозована величина **у**, то ніякий метод не дасть задовільного прогнозу. Отже, (β, γ)-метод двох порогів (МДП) лише відсіє нестабільні та несуттєві (зайві) змінні і забезпечить, що модель **у** = **Xa** буде стабільною. Але точність моделі не може бути більшою, ніж максимальна достатність серед стабільних підпросторів у 2^L.

Другою частиною циклу є *абсорбція* (*поглинання*) релевантних змінних (показників, в термінах економіки) у інформаційному просторі (як правило, у базах даних в Інтернет). Ця частина індуктивного моделювання має справу з такими термінами, як побудова інтелектуальних агентів (constructing intelligent agents, CIA) [8], штучний інтелект, мультиагентні системи (МАС) тощо.

Більшість з цих тем ще не входять до теорії індуктивного моделювання. Дамо кілька початкових визначень.

Активна модель – модель, яка шукає усі релевантні показники $(t_1, t_2, \ldots, t_l)$, що необхідні для її функціонування (та статистику цих показників) у інформаційному просторі (як правило, в Інтернет).

Активна агентна модель – модель, яка провадить пошук у Інтернет за допомогою інтелектуальних пошукових агентів. Синонім: *активна інтелектуальна модель*.

Активне прогнозування є прогнозування за допомогою активної інтелектуальної моделі.

Деякі результати. Порівняння з іншими методами

Метод двох порогів був успішно застосований до моделювання та прогнозування цін на феромолібден (FeMo) та молібден (Mo). Особливий інтерес викликало прогнозування місячних цін у 2004–07, коли вони надзвичайно швидко змінювались. У 2004 році деякі часописи, які багато десятиліть надавали інформацію про FeMo та Mo ціни, перестали публікувати цю інформацію. Навіть можливість будь-якого прогнозування цін при таких початкових даних ставилася під сумнів.

Нами для місячного прогнозування цін на молібден у 2005-07, у Інтернет (після чотирьох циклів абсорбції та редукції) було вибрано 9 показників:

t_1, t_2 – ціни на експорт та імпорт молібдену, обчислені на підставі даних у таблицях [4], стовпці “Exports” та “Imports”, ряд “Molybdenum”,

t_3 – ціни на імпорт міді, аналогічно t_1, t_2 обчислені з таблиць [4]

$t_4, t_5, \ldots, t_9$ – ціни на сталь, взяті з [5].

Табл. 1.

Прогнозування цін на молібден ($/кг) у 2005-07 рр. за допомогою різних методів: МДП (стовпець 4), МГУА критерій Акаіке (5), МГУА регулярний критерій (6), прогноз зміни ціни за МДП (7, 8), та рекомендації плану закупок за прогнозом МДП: на скільки місяців (9) та на яку суму (10)

T	місяць	факт	МДП	FPE Akaike	AR regular	прогноз змін		план	
						abs	%	міс.	$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
24	Oct 05	93,51				**-23,15**	< 0		
25	Nov 05	67,45	70,36	87,46	80,81	6,43	10%	2	134,90
26	Dec 05	81,06	73,88	79,16	79,42	-18,66	< 0		
27	Jan 06	80,58	62,40	57,21	60,11	-15,08	< 0		
28	Feb 06	76,19	65,50	47,80	67,84	0,90	< 0		
29	Mar 06	73,15	77,08	69,72	63,21	0,22	< 0		
30	Apr 06	68,49	73,37	107,15	76,02	7,01	10%	1	68,49
31	May 06	73,38	75,50	65,89	67,48	3,17	4%	1	73,38
32	Jun 06	66,83	76,55	44,19	63,08	10,63	16%	2	133,66
33	Jul 06	67,55	77,46	34,03	74,84	12,18	18%	2	135,10
34	Aug 06	**66,29**	79,73	73,04	67,11	3,32	5%	1	66,29
35	Sep 06	68,37	69,60	61,42	68,09	**16,86**	25%	3	205,11
36	Oct 06	86,76	85,23	100,67	86,95	-3,23	< 0		
37	Nov 06	71,01	83,53	97,35	98,46	16,03	23%	2	142,02
38	Dec 06	76,35	87,05	92,08	87,31	8,67	11%	1	76,35
39	Jan 07	68,18	85,02	86,49	82,16	**15,84**	23%	2	136,36
40	Feb 07	84,67	84,02	79,65	62,20				
	СКВ		9,62	20,22	12,51				
	сума	1269,82						17	1171,66

З показників $\{t_1, t_2, \ldots, t_9\}$ ми утворюємо залежну змінну $y(\tau)$ та $k = 12$ вхідних змінних $\{x_1, x_2, \ldots, x_{12}\}$:

$$y(\tau) = t_1(\tau+1);$$
$$x_1(\tau) = t_1(\tau),\ x_2(\tau) = t_1(\tau-1),\ x_3(\tau) = t_1(\tau\text{-}2),$$
$$x_4(\tau) = t_2(\tau),\ x_5(\tau) = t_2(\tau\text{-}1),$$
$$x_i(\tau) = t_{i-3}(\tau),\ i = 6..12.$$

Для отримання прогнозів використовувалося декілька алгоритмів. Для усіх алгоритмів спільним є прогнозування методом ковзного вікна на місяць наперед: ми вибираємо значення вхідних змінних $\{x_1(t), x_2(t), \ldots, x_k(t)\}$ для M послідовних значень часу $t = q+1,\ q+2,\ldots,\ q+M$, та обраховуємо прогнозоване значення величини $y(t)$ у $(M+1)$-й точці $t = q+M+1$. Величина q приймає значення, виходячи з умов

$$3 \le q+1 \le t \le q+M+1 \le 39, \text{ звідки отримуємо } 2 \le q \le 38-M\ .$$

У більшості випадків ми покладали $M = 21$, але для порівняння якості прогнозу вибирали й інші значення.

Отримуємо наступні результати (табл. 1 та рис. 1).

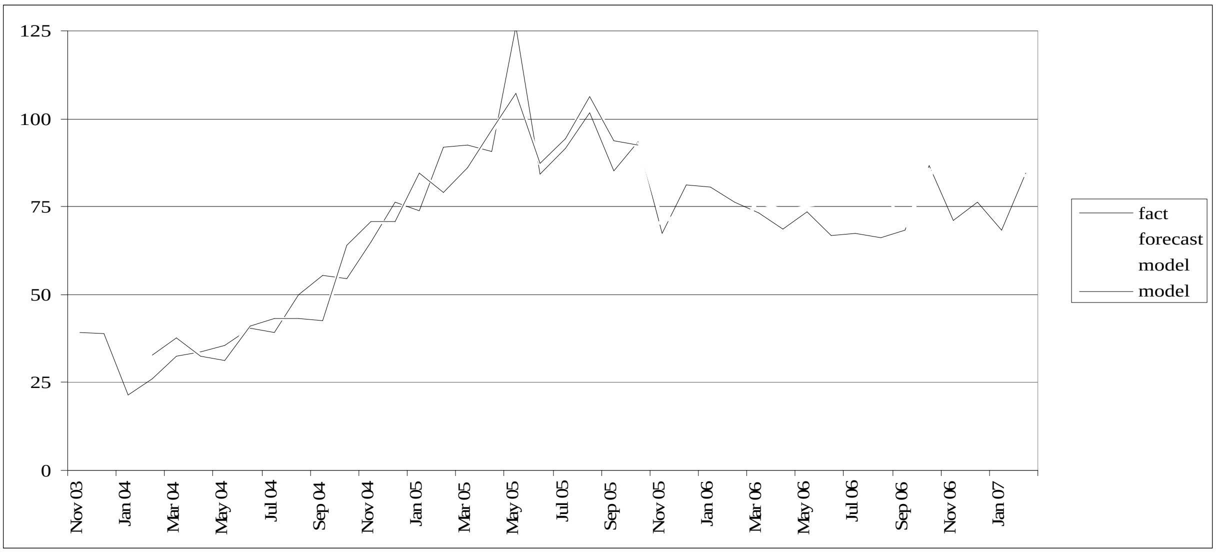

Рис.1.Результати моделювання цін на молібден

Інший приклад базується на медичних даних з Motol hospital у Празі. Ці дані надав P. Kordik для порівняння (β, γ)-методу з результатами [6], які були отримані за допомогою методу GAME (Group of Adaptive Models Evolution).

Табл. 2.

Порівняння (β, γ)-методу (стовпець МТТ) з МГУА (стовпці GMDH) та GAME на прикладах прогнозування цін на молібден (ряд Mo) у 2005-07 та прогнозу вмісту CO_2 у мозку (ряд CO_2): СКВ помилки передбачення

example\method	MTT	GMDH, FPE	GMDH, AR	GMDH, AC	GAME
CO_2	0,0380	—	—	0,0704	0,0386
Mo	9,62	20,22	12,51	—	—

Дані з табл. 2 та порівняння графіків на рис. 2 демонструють перевагу МДП перед МГУА та GAME [6]. Варто відзначити, що GAME вимагає велетенську навчальну вибірку (декілька сот спостережень) [6], водночас для

МДП (як і для МГУА) досить 10-20 спостережень. У таблиці 2 наведено середньоквадратичне відхилення помилки передбачення.

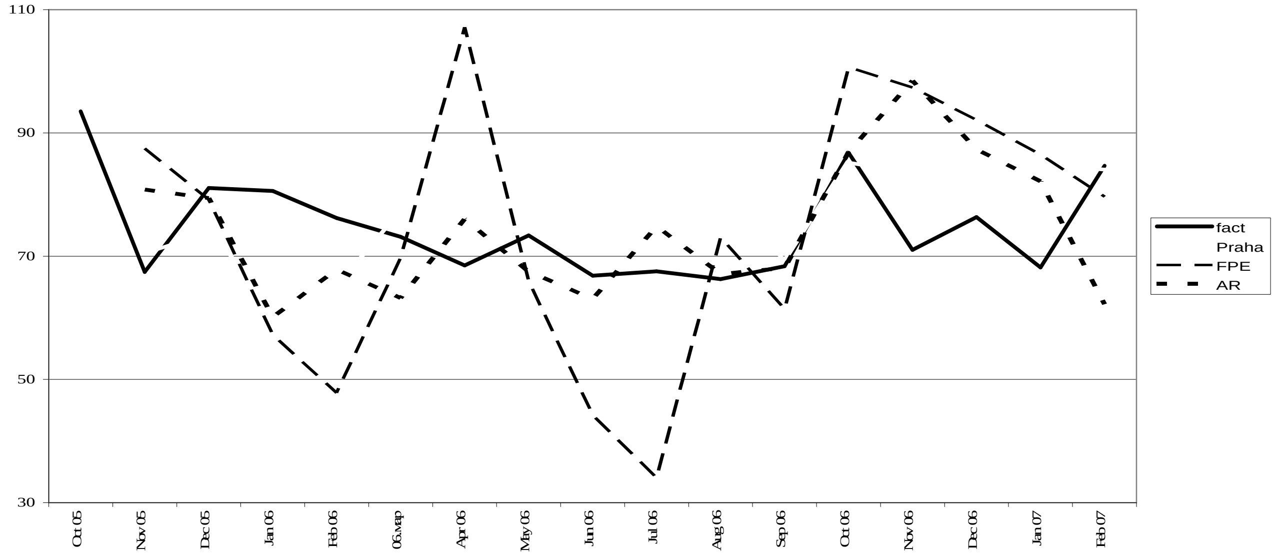

Рис. 2. Графіки фактичних цін на молібден (лінія “fact”) та прогнозних значень, обчислених за МДП (лінія “Praha”) та МГУА (лінії “FPE” та “AR”)

Економічні критерії

Нехай y – ціна деякого товару (чи, більш загально, блага). Можна купувати цей товар щомісяця за ринковою ціною y_i, тоді видатки будуть дорівнювати $Z_0 = \sum_{i=1}^{n} y_i$. Наприкінці періоду можна визначити найменшу ціну $y_{\min} = \min_{i=1}^{n} y_i$. Очевидно, видатки на придбання товару не могли бути меншими за $Z_{\min} = n\, y_{\min}$. Якщо ми будуємо прогноз за методом m (method), ми можемо за деяким правилом w (way) використати цей прогноз для планування закупок. Тоді ми можемо підрахувати відповідні видатки $Z_{m,w}$:

$$Z_{m,w} = \sum_{i=1}^{n} p_i(m,w) y_i \, , \tag{19}$$

де $p_i\,(m, w)$ – кількість товару, придбаного у i-му місяці, застосовуючи метод прогнозування m та спосіб використання прогнозу для планування закупок w.

Можна запропонувати кілька різних економічних критеріїв. Наприклад, відносний критерій

$$\frac{Z_0 - Z_{m,w}}{Z_0 - Z_{\min}}. \tag{20}$$

Покажемо, що для рекомендацій закупок молібдену згідно МДП, наведених у стовпцях 9-10 табл. 1, цей критерій дорівнює біля 68%. Проведемо разрахунки.

$p_{\min} = 66{,}29$, отже, $Z_{\min} = n\, p_{\min} = 17$ (міс) $\times$ 66,29 (\$/кг/міс) = 1126,93 (\$/кг).

Z_0 = 1269,82 ($/кг), $Z_{m,w}$ = 1171,66 ($/кг)

$$\frac{Z_0 - Z_{m,w}}{Z_0 - Z_{\min}} = \frac{1269{,}82 - 1171{,}66}{1269{,}82 - 1126{,}93} = \frac{98{,}16}{142{,}89} = 68.7\%$$

Нехай деякий завод щомісяця використовує $\boldsymbol{Q}$ = 20 тон молібдену. Якщо він застосовує прогноз цін за (β, γ)-методом (стовпець 4 таблиці 1) та відповідні рекомендації (стовпці 9, 10) для прийняття рішення про величину закупок для формування стратегічного запасу, то за період з жовтня 2005 по лютий 2007 (17 місяців) абсолютна економія цього заводу порівняно із щомісячними закупками за ринковими цінами (стовпець 3) склала б

$$(Z_0 - Z_{m,w})\,\boldsymbol{Q} = (1269{,}82 - 1171{,}66)\ \$/\text{кг} \times 20\,000\ \text{кг} = 98{,}16 \times 20\,000\ \$,$$

що дорівнює 1 963 200 $, тобто майже два мільйони доларів.

Посилання

[1] Ивахненко А. Г., Ивахненко Г. А. Обзор задач, решаемых по алгоритмам Метода Группового Учета Аргументов (МГУА) – http://www.gmdh.net/articles/rus/algorith.zip/algorith.doc, http://www.gmdh.net/articles/rus/algorith.pdf

[2] Коппа Ю. В., Степашко В. С. Сравнение прогнозирующих свойств моделей регрессионного типа и МГУА – http://www.gmdh.net/articles/rus/compare.pdf

[3] Gramian matrix – http://www.answers.com/topic/gramian-matrix

[4] Metals Statistics, U. S. Metals Trade – http://www.ita.doc.gov/td/metals/statindx.html

[5] MEPS (International) Ltd. – Independent Steel Industry Analysts, Consultants, Steel Prices, Reports and Publications. World Stainless Steel Product Prices – http://www.meps.co.uk/Stainless Prices.htm

[6] Josef Bouška, Pavel Kordik. Time Series Prediction by means of GMDH Analogues Complexing and GAME – http://www.gmdh.net/articles/iwim/iwim_39.pdf

[7] Yuriy V. Dzyadyk. Some Results of the Synthesis of GMDH and Factor Analysis for Inductive Modelling – http://www.gmdh.net/articles/iwim/iwim_19.pdf

[8] Joseph P. Bigus, Jennifer Bigus. Constructing Intelligent Agents Using Java™: Professional Developer’s Guide. John Wiley & Sons, 2001, second edition. ISBN 0471191353 – http://www.research.ibm.com/people/b/bigus

[9] Тимашова Л. А., Дзядик Ю. В., Лещенко В. А., Бондар Л. А. Інтелектуальна система прогнозування цін // Проблеми впровадження інформаційних технологій в економіці. Тези доповідей VI Міжнародної науково-практичної конференції. Ірпінь, 2007 – http://www.i.com.ua/~iurius/dzyadyk/sipro.htm