КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 004.4, 004.9, 004.42, 004.67, 004.915, 004.427

В.Г. ТУЛЬЧИНСКИЙ, Р.А. ЮЩЕНКО

УСКОРЕНИЕ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ КОМПЬЮТЕРАХ

Рассмотрены вопросы повышения производительности расчета синтетических сейсмограмм методом конечно-разностного моделирования распространения упругих волн в неоднородной среде с использованием компьютерных кластеров и GPU.

Введение. Запасы нефти и газа сосредоточены в пористых пластах-коллекторах, изолированных плотными покрышками. Поэтому граница нефтегазового пласта обычно хорошо отражает упругую (акустическую) волну. Основанные на анализе отраженных и проходящих упругих волн геофизические методы сейсморазведки являются самым распространенным способом построения и уточнения геологической модели нефтегазовых месторождений. Они также используются при поиске и оценке подземных водных ресурсов, исследовании соляных и угольных отложений. Акустические волны также используются в промысловой геофизике как один из методов изучения качества цементирования колонны, структуры прискважинного пространства, трещиноватости горных пород, в инженерной геофизике – для разведки геологических условий перед проектированием построек, для поиска коммуникационных и коммунальных сетей в густонаселенных районах. Благодаря большой глубине зондирования и возможности использовать естественные сейсмические сигналы в качестве источника информации, сейсморазведка является одним из главных инструментов изучения глубинного строения земной коры.

Численное моделирование результатов сейсмо-акустических исследований для заданной геологической модели и расстановки источников/приемников служит надежным инструментом планирования измерений. Численный эксперимент дает априорную оценку разрешающей способности и глубины зондирования, способствует повышению информативности измерений, оптимизации процедур обработки. В случае синтетических сейсмограмм альтернативы численному моделированию нет из-за масштабов исследуемых объектов и отсутствия точных сведений об их строении.

Актуальность моделирования упругих волн связана с исчерпанием традиционных месторождений углеводородов. В частности, исследования перспективных украинских месторождений газа затруднены очень большой глубиной залегания. Для их сейсморазведки необходимы специальные технологии глубинного зондирования, эффективность которых еще предстоит оценить. Аналогично эффективность добычи сланцевого газа, запасы которого в Украине значительны, зависти от точности контроля за процессом разработки, которую также необходимо оценивать на основе численного моделирования измерений.

Трудность практического применения такого моделирования связана с огромной вычислительной сложностью и размером задачи. Например, в типичной трехмерной сейсморазведке речь идет о тысячах и десятках тысяч источников и многокилометровых расстановках, но цель – это объекты толщиной в несколько десятков метров, а то и метры. Поэтому прогресс в этой области напрямую связан с прогрессом высокопроизводительных вычислений.

1. Методы моделирования распространения упругих волн

Для синтеза сейсмограмм по заданной модели геологической среды и расстановке применяют методы, основанные на упрощенных физических моделях. Для планирования трехмерных наблюдений широко внедрено лучевое трассирование. Этот метод основан на высокочастотном приближении и использует известные из оптики законы преломления и отражения продольных и поперечных волн на скоростной границе [1]. Метод лучевого трассирования достаточно эффективен для оценки освещенности целевой поверхности в зависимости от ее геометрии, скоростей над ней и расстановки [2]. Его преимуществом является возможность идентификации типа каждой волны, в частности, построения сейсмограмм без кратных и преобразованных волн, или с ограниченной кратностью. Однако синтезированные сейсмограммы достаточно далеки от реальных, так как не учитывают изменение формы и расщепление сигнала на неоднородностях, размер которых сопоставим с длиной волны. Помимо этого лучевое трассирование непригодно для моделирования отражений, возникающих в градиентных средах, и плохо приспособлено к условиям резких границ и точек дифракции, так как использует интерполяцию лучей и амплитуд. С развитием высокоточной широкополосной сейсмологической аппаратуры появились факты регистрации «нелучевых» сейсмических волн, которые не описываются нулевым членом лучевого ряда, и для их вычисления необходимо учесть последующие члены ряда [3].

Альтернативой лучевому трассированию является моделирование процесса изменения волнового поля во времени. Его основу составляет система гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных, полученная подстановкой закона упругости Гука, в формулу второго закона Ньютона:

$$\rho(\mathbf{x})\,\mathbf{s}''(\mathbf{x},t)=\nabla\cdot\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{x},t)+\mathbf{f}(\mathbf{x},t), \tag{1}$$

где $(\mathbf{x},t)$ – точка в пространстве-времени, ρ – плотность породы, $\mathbf{s}$ – вектор смещений, $\mathbf{\Sigma}$ – тензор напряжений, $\mathbf{f}$ – внешняя сила (сигнал). Оператор «$\nabla\cdot$» обозначает дивергенцию в пространстве, а штрих – производную по времени. Тензор напряжений $\mathbf{\Sigma}$ – это квадратная симметричная матрица $\sigma_{km}=\sigma_{mk}$, причем σ_{kk} – напряжение сжатия/растяжения вдоль оси k, а если $k\neq m$, то σ_{km} – это напряжение сдвига в плоскости km. Внешняя сила $\mathbf{f}$ в задачах моделирования сейсморазведки прилагается в точку источника, ее можно выразить через δ-функцию Кронекера: $\mathbf{f}(\mathbf{x},t)=\delta(\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\|)\mathrm{F}(t)$.

Конкретизация системы (1) зависит от характера физической модели. В эластическом изотропном приближении [4]:

$$\mathbf{\Sigma}(\mathbf{x},t)=\lambda(\mathbf{x})(\nabla\cdot\mathbf{s}(\mathbf{x},t))\mathbf{I}+\mu(\mathbf{x})\left(\nabla\mathbf{s}(\mathbf{x},t)+(\nabla\mathbf{s}(\mathbf{x},t))^{\mathrm{T}}\right), \tag{2}$$

где $\mathbf{I}$ – это единичная матрица: $I_{km}=\delta(k-m)$; модель среды представляют коэффициенты Ламе $\mu(\mathbf{x})=\rho(\mathbf{x})V_S^2(\mathbf{x})$ и $\lambda(\mathbf{x})=\rho(\mathbf{x})V_P^2(\mathbf{x})-2\mu(\mathbf{x})$; оператор ∇ обозначает градиент в пространстве, а M^{T} – транспонированную матрицу M: $\mathrm{M}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{km}}=\mathrm{M}_{\mathrm{mk}}$. Таким образом, в трехмерном изотропном эластическом случае состояние поля описывается девятью массивами параметров: 3 компонента $\mathbf{s}$ и 6 разных компонент $\mathbf{\Sigma}$. Модель задается тремя массивами параметров (коэффициенты Ламе и ρ), что в сумме дает 12 массивов.

Для самого простого акустического приближения (идеальной жидкости) $\mu(\mathbf{x})=0$, и тензор напряжений $\mathbf{\Sigma}$ можно сократить до единственной скалярной компоненты σ. В этом случае состояние поля описывается четырьмя массивами параметров: 3 компонента $\mathbf{s}$ и σ, а для модели достаточно двух параметров (всего – 6 массивов). Акустическое приближение используется для ускорения вычислений. Однако в силу отсутствия поперечных, преобразованных волн, поверхностных волн Релея и т. п., полученные синтетические сейсмограммы имеют ограниченную сферу применения.

В более полном эластическом анизотропном приближении [5] тензор напряжений выражается через тензор жесткости $\mathbf{\Lambda}$ и может включать компоненты пары сил (диполей) $\mathbf{M}$:

$$\sigma_{mn}(\mathbf{x},t)=\sum_k\sum_q\Lambda_{mnkq}(\mathbf{x})\frac{\partial s_k}{\partial x_q}(\mathbf{x},t)+M_{mn}(\mathbf{x},t). \tag{3}$$

Состояние поля описывается девятью массивами параметров: 3 компонента $\mathbf{s}$ и 6 компонент $\mathbf{\Sigma}$. В общем анизотропном случае модель включает до 22 коэффициентов ($\mathbf{\Lambda}$ и ρ) в каждой точке, что в сумме дает 31 массив. Анизотропия возникает в реальных данных в местах переслаивания тонких пластов, в зонах трещиноватости, аномально высокого порового давления и т. п. Эти явления характерны для большинства месторождений нефти и газа.

Еще более точным является вязкоупругое приближение, поскольку для высоких частот и слабых сигналов, характерных, например, для сейсмологии, линейный закон Гука перестает выполняться [6]. Но для моделирования полевых сейсмических наблюдений упругое приближение можно считать достаточно точным.

Исторически первый и самый распространенный метод численного решения системы (3) – явная схема метода конечных разностей [5, 7, 8]. Поскольку сейсмические наблюдения проводятся с большими удалениями источник-приемник и на большую глубину зондирования, размеры сетки измеряются в сотнях длин волн. Для сохранения формы сигнала необходимо иметь примерно 10 точек на длину волны. Поэтому сетка конечных разностей при моделировании сейсмических наблюдений в 3D состоит из миллиардов узлов. Учитывая, что в эластическом анизотропном случае необходимо хранить 31 такой массив, и что число с одинарной точностью занимает 4 байта, получаем, что на каждой итерации нужно обрабатывать сотни гигабайт. Это больше, чем объем оперативной памяти большинства современных кластерных узлов и многопроцессорных серверов.

Для сокращения необходимого объема памяти и ускорения вычислений применяется широкий спектр методов: конечно-разностные с аппроксимацией производных схемами высокого порядка, неравномерные сетки, метод конечных элементов, спектральные и псевдо-спектральные подходы [3]. Но поскольку размер неоднородностей среды обычно гораздо меньше длины волны, а временной шаг решения практически ограничен шагом дискретизации выходных сейсмограмм (обычно 2 мс), эффект от применения сложных методов к детальным моделям редко перекрывает дополнительные вычислительные затраты.

Трехмерное моделирование может быть упрощено, если зафиксировать свойства среды вдоль одного направления (x_2). Модели такого типа (рис. 1) называются «двух с половиной мерными» (2.5D). Ограничение 2.5D не дает возможность синтезировать сейсмограммы, соответствующие реальным объектам. Следовательно, 2.5D не позволяет оптимизировать расстановку с точки зрения освещенности целевых горизонтов (для чего используется лучевое трассирование). Однако 2.5D позволяет исследовать влияние многокомпонентных наблюдений и плотности расстановки на интерпретацию результатов сейсморазведки сложных сред с учетом тонкослоистости, трещиноватости, и анизотропии, что недоступно лучевому трассированию. Поскольку в 2.5D-среде сейсмограмма не меняется, если источники и приемники одинаковым образом переместить вдоль оси $\mathrm{Y} = x_2,$ в такой модели достаточно моделировать только одну линию источников, а остальные получать копированием данных с заменой координат трасс. Благодаря этому в случае 2.5D общий объем вычислений можно снизить в десятки, иногда – в сотни раз.

Для решения задачи полноволнового сейсмического моделирования в 2.5D-постановке целесообразно выполнить ее Фурье-преобразование вдоль пространственной оси x_2. Для линеаризации систему (1) – (3) переписывают через скорости смещения $\mathbf{u} = \mathbf{s}'$. Ее скалярное представление имеет следующий вид (по повторяющимся индексам выполняется суммирование):

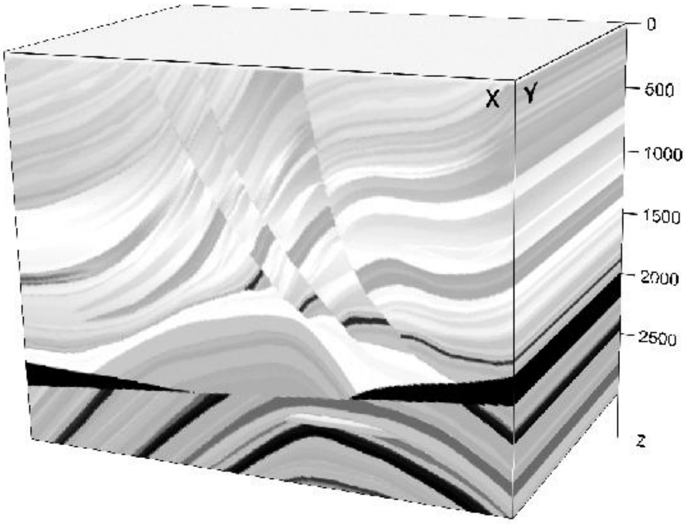


РИС. 1. Пример скоростной модели 2.5D: скорость вдоль оси Y постоянна

$$\begin{cases} \rho(x_1,x_2,x_3)\dfrac{\partial u_n(x_1,x_2,x_3,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial \sigma_{nk}(x_1,x_2,x_3,t)}{\partial x_k} + f_n(x_1,x_2,x_3,t) \\ \dfrac{\partial \sigma_{mn}(x_1,x_2,x_3,t)}{\partial t} = \Lambda_{mnkq}(x_1,x_2,x_3)\dfrac{\partial u_k(x_1,x_2,x_3,t)}{\partial x_q} + \dfrac{\partial M_{mn}(x_1,x_2,x_3,t)}{\partial t} \end{cases}. \quad (4)$$

В 2.5D-среде $\Lambda_{mnkq}(x_1,x_2,x_3) = \Lambda_{mnkq}(x_1,0,x_3)$ и $\rho(x_1,x_2,x_3) = \rho(x_1,0,x_3)$, поэтому Фурье-преобразование (4) вдоль оси x_2 дает [9]:

$$\begin{cases} \rho(x_1,0,x_3)\dfrac{\partial \tilde{u}_n(x_1,\omega,x_3,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial \tilde{\sigma}_{nq}(x_1,\omega,x_3,t)}{\partial x_q} + \\ \quad + j\omega\tilde{\sigma}_{n2}(x_1,\omega,x_3,t) + \tilde{f}_n(x_1,\omega,x_3,t); \\ \dfrac{\partial \tilde{\sigma}_{mn}(x_1,\omega,x_3,t)}{\partial t} = \Lambda_{mnkq}(x_1,0,x_3)\dfrac{\partial \tilde{u}_k(x_1,\omega,x_3,t)}{\partial x_q} + \\ \quad + \Lambda_{mnk2}(x_1,0,x_3)\, j\omega\tilde{u}_2(x_1,\omega,x_3,t) + \dfrac{\partial \tilde{M}_{mn}(x_1,\omega,x_3,t)}{\partial t}, \end{cases} \quad (5)$$

где $j = \sqrt{-1}$, m, n и k принимают значения {1, 2, 3}, а q – значения {1, 3}, $u_n(x_1,x_2,x_3,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}_n(x_1,\omega,x_3,t)e^{j\omega y}dy$, $\sigma_{mn}(x_1,x_2,x_3,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\sigma}_{mn}(x_1,\omega,x_3,t)e^{j\omega y}dy$.

Сравнительная оценка сложности конечно-разностных вычислительных схем 2.5D и 3D в 2.5D-среде дана в [10]. Основной вывод состоит в том, что при равной области моделирования квадратичная вычислительная сложность 2.5D-моделирования возрастает быстрее 3D-моделирования:

$$\text{Ускорение 2.5D относительно} \quad 3D \approx 2W \Big/ \left(1 + \frac{V_{\max} t_{\max}}{y_{\max}}\right), \tag{6}$$

где $W = 5..15$ – минимальное число точек сетки на длину волны, $y_{\max}$ – максимальное удаление приемников в направлении x_2, $V_{\max}$ – максимальная скорость в среде, $t_{\max}$ – время записи (модельное время).

Поэтому при достижении некоторого модельного времени для расчета 2.5D-сейсмограммы требуется больше вычислений, чем для полного 3D моделирования, что подтверждается экспериментально (рис. 2).

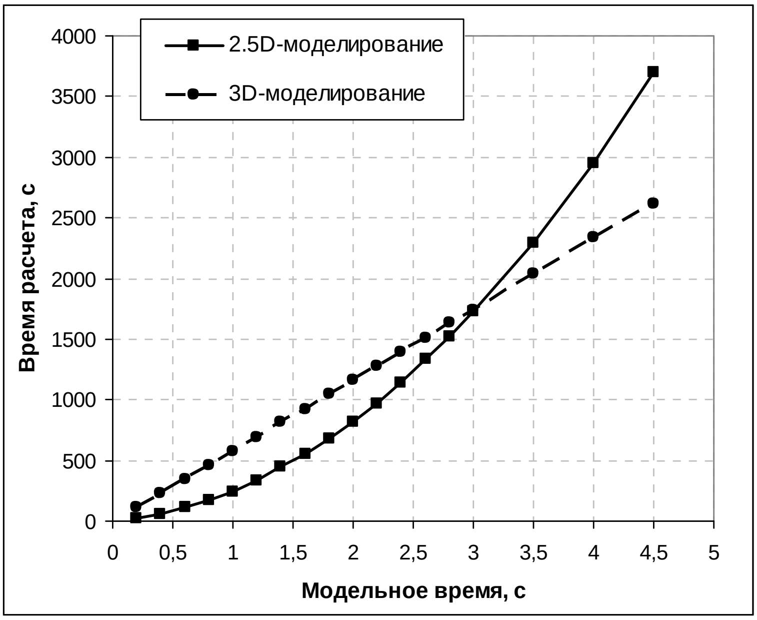


РИС. 2. Пример результатов экспериментов для модели 2x2x2 км

Эксперименты также показали, что точка, в которой время 2.5D моделирования и 3D моделирования совпадают (на рис. 2 это 3 с) смещается при увеличении области в сторону больших времен (рис. 3).

С другой стороны, декомпозиция на независимые пространственные частоты полностью решает проблему объемов памяти. 2.5D-схема использует 160 байт на ячейку двумерной сетки для хранения как модели, так и состояния волнового поля. Процесс моделирования для отдельных пространственных частот выполняется полностью независимо, без обменов данными. Это позволяет

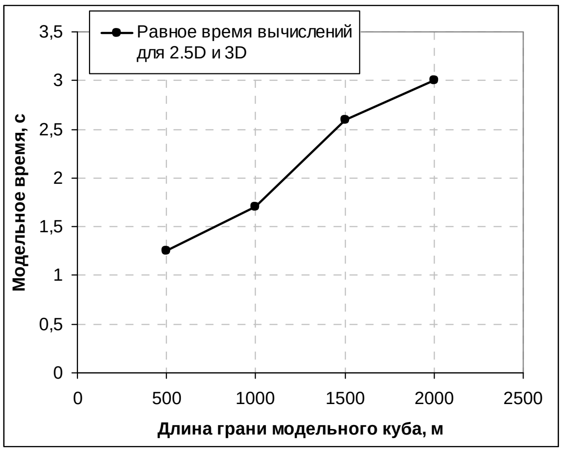


РИС. 3. Модельное время, на котором совпадает время вычислений для 2.5D и 3D

разделить 3D-моделирование на сотни или тысячи независимых 2D-подзадач, которые можно выполнять в распределенной вычислительной среде, в частности, в гриде. Полученные в результате моделирования 2D-файлы объединяются в синтетические 3D-сейсмограммы с помощью обратного преобразования Фурье. Особенно эффективным метод 2.5D оказался для графических ускорителей, так как позволил отказаться от обменов в процессе решения 2D-подзадачи (рис. 4).

Тем не менее, для задач с большим временем записи, и для случаев, когда упрощение геометрии неприемлемо с практической точки зрения, проблема ускорения решения задачи сейсмического моделирования в 3D-постановке по прежнему актуальна.

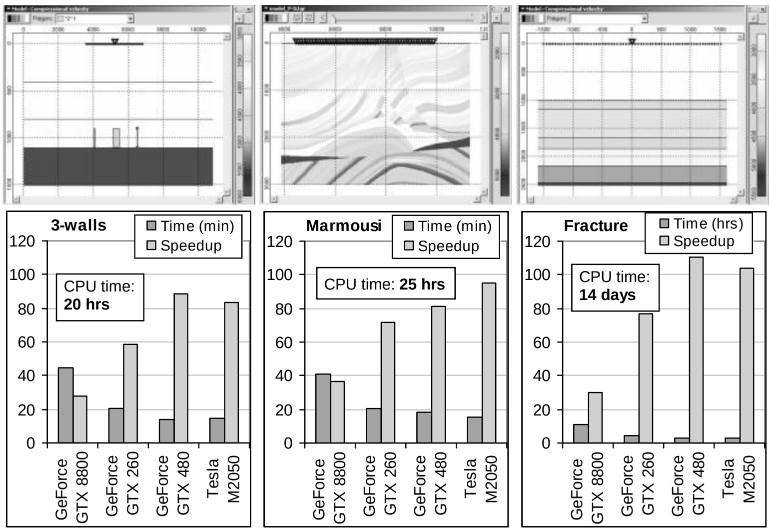


РИС. 4. Примеры ускорение 2.5D моделирования на NVIDIA CUDA

2. Особенности программной реализации 3D-моделирования

Как известно, производительность программы на центральном процессоре обуславливается прежде всего правильным использованием кэш-памяти разных уровней [11], а также использованием векторных операций (например, SSE3). Подходы к ускорению программы на GPU совсем другие [12].

В отличие от многоядерных процессоров, в которых потоки выполняются асинхронно (MIMD), графические ускорители (SIMD) рамках одного ядра выполняют потоки синхронно. В результате наличие любых условных операторов и циклов в вычислительном ядре значительно замедляют расчет. В частности, проверку на выход за границы вычислительной решетки заменяет расширение решетки (рис. 5).

2.1. Расширение решетки вместо условных операторов

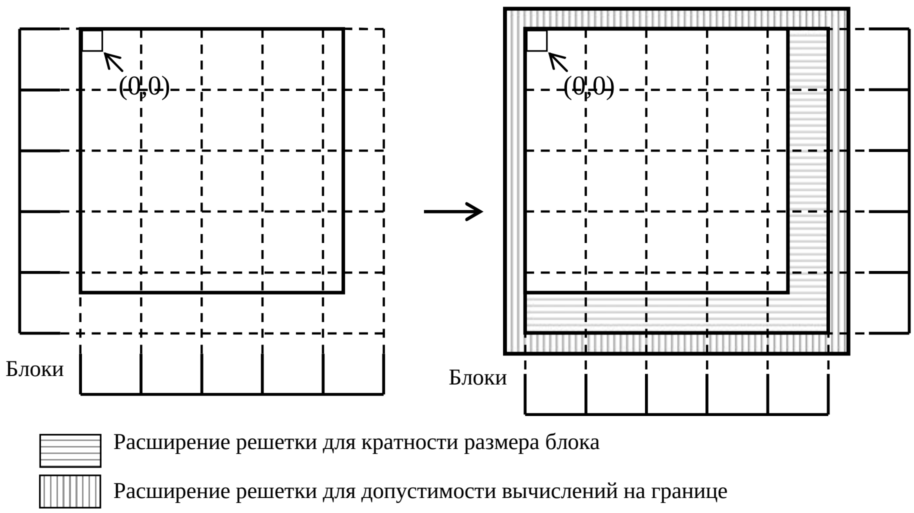


РИС. 5. Исходная решетка расширена для устранения проверок выхода за границы

2.2. Расчет по блокам

Тривиальный подход к распараллеливанию – это создание максимально возможного блока таким образом, что каждая нить считает свой участок (рис. 6, а). Другой подход – создание сетки блоков таким образом, что каждая нить будет рассчитывать только один элемент (рис. 6, б). В результате внутренний цикл в ядре исчезает.

2.3. Выравнивание памяти

Выравнивание памяти ускоряет векторные операции. В частности, архитектура x86 требует выравнивания памяти для выполнения операций SSE [13]. В CUDA для выравнивания памяти с учетом размерности решетки используется функция cuMallocPitch.

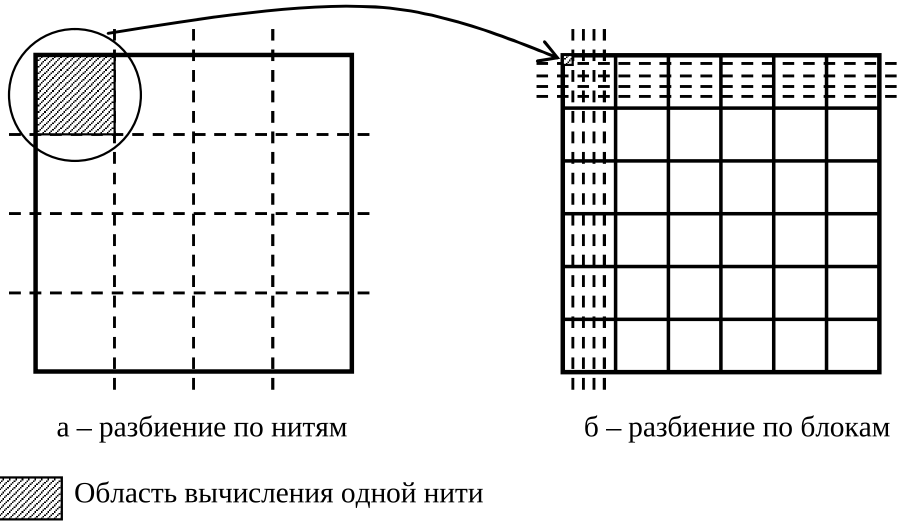


РИС. 6. Сравнение способов разбиения решетки

2.4. Использование раздельных буферов для компонентов

Для ускорения программы на процессорах, как правило, требуется, чтобы связанные данные были расположены по возможности рядом. Отличие графических ускорителей состоит в том, что обращение разных ядер к близким адресам может создать конфликт и замедлить вычисление. С другой стороны, практически все операции в графических ускорителях – векторные и позволяют работать с ячейками, расположенными «далеко» друг от друга, лишь бы на одном и том же расстоянии между собой.

2.5. Использование отдельных ядер для разных вариантов оператора

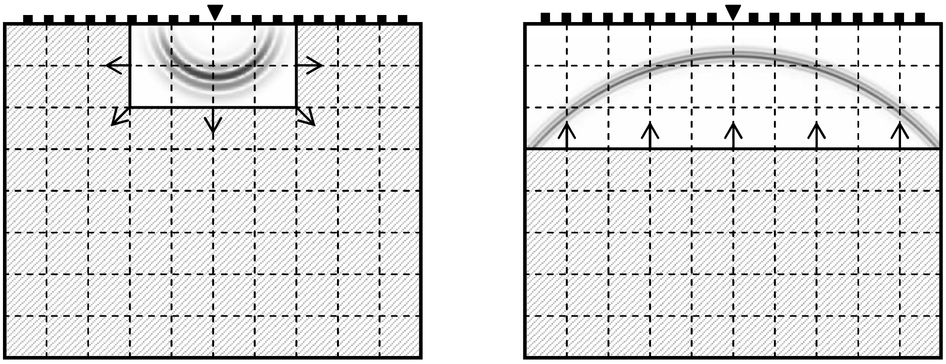
Расчет анизотропного эластического моделирования можно существенно упростить в изотропных и орторомбически-анизотропных зонах модели. Поскольку в SIMD (GPU) условия не эффективны, вместо проверки внутри ядра CUDA целесообразно использовать отдельные ядра для каждого варианта расчета. То же самое касается реализации поглощения на краях модели.

2.6. Копирование данных в локальные переменные

Поскольку при расчете одной выходной ячейки некоторые входные ячейки используются многократно, можно предварительно записывать значения этих входных ячеек в локальной памяти ядра.

2.7. Отсечение лишней области расчета

Поскольку волны распространяются от источника с ограниченной скоростью среды, в начале расчета можно ограничивать зону вычислений, а не обсчитывать всю решетку сразу (рис. 7, а). Аналогично в конце, нет смысла рассчитывать в тех местах, откуда волны не успеют дойти до приемников (рис. 7, б).



а – расширение расчетной области б – сужение расчетной области

РИС. 7. Участки решетки, где необходим расчет

2.8. Сравнение подходов к ускорению на GPU и на CPU

ТАБЛИЦА. Индексы ускорения для разных преобразований программы

Устройство	**NVIDIA GTX 680**	**NVIDIA M2090**		**Intel Core I7 3770K**	
Набор данных	**Средний**	**Средний**	**Большой**	**Средний**	**Большой**
2.2. По блокам	+ 1500 %	+ 1850 %	+ 1710 %	–	–
2.1. Расширение	+ 4 %	+ 8 %	+ 5 %	< 1 %	< 1 %
2.3. Выравнивание	+ 5 %	+ 3 %	< 1 %	–	–
2.4. Раздел решетки	+ 130 %	+ 180 %	+ 202 %	– 10 %	– 10 %
2.5. По операциям	+ 9 %	+ 12 %	+ 29 %	< 1 %	< 1 %
2.6. Копирование	+ 18 %	+ 21%	+ 25 %	< 1 %	< 1 %
2.7. Отсечение	+ 10 %	+ 23 %	+ 10 %	+ 25 %	+ 10 %

Выводы. Рассмотрены алгоритмические и программные подходы, позволяющие существенно ускорить расчет трехмерных синтетических сейсмограмм методом конечно-разностного моделирования упругого волнового поля.

В.Г. Тульчинський, Р.А. Ющенко

ПРИСКОРЕННЯ КІНЦЕВО-РІЗНИЦЕВОГО МОДЕЛЮВАНИЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ НА ПАРАЛЕЛЬНИХ КОМП'ЮТЕРАХ

Розглянуто питання підвищення продуктивності розрахунку синтетичних сейсмограм методом кінцево-різницевого моделювання розповсюдження пружних хвиль у неоднорідному середовищі з використанням комп'ютерних кластерів і GPU.

V. Tulchinsky, R. Iushchenko

ACCELERATION OF FINITE-DIFFERENCE SIMULATION OF ELASTIC WAVE PROPAGATION ON PARALLEL COMPUTERS

The problem of seismic data synthesis performance increasing for the finite-difference simulation of elastic wave propagation in inhomogeneous media on parallel computers and GPU is studied.

1. Červený V. Seismic Ray Theory. London: Cambridge University Press, 2001. 722 p.
2. Gjøystdal H., Iversen E., Laurain L., Lecomte I., Vinje V., Åstebøl, K. Review of ray theory applications in modelling and imaging of seismic data. Studia geophysica et geodaetica. 2002. N 46. P. 113 – 164.
3. Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками / Отв. ред. Г.М. Цибульчик. Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, Филиал “Гео” Издательства СО РАН, 2004. 387 с.
4. Nilsson S., Petersson N. A., Sjögreen B., Kreiss H.-O. Stable difference approximations for the elastic wave equation in second order formulation. *SIAM J. Numer. Anal.* 2007. N 45. P. 1902 – 1936.
5. Lisitsa V., Vishnevskiy D. Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3D anisotropic elasticity. *Geophysical Prospecting*. 2010. N 58. P. 619 – 635.
6. Carcione J.M., Kosloff D., Kosloff R. Wave propagation simulation in a linear viscoelastic medium. *Geophysical Journal*. 1988. N 95. P. 597 – 611.
7. Alterman Z., Karal F.C. Propagation of elastic waves in layered media by finite-difference methods. Bull. Seism. Soc. Am. 1968. N 58. P. 367 – 398.
8. Komatitsch D., Michéa D., Erlebacher G., Göddeke D. Running 3D Finite-difference or Spectral-element Wave Propagation Codes 25x to 50x Faster Using a GPU Cluster. *Extended Abstracts of 72th EAGE Conference & Exhibition*. 2010.
9. Tulchinsky V., Iushchenko R., Roganov Y. Acceleration of 2.5D Elastic Anisotropic Modelling. *74th EAGE Conference & Exhibition, Extended Abstracts*. Copenhagen: EAGE, 2012. #B005.
10. Tulchinsky V., Iushchenko R. Undersampling to accelerate computations. *Proc. Parallel and Distributed Computing Systems (PDCS 2013)*, Kharkiv. 2013. P. 326 – 329.
11. LaMarca A. and Ladner R.E. The Influence of Caches on the Performance of Sorting, Proceedings of the Eighth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. 1997. P. 370 – 379.
12. Yu W., Mittra R., Su T. et al. Parallel Finite-Difference Time-Domain Method. – Artech House, 2006. 262 p.
13. Strey A., Bange M. Performance Analysis of Intel’s MMX and SSE: A Case Study. *7th International Euro-Par Conference Manchester*, UK, August 28–31, 2001 Proceedings. Springer Berlin Heidelberg. P. 142 – 147.

Получено 23.10.2017

Об авторах:

Тульчинский Вадим Григорьевич,
доктор физико-математических наук,
заведующий отделом автоматизации программирования
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,

Ющенко Руслан Андреевич,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник отдела автоматизации программирования
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.