КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 681.3: 06.51

О.В. ВЕРЕВКА, Е.С. КАРПИНКА

АПРИОРНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ В БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ ПРИ ЯРУСНОМ ПОДХОДЕ. ЧАСТЬ 1

Рассмотрено индивидуальное априорное байесовское оценивание при ярусном представлении сетевого графа.

© О.В. Веревка, Е.С. Карпинка, 2017

Введение. Проблемы, для решения которых обычно привлекают байесовские сети (БС), условно можно отнести к одной из двух взаимосвязанных групп: задачи априорного и апостериорного оценивания.

Основные априорные задачи:

– вычисление информационных нагрузок вершин сети, т. е. априорных оценок вероятностей актуальности допустимых состояний;

– аналогичное групповое оценивание, т. е. вычисление оценок вероятностей пребывания фиксированного подмножества вершин (возможно, всех вершин сети) в определенных допустимых состояниях;

– поиск наиболее/наименее вероятной конфигурации состояний фиксированного множества вершин сети, т. е. определение тех допустимых состояний некоторых/всех вершин сети, при которых оценка вероятности конфигурации является экстремальной.

Апостериорное оценивание выполняется в случае идентификации актуальных состояний одной или нескольких вершин сети. Постановка основных апостериорных задач аналогична априорному варианту, их формулировку можно получить из представленных выше, добавив выражение «при наличии указанной ситуации» и уточнения «условная» для вероятностей.

Существующие подходы к организации сетевых вычислений базируются на преобразовании графа сети в узловое дерево [1], и структура «родственных» связей вершин несущественна. Далее предложена организация вычисления априорных оценок в БС на основе ярусной структуризации графа [2, 3], облегчающей параллельную организацию вычислений, что особенно важно для нечеткой информации. Рассмотрено построение маршрутной матрицы для индивидуального априорного оценивания, определяющей последовательность решения задачи.

1. **Основные обозначения и предположения**. Пусть G – ориентированный ацикличный граф с множеством вершин $\{a_n\}_{n=1}^{N_G}$ и матрицей смежности вершин $\{\mu_{nm}\}_{n=1}^{N_G}{}_{m=1}^{N_G}$, где $\mu_{nm}=1$, если в графе G присутствует ориентированное ребро (a_n, a_m), и $\mu_{nm}=0$ в противном случае. Введем обозначение $pr(a_m)$ для множества родительских вершин, $\mu_{nm}=1$ при $a_n \in pr(a_m)$. Назовем корневой цепочкой для некорневой вершины a_n каждый ориентированный маршрут с концом в a_n и началом в корневой вершине, из которой a_n достижима. Для вершины a_n определим ярусный показатель $\lambda(a_n)$ как максимальную длину корневых цепочек для a_n. Вершины с одинаковым ярусным показателем образуют ярус (поколение). Обозначим $\rho_{OFF}(a_n)$ и $\rho_{IN}(a_n)$ выходную и входную локальную степени вершины a_n, т. е. количество ребер, которые соответственно выходят из вершины a_n и входят в a_n: $\rho_{OFF}(a_n)=\sum_{m=1}^{N_G}\mu_{nm}$, $\rho_{IN}(a_n)=\sum_{m=1}^{N_G}\mu_{mn}$. Алгоритм структурированного представления G как ориентированного ярусно-параллельного ациклического графа детально рассмотрен в [2]. Полагаем, что определены такие характеристики:

1) количество ярусов $(L+1)$ и последовательность их мощностей $k_0,\dots,k_l$;

2) упорядоченное по ярусной принадлежности множество псевдо $V(G)=\{v_n\}_{n=1}^{N_G}$ вершин $\{a_n\}_{n=1}^{N_G}$, $N_G=\sum_{l=0}^{L}k_l$. Вершина с псевдо v_n может пребывать в одном из состояний $V_n \in \{V_n^{j_n}\}_{j_n=1}^{J_n}$, $J_n \geq 2$, образующих полную группу. Для каждой v_n определен ярусный показатель $\lambda(v_n)$. Корневые вершины $\{v_n\}_{n=1}^{k_0}$ образуют нулевой ярус $(\lambda(v_n)=0)$ мощностью k_0, желательно упорядочение вершин нулевого яруса по убыванию значений $\rho_{OFF}(v_n)$. Вершины $\{v_n\}_{n=K_{l-1}+1}^{K_l}$, где $K_l=\sum_{t=0}^{l}k_t$, $l=\overline{0,L}$, $K_L=N_G$, образуют l-й ярус $(\lambda(v_n)=l)$ мощностью k_l;

3) матрица смежности $\Omega(G)=\{\omega_{ij}\}_{i=1}^{N_G}{}_{j=1}^{N_G}$ (или $\omega_{i,j}$) вершин $V(G)$ в представлении $\{\text{БЛОК}_{lm}\}_{l=0}^{L}{}_{m=0}^{L}$. БЛОК_{lm} задает прямые родительские связи между вершинами l-го и m-го ярусов и является прямоугольной матрицей

$\{\omega_{ij}\}_{i=K_{l-1}+1}^{K_l}\ {}_{j=K_{m-1}+1}^{K_m}$ размерностью $k_l \times k_m$,: $\omega_{ij} = 1$, если $v_i \in pr(v_j)$ и $\omega_{ij} = 0$ в противном случае;

4) построенная по $\Omega(G)$ полная матрица достижимости $\Theta(G) = \{\theta_{ij}\}_{i=1}^{N_G}\ {}_{j=1}^{N_G}$ (или $\theta_{i,j}$) вершин $V(G)$ в аналогичном представлении: $\theta_{ij} = 1$, если граф G допускает ориентированный маршрут из v_i в v_j и $\theta_{ij} = 0$ в противном случае. На главной диагонали $\{\theta_{ii}\}_{i=1}^{N_G}$ положим $\theta_{ii} = 1$;

5) входная экспертная информация. Для корневых вершин $\{v_n\}_{n=1}^{k_0}$ заданы априорные оценки вероятностей $P(v_n) = \{\, P(V_n^{j_n})\,\}_{j_n=1}^{J_n}$ пребывания вершин v_n в состоянии $V_n^{j_n}$. Для вершин других ярусов задана совокупность прямых связей в сети $P(v_n;\, pr(v_n))$ – оценки условных вероятностей допустимых состояний вершины v_n относительно допустимых состояний ее родительских вершин $pr(v_n)$, используемые также в цепной формуле как $P(v_n;\ pr(v_n) \cup \{v_m,\ 1 \le m < n,\ v_m \notin pr(v_n)\})$ – оценки условных вероятностей состояний вершины v_n относительно фиксированных допустимых состояний ее родительских вершин $pr(v_n)$ при любых состояниях старших относительно v_n вершин $\{v_m,\ 1 \le m \le n-1,\ v_m \notin pr(v_n)\}$.

Назовем множеством достижимости $\psi(n)$ вершины $v_n \in V(G)$, $\lambda(v_n) = l \ge 1$, упорядоченное множество вершин старших ярусов, из которых можно попасть в v_n: $\psi(n) = \{v_i\colon \theta_{in} = 1\}_{i=1}^{K_{l-1}}$; полное множество достижимости $\bar{\psi}(n) = v_n \cup \psi(n) = \{v_i\colon \theta_{in} = 1\}_{i=1}^{N_G}$. Для вершин $\{v_{m_q}\}_{q=1}^{Q}$, $Q \ge 2$ (значения $\{m_q\}_{q=1}^{Q}$ упорядочены по возрастанию) полным множеством достижимости назовем $\bar{\psi}(\{m_q\}_{q=1}^{Q}) = \bigcup_{q=1}^{Q} \bar{\psi}(m_q)$. Пусть $v_n \in V(G)$, $\lambda(v_n) \ge 1$ и $G(n) \subseteq G$ – подграф графа G с вершинами $\bar{\psi}(n)$. Назовем $v_{m_*} \in \psi(n)$ младшим локальным корнем для вершины v_n, если v_{m_*} – разделяющая вершина графа $G(n)$ и на цепочках, соединяющих v_{m_*} с v_n, разделяющих в $G(n)$ вершин не существует (корневая вершина – тривиальный вариант локального корня) [4]. Внутренняя вершина $v_{m_*} \in \bar{\psi}(\{m_q\}_{q=1}^{Q})$, $\{v_{m_q}\}_{q=1}^{Q} \in V(G)$, в графе $G(\{m_q\}_{q=1}^{Q})$ $\rho_{OFF}(v_{m_*}) > 0$ – младший локальный корень для $\bar{\psi}(\{m_q\}_{q=1}^{Q})$, если v_{m_*} – разделяющая вершина графа $G(\{m_q\}_{q=1}^{Q})$, и на всех возможных цепочках, проходящих через v_{m_*}, на младших относительно v_{m_*} ярусах разделяющих в $G(\{m_q\}_{q=1}^{Q})$ вершин не существует. Пусть $\psi(n) = \{v_{m_n(t)}\}_{t=1}^{T_n}$. Назовем реализацией $U_n(j_n;\{j_{m_n(t)}\}_{t=1}^{T_n}) = (V_n^{j_n};\{V_{m_n(t)}^{j_{m_n(t)}}\}_{t=1}^{T_n})$ множества $\psi(n)$ событие, когда вершины $(v_n;\ \psi(n))$ сети пребывают соответственно в состояниях $(V_n^{j_n};\ \{V_{m_n(t)}^{j_{m_n(t)}}\}_{t=1}^{T_n})$. События $\{U_n(j_n;\ \{j_{m_n(t)}\}_{t=1}^{T_n})\}_{j_n=1}^{J_n}$ образуют полную группу, так что для вершины v_n достаточно оценивать $\{P(V_n^{j_n})\}_{j_n=1}^{J_n-1}$ и $P(V_n^{J_n}) := 1 - \sum_{j_n=1}^{J_n-1} P(V_n^{j_n})$; в бинарном случае $P(V_n^2) = P(\overline{V}_n^1) = 1 - P(V_n^1)$. Используем обозначение $\bar{f}_{\bullet m} = \{f_{nm}\}_{n=1}^{N}$ для m-го столбца матрицы $\{f_{nm}\}_{n=1}^{N}{}_{m=1}^{M}$.

2. Маршрутная схема ярусного априорного оценивания. Оценку $P(V_n^{j_n})$ вероятности того, что вершина v_n, $\lambda(v_n) \geq 1$ пребывает в состоянии $V_n^{j_n}$, получаем как сумму оценок вероятностей по всем реализациям множества $\psi(n)$:

$$P(V_n^{j_n}) := \sum_{j_{m_1}=1}^{J_{m_1}} \ldots \sum_{j_{m_{T_n}}=1}^{J_{m_{T_n}}} P(U_n(j_n;\{j_{m_t}\}_{t=1}^{T_n})) = \sum_{\substack{j_1=1\\ \theta_{1,n}=1}}^{J_1} \ldots \sum_{\substack{j_{n-1}=1\\ \theta_{(n-1),n}=1}}^{J_{n-1}} P(V_n^{j_n};$$

$$\bigcap_{\substack{m<n\\ \theta_{m,n}=1}} V_m^{j_m}) = \sum_{\substack{j_1=1\\ \theta_{1,n}=1}}^{J_1} \ldots \sum_{\substack{j_{n-1}=1\\ \theta_{(n-1),n}=1}}^{J_{n-1}} \{P(V_n / \bigcap_{\substack{m<n\\ \omega_{m,n}=1}} V_m^{j_m}) \times$$

$$\times [\prod_{\substack{k=K_0+1\\ \theta_{k,n}=1}}^{n-1} P(V_k^{j_k} / \bigcap_{\substack{m\leq k-1\\ \omega_{m,k}=1}} V_m^{j_m})] \times [\prod_{\substack{k=1\\ \theta_{k,n}=1}}^{K_0} P(V_k^{j_k})]\}. \quad (1)$$

Переходим от оценивания априорной вероятности актуальности состояний вершины v_n по всему множеству достижимости $\psi(n)$ к ее определению по множеству локальных корней графа $G(n)$. Вычисления выполняются поярусно, начиная от старших поколений. Переход на следующий ярус производится лишь после отработки предыдущего. Для корневого яруса $\{v_n\}_{n=1}^{K_0}$ известны $P(v_n) = \{P(V_n^{j_n})\}_{j_n=1}^{J_n}$. Далее оценки вычисляются для вершин в порядке возрастания номера псевдо. Построим верхнетреугольную априорную маршрутную матрицу

$\Xi(G) = \{\xi_{mn}\}_{m=1}^{K_{L-1}}{}_{n=K_0+1}^{N_G}$. Столбец $\overline{\xi}_{\bullet n}$ соответствует графу $G(n)$ и определяет маршрут априорного оценивания $P(v_n)$, $\xi_{mn}\in\{0, 1, 2\}$. При $\xi_{mn} = 0$ информация относительно вершины v_m отсутствует в оценочном соотношении. Если же при $\lambda(v_m) < \lambda(v_n)$ $\xi_{mn} \neq 0$, оценки для v_m учитываются, причем ξ_{mn} задает статус вершины v_m относительно v_n. Вершина v_m – младший локальный корень для вершины v_n, если $\xi_{mn} = 1$; при оценивании (1) v_m рассматривается как корневая, и используется уже вычисленная априорная оценка $P(v_m)$. Если $\xi_{mn} = 2$, то v_m – транзитная относительно v_n вершина, и при учете в (1) вершин $\lambda(v_m)$-го яруса используются априорные оценки $P(v_m; pr(v_m))$.

Рассмотрим построение матрицы $\Xi(G)$. Вначале $\forall\xi_{mn}\in\Xi(G)$ положим $\xi_{mn}:= 0$, статус всех вершин не определен. Для вершин первого яруса (для $n = \overline{K_0+1, K_1}$) и для v_n, $\lambda(v_n) = l$, $2\leq l \leq L$, с единственной родительской вершиной (при $\rho_{IN}(v_n) = 1$) маршрут $\overline{\xi}_{\bullet n} := \overline{\omega}_{\bullet n}$. Теперь сформируем столбец $\overline{\xi}_{\bullet n}$ матрицы $\Xi(G)$ – маршрут оценивания для вершины v_n, $\rho_{IN}(v_n)>1$, $\lambda(v_n) = l$. Полагаем, что $\forall m \leq K_{l-1}$, $2 \leq l \leq L$ оценки $P(v_m) = \{P(V_m^{j_m})\}_{j_m=1}^{J_m}$ уже просчитаны. Обозначим $PR(n)$ множество номеров родительских для v_n вершин $pr(v_n)$, и $PR(Q) = \bigcup_{n\in Q} PR(n)$ – множество номеров родительских вершин для $\{v_n, n \in Q\}$, $Q \subset \{m\}_{m=1}^{N_G}$. Используются два вспомогательных множества номеров псевдо вершин, причастных к выполняемой операции: *NEW* (новые поступления при переходе на следующий старший ярус) и *OLD* (еще не отработанные «родители» вершин текущего и уже рассмотренных ярусов $G(n)$). Λ– текущий номер рассматриваемого яруса графа $G(n)$.

Шаг 0. $OLD:= \varnothing$, $NEW:= PR(n)$, $\Lambda:= l - 1$; $\forall m = \overline{1, N_G}$ $\xi_{mn}:= 0$.

Шаг 1. $OLD:= OLD \cup NEW$. $NEW:= \varnothing$.

Шаг 2. $q_{max}:= \max\{i: i\in OLD\}$. $q_{min}:= \min\{i: i\in OLD\}$. $q := q_{min}$.

Шаг 3. Если $q = q_{max}$ и вершина v_q – единственная на Λ-м ярусе графа $G(n)$ не имеет статуса, то v_q присваивается статус локального корня относительно v_n, $\xi_{qn}:= 1$. При наличии у v_q статуса вершины Λ-го яруса графа $G(n)$ полностью отработаны относительно v_n. $OLD:= OLD\setminus q$, переход на шаг 8).

Шаг 4. Если $q < q_{max}$ и всем вершинам v_i, $i\in OLD$, $i \geq q$ на Λ-м ярусе графа $G(n)$ уже присвоен статус, то $\forall\{i\in OLD, i\geq q\}$ $OLD:= OLD\setminus i$. Вершины Λ-го яруса графа $G(n)$ полностью отработаны относительно v_n; переход на шаг 8).

Шаг 5. Если $q < q_{max}$ и среди вершин v_i, $i \geq q$ на Λ-м ярусе графа $G(n)$ статус определен еще не у всех, учитываем информацию относительно взаимозависимости вершины v_q и всех остальных вершин v_i последовательно по возрастанию номеров псевдо $i\in OLD$, $i > q$:

а) если у вершины v_q еще нет статуса и $\forall\{i \in OLD,\ i > q\}\ fm(i, q) = 0$, то вершине v_q присваивается статус локального корня относительно v_n, $\xi_{qn} := 1$. Переход на шаг 6.

б) Последовательно по возрастанию номеров $\{i \in OLD, i > q\}$:

если {вершина v_i не имеет статуса, находится на Λ-м ярусе (при $K_{\Lambda-1} + 1 \le i \le K_\Lambda$ и $fm(i, q) \neq 0$}, то вершине v_i присваивается статус «транзитная» относительно v_n и $\xi_{in} := 2$; $NEW := NEW \cup PR(i)$;

в) если {вершина v_q не имеет статуса, существует хотя бы одно такое $i \in OLD,\ i > q$, что $fm(i, q) \neq 0$ и вершина v_q находится на Λ-м ярусе (при $K_{\Lambda-1}+1 \le q \le K_\Lambda$) }, то вершине v_q присваивается статус «транзитная» относительно v_n и $\xi_{qn} := 2$; $NEW := NEW \cup PR(q)$.

Шаг 6. Вершина v_q полностью отработана относительно v_n, $OLD := OLD \setminus q$.

Шаг 7. $q_{min} := q$; $q := \min\{i\colon i \in OLD,\ i > q_{min}\}$. Переход на шаг 3.

Шаг 8. При $\Lambda > 1$: если $\{NEW = \varnothing\} \cap \{OLD = \varnothing\}$, маршрут $\bar{\xi}_{\bullet n}$ сформирован, ВЫХОД из алгоритма; в противном случае анализируем смежный старший ярус, $\Lambda := \Lambda - 1$. Переход на шаг 1.

Шаг 9. При $\Lambda = 1$ корневые вершины v_q, $q \in NEW \cup OLD$ – локальные корни относительно v_n, $\xi_{qn} := 1$, маршрут $\bar{\xi}_{\bullet n}$ сформирован. ВЫХОД из алгоритма. ◄

3. Ярусное априорное оценивание согласно маршрутам матрицы $\Xi(G)$. Получим выражение (1) в терминах построенной матрицы $\Xi(G)$ для вершины v_n; оценивание осуществляется по возрастанию номера n, полагаем для $m < n$ оценки $P(v_m) = \{P(V_m^{j_m})\}_{j_m=1}^{J_m}$ уже вычисленными. Для первого яруса ($n = \overline{K_0+1, K_1}$):

$$P(V_n^{j_n}) := \sum_{\substack{j_1=1 \\ \xi_{1,n}=1}}^{J_1} \cdots \sum_{\substack{j_{K_0}=1 \\ \xi_{K_0,n}=1}}^{J_{K_0}} \{P(V_n^{j_n} / \bigcap_{\substack{m=1 \\ \xi_{m,n}=1}}^{K_0} V_m^{j_m}) \times [\prod_{\substack{m=1 \\ \xi_{m,n}=1}}^{K_0} P(V_m^{j_m})]\}.$$

Для вершин v_n с единственной родительской вершиной v_m, $\rho_{IN}(v_n) = 1$, $\xi_{mn} = 1$, имеем $P(V_n^{j_n}) := \sum_{j_m=1}^{J_m} P(V_n^{j_n} / V_m^{j_m}) \times P(V_m^{j_m})$; в частности, в бинарном случае

$$P(V_n^1) := P(V_m^1) \times P(V_n^1 / V_m^1) + [1 - P(V_m^1)] \times P(V_n^1 / \bar{V}_m^1),$$

$$P(V_n^2) = P(\bar{V}_n^1) := 1 - P(V_n^1).$$

Для вершины v_n, $\rho_{IN}(v_n) > 1$, $\lambda(v_n) > 1$ используем вспомогательное множество $Y = \{y_i\}_{i=1}^{I_n}$, $I_n < n$ номеров позиций ненулевых значений в столбце $\bar{\xi}_{\bullet n}$,

$\xi_{y_i n} \neq 0$. Для вычисления каждой из J_n оценок $P(v_n) = \{P(V_n^{j_n})\}_{j_n=1}^{J_n}$, $(J_n - 1)$ из них согласно соотношению (1) и $P(V_n^{J_n}) = 1 - \sum_{j_n=1}^{J_n-1} P(V_n^{j_n})$, необходимо просуммировать $\prod_{i=1}^{I_n} J_{y_i}$ произведений $(I_n + 1)$ сомножителей, которые можно маркировать последовательностью $[(n, j_n); \{(y_i, j_{y_i})\}_{i=1}^{I_n}]$. Обозначим $m_i := I_n + 1 - i$. Тогда указанному элементу последовательности индексов соответствует произведение

$$P[(n, j_n); \{(y_i, j_{y_i})\}_{i=1}^{I_n}] = P(V_n^{j_n} / \bigcap_{i=1}^{I_n} V_{y_i}^{j_{y_i}}) \times \prod_{i=1}^{I_n} P(V_{y_{m_i}}^{j_{y_{m_i}}}; \bigcap_{k=1}^{m_i-1} V_{y_k}^{j_{y_k}}),$$

где

$$P(V_{y_{m_i}}^{j_{y_{m_i}}}; \bigcap_{k=1}^{m_i-1} V_{y_k}^{j_{y_k}}) = P(V_{y_{m_i}}^{j_{y_{m_i}}} / \bigcap_{k=1}^{m_i-1} V_{y_k}^{j_{y_k}}),$$

если $\xi_{y_{m_i} n} = 2$, и $P(V_{y_{m_i}}^{j_{y_{m_i}}}; \bigcap_{k=1}^{m_i-1} V_{y_k}^{j_{y_k}}) = P(V_{y_{m_i}}^{j_{y_{m_i}}})$ при $\xi_{y_{m_i} n} = 1$.

Таким образом, $P(V_n^{j_n}) := \sum_{j_{y_1}=1}^{J_{y_1}} \dots \sum_{j_{y_{I_n}}=1}^{J_{y_{I_n}}} P[(n, j_n); \{(y_i, j_{y_i})\}_{i=1}^{I_n}]$.

4. Простой пример ярусного априорного оценивания. На рисунке показан пример восьмиярусной сети и построенная априорная маршрутная матрица $\Xi(G) = \{\xi_{mn}\}_{m=1}^{6}{}_{n=8}^{36}$, $L = 7$, $K_0 = 7$, $K_1 = 13$, $K_2 = 18$, $K_3 = 22$, $K_4 = 27$, $K_5 = 31$, $K_6 = 34$, $K_7 = 36$.

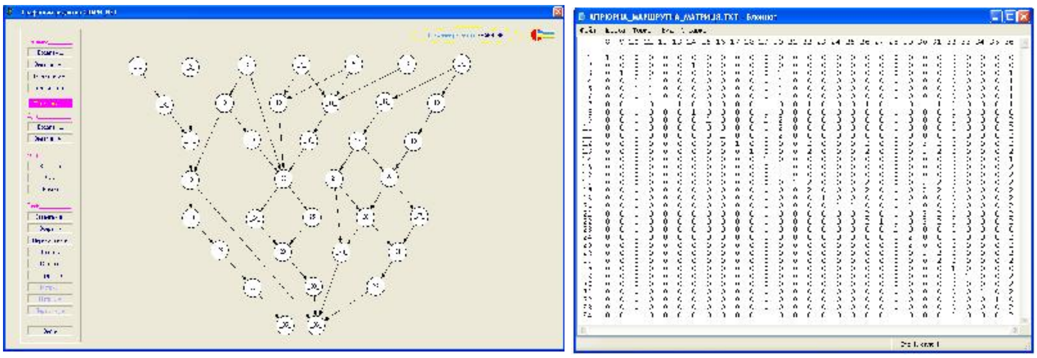

РИС. 1. Ярусно представленная сеть с $V(G) = \{v_n\}_{n=1}^{36}$ и ее априорная маршрутная матрица $\Xi(G)$

Для вершины v_{29} $\lambda(v_{29}) = 5$, $\rho_{IN}(v_{29}) = 2$, в маршруте $\bar{\xi}_{\bullet 29}$ Y={20, 24, 25}, причем вершины v_{24} и v_{25} – транзитные ($\xi_{24,29} = 2$, $\xi_{25,29} = 2$), а v_{20} – локальный корень ($\xi_{20,29} = 1$), так что $P(V_{29}^{j_{29}}) := \sum_{j_{20}=1}^{J_{20}} \sum_{j_{24}=1}^{J_{24}} \sum_{j_{25}=1}^{J_{25}} \{ P(V_{29}^{j_{29}} / V_{25}^{j_{25}},$

$$V_{24}^{j_{24}}, V_{20}^{j_{20}}) \times P(V_{25}^{j_{25}} / V_{20}^{j_{20}}) \times P(V_{24}^{j_{24}} / V_{20}^{j_{20}}) \times P(V_{20}^{j_{20}})\} =$$

$$= \sum_{j_{20}=1}^{J_{20}} \sum_{j_{24}=1}^{J_{24}} \sum_{j_{25}=1}^{J_{25}} \{ P(V_{29}^{j_{29}} / V_{25}^{j_{25}}, V_{24}^{j_{24}}) \times P(V_{25}^{j_{25}} / V_{20}^{j_{20}}) \times P(V_{24}^{j_{24}} / V_{20}^{j_{20}}) \times P(V_{20}^{j_{20}})\}.$$

Выводы. Все разработанные для ярусного подхода алгоритмы основаны на использовании информационных зависимостей в сети, и объем соответствующих вычислений определяется сложностью сетевого графа. Продолжение работы, посвященной групповому априорному оцениванию, методы которого являются основой для процедур оценивания апостериорного, будет в части 2.

О.В. Верьовка, Є.С. Карпінка

АПРІОРНЕ ОЦІНЮВАННЯ В БАЙЄСІВСЬКИХ МЕРЕЖАХ ПРИ ЯРУСНОМУ ПІДХОДІ. ЧАСТИНА 1

Розглянуто індивідуальне апріорне байєсівське оцінювання при ярусному представленні мережевого графу.

O.V. Verovka, E.S. Karpinka

THE BAYESIAN NETWORK A PRIORI ESTIMATING IN THE MULTILEVEL APPROACH. PART 1

The individual a priori Bayesian estimating in the network graph multilevel presentation is considered.

1. *Парасюк И.Н., Костукевич Ф.В.* Методы трансформации байесовской сети для построения узлового дерева и их модификация. *Компьютерная математика*. 2008. № 1. С. 70 – 80.
2 *Веревка О.В., Парасюк И.Н.* Ярусный подход к представлению байесовских сетей. *Компьютерная математика*. 2010. № 1. С. 83 – 93.
3. *Парасюк И.Н., Веревка О.В.* Математические основы вероятностного оценивания в нечетких байесовских сетях доверия. *Кибернетика и системный анализ*. 2016. Т. 52, № 2. С. 37 – 51.
4. *Оре О.* Теория графов. М.: Наука, 1980. 336 с.

Получено 15.05.2017

Об авторах:

Веревка Ольга Викторовна,

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,

Карпинка Евгений Степанович,

научный сотрудник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.