МАТЕМАТИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 532.5; 519.63

https://orcid.org/0000-0003-3368-8203
https://orcid.org/0000-0002-9871-2748

Г.Г. БУЛАНЧУК, О.М. БУЛАНЧУК, А.О. ОСТАПЕНКО, Р.В. ЧАБАНУ

ТЕКСТУРНА АДВЕКЦІЯ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ В'ЯЗКИХ ТЕЧІЙ МЕТОДОМ ҐРАТКОВИХ РІВНЯНЬ БОЛЬЦМАНА

Анотація. *Візуалізація векторного поля швидкостей є невід'ємною частиною багатьох задач чисельного моделювання. Традиційним є представлення результатів у вигляді стрілочних діаграм поля швидкостей або колірних діаграм модуля швидкості. Але така інформація зрозуміла лише фахівцям з гідромеханіки і не дає вичерпну картину течії в цілому. В даній роботі досліджується метод текстурної адвекції при моделюванні течій в'язкої рідини, який за інформативністю максимально наближений до натурного експерименту і дає змогу отримати детальну картину течії. Розроблений метод базується на комбінації ідей методу плямистого шуму та адвекції Лагранжа – Ейлера. Поле швидкостей обчислюється методом ґраткових рівнянь Больцмана.*

Ключові слова: *лінії течії, текстурна адвекція, система частинок, поле швидкостей, метод ґраткових рівнянь Больцмана.*

DOI: 10.35350/2409-8876-2019-16-3-49-56

Вступ

Результатами чисельного моделювання в гідромеханіці зазвичай є великі масиви векторних або скалярних полів. Етап візуалізації результатів, отриманих під час обчислювального експерименту, повинен надати дослідникові вичерпну інформацію про структуру течії, швидкості й інші характеристики. Успішний результат експерименту залежить від того, в якому вигляді будуть отримані ці дані дослідником і які висновки він зробить, ґрунтуючись на них.

Вектор швидкості при візуалізації за допомогою стрілочних діаграм відображається у вигляді стрілки, напрямок і величина якої відповідають значенням поля в точці. Недоліком стрілочних діаграм є низька роздільна здатність при відображенні векторного поля. При візуалізації вихрових структур має місце перетин векторних символів, що призводить до зашумлення зображення і неможливості його інтерпретації.

© Г.Г. Буланчук, О.М. Буланчук, А.О. Остапенко, Р.В. Чабану, 2019

Серед сучасних методів візуалізації особливе місце займають методи текстурної візуалізації, які відображають картину течії неперервною текстурою. За своїм відображенням методи текстурної візуалізації подібні нанесенню суміші масла та фарби на поверхню рідини у натурному експерименті. Дані методи є досить перспективними і актуальними, оскільки дозволяють бачити картину течії в цілому і ефективно проводити дослідження.

Однією з перших робіт в напрямку текстурної візуалізації була робота Jack van Wijk [1], в якій він запропонував метод плямистого шуму. Цей алгоритм створює зображення течії за допомогою суперпозиції окремих еліптичних плям, що позначають частинки, поміщені в потік. Напрямок руху плями в текстурі відповідає напрямку поля швидкостей в розглянутій локальній області.

Подальші роботи в області текстурної візуалізації привели до створення алгоритмів сімейства лінійної інтегральної згортки (Line Integral Convolution) [2, 3]. Основна ідея цього методу полягає в побудові інтенсивності зображення векторного поля як результату згортки спеціально підібраної функції-фільтра і білого шуму вздовж лінії течії. Цей метод набув широкого поширення в зв'язку з високою якістю одержуваного зображення. Однак, для того, щоб розрахувати інтенсивність пікселя в цьому методі, необхідно провести інтегрування уздовж всієї лінії течії, що проходить через дану точку. Це призводить до високої обчислювальної вартості візуалізації. Була розроблена модифікація цих методів [4], що базується на використанні значень інтенсивностей точок, розташованих в околі даної точки.

Одним з найважливіших етапів розвитку галузі наукової візуалізації, що дали початок багатьом методикам, стали методи адвекції початкового зображення вздовж лінії течії. Термін “адвекція” означає перенесення скалярного значення у векторному полі, при якому це значення не змінюється. Одним із базових методів є текстурна адвекція Лагранжа – Ейлера (LEA-Largangian-Eulcrian Advection). Ідея цього алгоритму полягає в спільному використанні лагранжевої і ейлерової кінематики руху суцільного середовища. Перенесення текстурного значення відбувається разом із рухом частинки, потім колір у даній точці набуває значення кольору цієї частинки. Щоб початкове зображення з часом не було винесене за межі області, що візуалізується, на кожному кроці по часу застосовується підмішування до проадвектованого зображення шумової структури. Таким чином, відбувається накладання цих двох зображень: адвектованого і шумового. Обчислений результат бере участь у наступній ітерації.

Більш детальний огляд методів текстурної візуалізації векторних полів можна знайти в роботі [5].

1. Постановка завдання

У даній роботі досліджується застосування методів текстурної візуалізації до плоских течій в’язкої рідини при чисельному моделюванні методом ґраткових рівнянь Больцмана. Використовується методика, що комбінує основні ідеї методу плямистого шуму та адвекції Лагранжа – Ейлера. Метою роботи є

програмна реалізація методів текстурної візуалізації двовимірних течій при чисельному моделюванні методом ґраткових рівнянь Больцмана (LBM).

Ідея методу LBM аналогічна ідеї методу крупних частинок, розробленого Білоцерковським та Давидовим у 1965 році. Обчислювальна область розбивається нерухомою ейлеровою сіткою, комірки якої трактуються як крупні частинки. Однак за методом LBM динаміка таких частинок описується не рівняннями Ейлера або Нав'є – Стокса, а кінетичним рівнянням Больцмана. Характеристики крупних частинок є осередненими характеристиками всієї сукупності мікроскопічних частинок у цій комірці і описуються статистично за допомогою функції розподілу частинок за координатами та швидкостями. Тож динаміка крупних мезоскопічних частинок моделюється таким чином, щоб на макроскопічному рівні виконувалися рівняння Нав'є – Стокса з точністю до малих першого порядку. Більш детальний опис даного методу можна знайти, наприклад, у роботах [6, 7].

Оскільки метод ґраткових рівнянь Больцмана поєднує в собі два підходи: переміщення частинок і розрахунок гідродинамічних характеристик для кожної комірки, зокрема поля швидкостей, що є осередненням по всіх частинках, то в даний алгоритм органічно вписується метод текстурної адвекції, оскільки візуалізація течії теж відбувається у два етапи: переміщення частинок певного кольору і суперпозиція зображень.

Слід відмітити, що ідея побудови ліній течії, як сліду руху частинок по заданому полю швидкостей у спрощеному варіанті була вже реалізована в роботі [8] за допомогою маркерів. Однак у попередньому алгоритмі необхідно було задавати початкове положення маркерів на деяких фіксованих відрізках, що є не дуже зручним, оскільки наперед не відомо, де краще розставити дані відрізки. Колір всіх маркерів при цьому задавався однаковим і не змінювався.

Метою роботи було створення програмного забезпечення для текстурної візуалізації двовимірного векторного поля, обчисленого методом ґраткових рівнянь Больцмана на основі комбінації відомих алгоритмів текстурної візуалізації. Дана візуалізація течій повинна відбуватись на основі завантажених каталогів дискретних полів швидкостей та дозволяти досліджувати картини ліній течії в динаміці. Також вона повинна бути придатною для візуалізації векторних полів, обчислених будь-яким іншим методом.

2. Алгоритм методу

При моделюванні методом ґраткових рівнянь Больцмана на виході ми маємо в кожен момент часу поле швидкостей, обчислене на рівномірній сітці, що покриває розрахункову область. Ідея методу візуалізації, що пропонується в даній роботі, полягає в наступному:

1. Завантажуємо поле швидкостей для деякого фіксованого моменту часу.
2. Генеруємо певну кількість рівномірно розподілених частинок у розрахунковій області незалежно від сітки. Кожна з цих частинок наділена яскравістю (для монохромного зображення) або кольором, що генерується випадковим чином. Яскравість або колір комірки

відповідає кольору частинки, яка попала в дану комірку. Комірки, в які не попала частинка, зафарбовуються в чорний колір. Таким чином, на початковому етапі маємо зображення типу «білий шум».

3. Пересуваємо ці частинки по простору зі своїм кольором зі швидкістю, що відповідає полю швидкостей на один крок $\Delta\tau$. Отримуємо нове зображення. Якщо в комірку в результаті такого пересуву не зайшла ніяка частинка, то залишається колір, який був на попередньому кроці. Таких кроків робимо достатню кількість (чим більше, тим краще). Рух таких частинок, що мають певний колір, через певну кількість кроків по простору залишить за собою слід у вигляді ліній течії. Зауважимо, що крок $\Delta\tau$, з яким ми рухаємо частинки, не є тим кроком по часу, з яким проведені розрахунки. Це деякий умовний крок, з яким ми рухаємо частинки по полю швидкостей у фіксований момент часу t.
4. Підсумкове зображення формується як суперпозиція всіх попередніх зображень. Фактично, комірка зафарбовується в колір частинки, яка на останньому кроці зайшла в неї. Якщо не зайшла ніяка частинка – то в колір частинки, яка зайшла на попередньому кроці і т.д. У результаті ми будемо мати лінії течії в кожен момент часу.

Було розглянуто вплив параметрів методу на якість текстурного зображення та швидкість його отримання: кількості частинок, що генеруються, кількості зображень, що накладаються (фреймів), величини кроку $\Delta\tau$ та розміру комірок розрахункової сітки.

3. Результати моделювання

На рис. 1 зображено лінії течії в квадратній каверні з рухомою верхньою кришкою при числі Рейнольдса $\mathrm{Re} = 100$ із крупною сіткою 100×100 (10000 комірок). Картина побудована по полю швидкостей, яке було отримане методом ґраткових рівнянь Больцмана. Було згенеровано $n = 10000$ частинок.

Зроблено 1000 кроків при переміщенні частинок, таким чином фінальна картинка є суперпозицією $n_s = 1000$ зображень. Як бачимо, зображення не досить чітке і структура течії проглядається слабо.

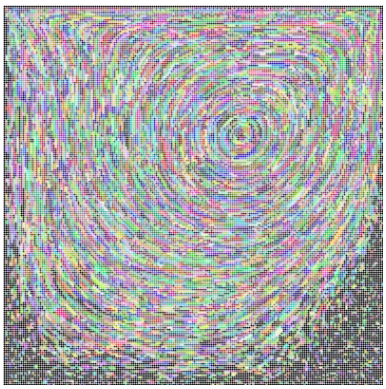

Рисунок 1 – Структура течії в квадратній каверні (число Рейнольдса Re = 100, крок зміщення по простору $\Delta\tau = 0.1$, сітка 100×100, кількість зображень для суперпозиції $n_s = 1000$)

Аналогічну картину ми бачимо при обтіканні циліндра в прямокутній області. На рис. 2 зображено картину течії при числі Рейнольдса Re = 500 і сітці 100×300, кількості зображень для суперпозиції $n_s = 1000$ і кількості згенерованих частинок $n = 10000$.

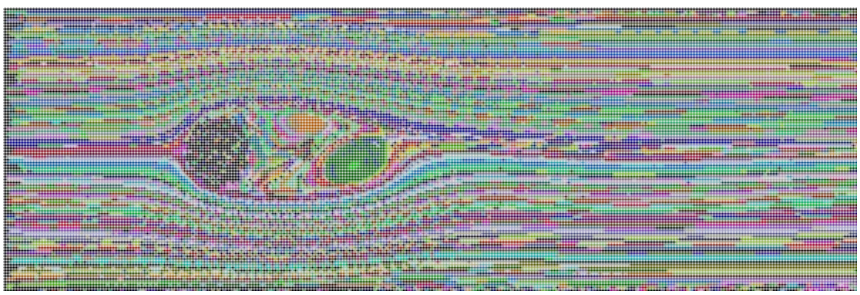

Рисунок 2 – Картина течії при обтіканні круглого циліндра (Re = 500, сітка 100×300**,** кількість зображень для суперпозиції $n_s = 1000$, крок зміщення по простору $\Delta\tau = 0.1$)

Ситуація покращується при подрібненні сітки. На рис. 3 зображена картина ліній течії при обтіканні циліндра при числі Рейнольдса Re = 1000 і сітці 400×1200. Як бачимо, зернистість при таких параметрах ще зберігається, хоча структура течії вже достатньо чітка. Кількість зображень для суперпозиції n_s, крок зміщення $\Delta\tau = 0.1$ і кількість згенерованих частинок n при цьому не змінились.

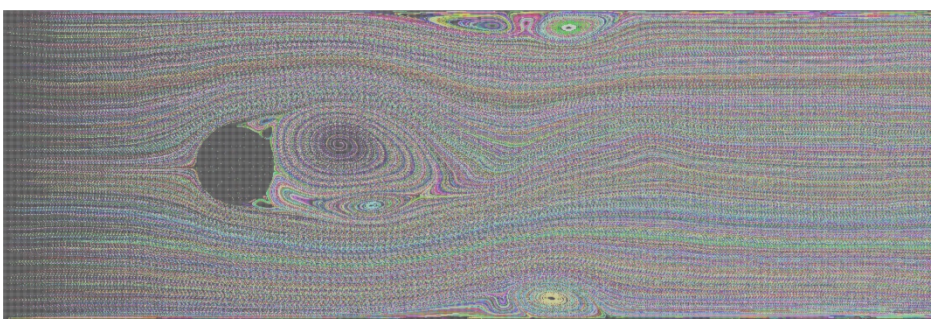

Рисунок 3 – Картина течії при обтіканні круглого циліндра з параметрами: Re = 1000, сітка 400×1200, кількість зображень для суперпозиції $n_s = 1000$, крок зміщення по простору $\Delta\tau = 0.1$

Зі збільшенням кількості зображень, суперпозиція яких формує фінальне зображення, а також зі зменшенням кроку зміщення по простору, зображення стає більш чітким і гладким і зернистість практично зникає. На рис. 4 зображена картина течії за круглим циліндром у прямокутному каналі з параметрами Re = 1000, сітка 400×1200**,** кількість зображень для суперпозиції

$n_s = 4000$, крок зміщення по простору $\Delta\tau = 0.01$. Картина течії представлена для моменту часу $t = 30$. Час візуалізації для даного моменту часу при таких параметрах становить приблизно 2 хв.

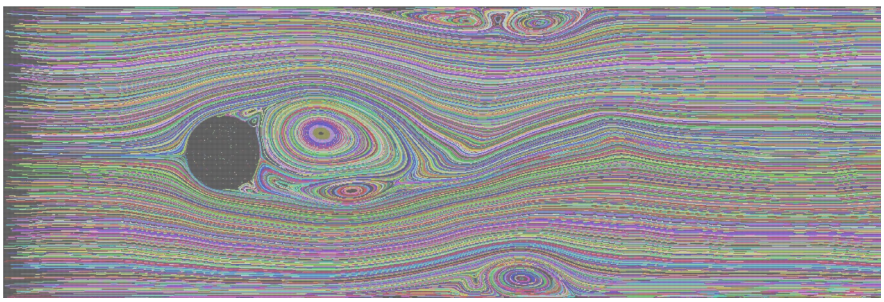

Рисунок 4 – Картина течії при обтіканні круглого циліндра з параметрами: Re = 1000, сітка 400×1200, кількість зображень для суперпозиції $n_s = 1000$, крок зміщення по простору $\Delta\tau = 0.01$

Як показують дослідження, недоцільно генерувати велику кількість частинок при моделюванні з грубою сіткою. Верхнє зображення на рис. 5, виконане при генерації $n = 600$ частинок, краще передає структуру течії, ніж нижнє зображення, де згенеровано $n = 1000$ частинок.

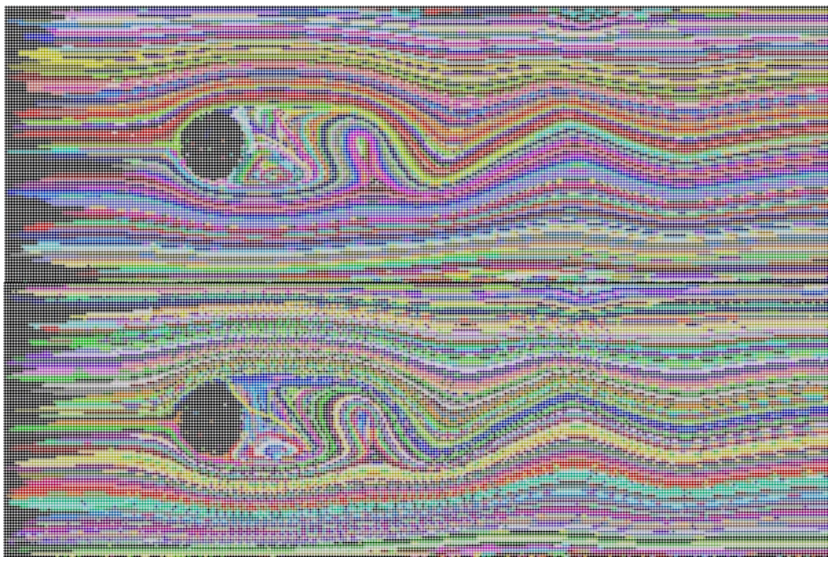

Рисунок 5 – Картина течії за циліндром з параметрами: Re = 500, сітка 100×300, кількість зображень для суперпозиції $n_s = 1000$, крок зміщення по простору $\Delta\tau = 0.01$

Висновки

Дослідження вказують на те, що кількість частинок, які треба згенерувати, повинна бути тісно пов’язана з кількістю комірок розрахункової сітки. На

грубій сітці кількість комірок не може бути досить великою, не більше ніж приблизно третина від кількості комірок. У той же час, при розрахунках з дрібною сіткою, кількість частинок не повинна бути занадто малою, принаймні не менше, ніж приблизно десята частина від кількості комірок.

Встановлено, що для отримання чіткого та якісного зображення необхідно збільшити кількість зображень для суперпозиції, зменшити крок $\Delta\tau$, з яким частинки рухаються по простору, а також збільшити кількість комірок розрахункової сітки. Слід враховувати, що все це призведе до збільшення часу отримання зображення. У подальшому планується провести розпаралелювання обчислень, щоб мати змогу отримати картину течії в реальному часі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Wijk J.J. Spot noise: Texture synthesis for data visualization // Computer Graphics 25 (4). – 1991. – P. 309-318.
2. Cabral B., Leedom L. C. Imaging vector fields using line integral convolution // In Proceeding of ACM SIGGRAPH 93, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference.– 1993. – ACM., vol. 4. – P. 263-272.
3. D. Stalling LIC on Surfaces. In Texture synthesis with Line Integrak Convolution. ACM SIGGRAPH 97, International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. – 1997. – P. 51-64.
4. D. Stalling, Hege H. C. Fast and Resolution independent line integral convolution. – 1995. – P. 249-256.
5. Потий О. А. Текстурная визуализация векторных полей с использованием возможностей графического оборудования: [Электронный ресурс]: Дис. канд. техн. наук:05.13.11. – Ростов н/Д: РГБ,2005.
6. Остапенко А. А. Исследование влияния переменной скорости звука в ячейке при моделировании течения в плоском канале и обтекания кругового цилиндра потоком вязкой жидкости при расчете методом решеточных уравнений Больцмана / А. А. Остапенко, О. Н. Буланчук, Г. Г. Буланчук // Вестник Черкасского университета. – 2016. – № 1. – С. 50-64.
7. Bulanchuk G. Investigation of the influence of the relaxation parameter on the viscous fluid flow over circular cylinder modeling process with the lattice Boltzmann method / G. Bulanchuk, A. Ostapenko // Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems». – 2017. – Vol. 33. – P. 52-61.
8. Буланчук О. Н. Программа построения линий тока по дискретному полю скоростей / О. Н. Буланчук, Г. Г. Буланчук // Вестник Харьковского национального университета. Серия: Математическое моделирование. Информационные технологи. Автоматизированные системы управления. – 2013. – Т. 22. – С. 45-50.

REFERENCES

1. Wijk J.J. (1991) Spot noise: Texture synthesis for data visualization. Computer Graphics. 25 (4). 309-318.
2. Cabral B., Leedom L. C. (1993) Imaging vector fields using line integral convolution. In Proceeding of ACM SIGGRAPH 93, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference. Vol. 4. 263-272.

3. Stalling D. (1997) LIC on Surfaces. In Texture synthesis with Line Integrak Convolution. ACM SIGGRAPH 97, International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. 51-64.
4. Stalling D., Hege H. C. (1995) Fast and Resolution independent line integral convolution. 249-256.
5. Potii O. A. (2005) Teksturnaya vizualizatcia vectornuh poley s ispolzovaniem vozmoshnostey graphicheskogo oborudovania [Textural visualization of vector fields using the capabilities of graphic equipment]. PhD Thesis. Rostov (in Rus)
6. Ostapenko A. A. (2016) Issledovaniye vliyaniya peremennoy skorosti zvuka v yacheyke pri modelirovanii techeniya v ploskom kanale i obtekaniya krugovogo tsilindra potokom vyazkoy zhidkosti pri raschete metodom reshetochnykh uravneniy Bol'tsmana [Investigation of the effect of variable velocity of sound in a cell in the simulation of a flow in a flat channel and the flow of a circular cylinder by a flow of viscous fluid when calculated by the method of lattice Boltzmann equations] Bulletin of Cherkasy University. No. 1. 50-64. (in Rus)
7. Bulanchuk G. (2017) Investigation of the influence of the relaxation parameter on the viscous fluid flow over circular cylinder modeling process with the lattice Boltzmann method. Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematical Modeling. Information Technology. Automated Control Systems». Vol. 33. 52-61.
8. Bulanchuk O. N. (2013) Programma postroyeniya liniy toka po diskretnom polyu skorostey [The program of construction of streamlines on a discrete velocity field]. Vol. 22. 45-50. (in Rus)

Стаття надійшла до редакції 10.06.2019.