

PACS: 75.70.Cn, 75.70.Ak, 75.70.Kw, 75.60.Ch

И.Е. Драгунов

## РАВНОВЕСНЫЕ ДОМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ И МУЛЬТИСЛОЯХ СО СЛАБЫМ ОТКЛОНЕНИЕМ НАМАГНИЧЕННОСТИ ОТ ЛЕГКИХ ОСЕЙ

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина

Статья поступила в редакцию 2 августа 2017 года

*На базе метода эффективной магнитной проницаемости проведен анализ равновесных параметров полосовой доменной структуры (ДС) в ферромагнитных наноразмерных пленках и мультислоях. Основной особенностью рассматриваемых объектов является слабое отклонение намагниченности от направления легкого намагничивания. Такое отклонение приводит к появлению в тензоре эффективной магнитной проницаемости недиагональных компонент. В предельном случае, когда период ДС больше или порядка толщины пленки, получены аналитические выражения для поля перехода в однородное состояние. На основе разработанной теории рассчитаны равновесные параметры полосовой ДС в наноразмерных пленках  $Co_{0.8}Pt_{0.2}$ .*

**Ключевые слова:** магнитные домены, намагниченность, тензор магнитной проницаемости, мультислой, многослойные магнитные пленки, характеристическая длина

### Введение

Исследование ДС в тонких ферромагнитных пленках имеет давнюю историю, и к настоящему времени достаточно хорошо разработаны теоретические методы их описания [1]. Однако относительно недавно были получены новые магнитные материалы, представляющие собой наноразмерные многослойные пленки и мультислой с перпендикулярной или слабо неортогональной к поверхности анизотропией [2–7]. Многослойные магнитные пленки состоят из разнообразных элементов, например таких, как Co/Ru, Co/Ir, [Co/Pt]Ru, [Co/Pt]NiO, Fe/Gd, в которых через немагнитные прослойки осуществляется антиферромагнитное обменное взаимодействие ферромагнитных слоев [8]. Вследствие сильной конкуренции между антиферромагнитным межслоевым обменным и магнитостатическим взаимодействиями в таких наноразмерных синтетических антиферромагнетиках наблюдаются разнообразные ДС. Это и хорошо известные полосовые ДС (страйпы), лабиринтные структуры, цилиндрические магнитные домены и их решетки и специфические полидоменные состояния, которые получили название «ти-

гровый хвост» (tiger's tail). В работе [9] было установлено, что антиферромагнитное межслоевое обменное взаимодействие инициирует поперечный сдвиг доменных стенок в соседних ферромагнитных слоях, что приводит к образованию смешанных полидоменных состояний. Кроме этого, большой интерес представляют необычные процессы перемагничивания, не свойственные иным слоистым системам с перпендикулярной анизотропией [1]. Другой характерной особенностью таких многослойных пленок является то, что размеры доменов порядка и даже гораздо больше, чем толщина пленки. Для объемных магнетиков подобное поведение не типично.

Отдельный интерес представляют случаи, когда направление спонтанного намагничивания отклоняется от перпендикуляра к поверхности пленки и составляет с ним малый угол. Например, в работе [10] при исследовании пленки  $[\text{Fe}(4.3 \text{ \AA})/\text{Gd}(4.8 \text{ \AA})]_{75}$  было установлено, что в отличие от предположения о нормальной ориентации в действительности намагниченность не строго перпендикулярна к плоскости пленки. Анализ показал, что при перемагничивании магнитный момент внутри полосовых доменов вращается и образует с поверхностью пленки углы от  $13$  до  $24^\circ$ , в то время как намагниченность в цилиндрических магнитных доменах фактически не отклоняется от нормали. Интенсивное экспериментальное и теоретическое изучение таких объектов связано с возможностью их применения в производстве жестких дисков с высокой плотностью записи информации и в различных устройствах спинтроники [11].

Для исследования устойчивости и динамических свойств как изолированных доменов, так и ДС используются энергетические методы [12]. Схематически этот подход можно представить следующим образом. Энергия  $\Omega$  изолированного домена будет функцией напряженности внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$ , формы домена и магнитных свойств материала. Минимизация энергии по параметрам  $q_i$ , характеризующим материал, дает возможные геометрии домена. Как известно, в локальном минимуме выполняется условие  $\partial\Omega/\partial q_i = 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Совместное решение этих  $n$  уравнений дает стационарные точки для энергии домена, из которых нужно выделить точки минимумов. Для этого необходимо выполнение условий  $\partial^2\Omega/\partial q_i^2 > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Данные условия, строго говоря, выполняются для некоторого диапазона параметров  $q_i$ . Далее определяются границы устойчивости полученных структур, в пределах которых данная структура с энергетической точки зрения перестает быть предпочтительной. Критические точки находятся из уравнений  $\partial^2\Omega/\partial q_i^2 \Big|_{q_i=q_c} = 0$ . Важным является то, что ищется локальный минимум. Это значит, например, что при одном и том же значении внешнего магнитного поля возможно существование нескольких типов устойчивых ДС.

В представленной работе проведено теоретическое исследование полосовой ДС в наноразмерных ферромагнитных пленках и мультислоях, в кото-

рых намагниченность отклонена от нормали к поверхности на малый угол. Рассчитаны равновесные параметры полосовой ДС в таких объектах, но без учета обменного взаимодействия между слоями. При вычислении магнитостатической энергии пленки с полосовой ДС используется метод эффективной магнитной проницаемости  $\mu^*$ . Результаты расчетов применены к системе  $\text{Co}_{0,8}\text{Pt}_{0,2}$ .

### 1. Метод эффективной магнитной проницаемости

Впервые расчеты магнитостатической энергии простейших периодических ДС (таких, как полосовая ДС, структура типа шахматной доски и цилиндрическая ДС) были проведены Киттелем [13]. Его расчеты были основаны на концепции периодического распределения магнитных полюсов на поверхности кристалла: если направление спонтанной намагниченности  $\mathbf{M}$  повсюду перпендикулярно кристаллической поверхности, то плотность магнитных полюсов, возникающих на поверхности, составляет  $|\mathbf{M}| = \pm M_0$ . Решение уравнения Лапласа для магнитостатического потенциала с соответствующим граничным условием приводило к простым выражениям магнитостатической энергии различных периодических ДС.

Вычисление энергии распределения магнитных полюсов на плоской поверхности значительно усложняется, если намагниченность отклоняется от оси легкого намагничивания под действием поля, создаваемого самим распределением полюсов. В этом случае магнитостатическая энергия может существенно снизиться за счет того, что в результате изменения ориентации спонтанной намагниченности по мере удаления в глубь от поверхности распределение полюсов из двумерного, поверхностного превращается в трехмерное, рассредоточенное по объему на некоторую глубину. Кроме того, необходимо также учитывать изменение энергии анизотропии, вызванное поворотом спинов от направления легкого намагничивания. Однако можно показать [14], что данная задача эквивалентна такой, когда поверхностные магнитные полюса перенесены на поверхность аналогичного магнетика с эффективным тензором магнитной проницаемости  $\hat{\mu}'$ . Последний приобретает диагональную форму, если направления легкого намагничивания выбрать за оси координат [14]:

$$\hat{\mu}' = \begin{pmatrix} \mu^* & 0 & 0 \\ 0 & \mu^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

Где  $\mu^* = 1 + 4\pi\chi^* = 1 + \frac{2\pi M_0^2}{K_{c,u}} = 1 + \frac{K_d}{K_{c,u}}$ ,  $K_{c,u}$  – константы кубической или одноосной ( $K_u > 0$ ) анизотропии.

Найдем вид тензора эффективной магнитной проницаемости в системе координат, связанной с поверхностью кристалла [15]. Систему координат, связанную с кристаллографическими осями кристалла, обозначим через  $x'y'z'$ , а связанную с поверхностью кристалла – через  $xuz$ .

Рассмотрим периодическую ДС с областями, намагниченными вдоль оси  $z'$  (т.е.  $z'$  – направление легчайшего намагничивания). Это означает, что главные оси тензора эффективной магнитной проницаемости  $\hat{\mu}'$  в (1) совпадают с осями  $x'y'z'$ . Найдем компоненты  $\mu_{ij}$  этого тензора в системе координат  $xuz$ , повернутой на угол  $\theta$  относительно системы  $x'y'z'$  вокруг оси  $ox'$ . При таком повороте декартовы координаты связаны соотношениями  $x_i = F_{ij}x'_j$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), причем матрица преобразования  $\hat{F}$  определяется как

$$F_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Компоненты  $\mu_{ij}$  тензора эффективной проницаемости можно найти с помощью преобразования для компонент тензора второго ранга  $\mu_{ij} = \sum_k F_{ik} \sum_l F_{jl} \mu'_{kl}$ . Производя непосредственные вычисления компонент  $\mu_{ij}$  тензора эффективной магнитной проницаемости  $\hat{\mu}'$ , получаем

$$\hat{\mu}' = \begin{pmatrix} \mu^* & 0 & 0 \\ 0 & 1 + (\mu^* - 1)\cos^2\theta & (\mu^* - 1)\sin\theta\cos\theta \\ 0 & (\mu^* - 1)\sin\theta\cos\theta & 1 + (\mu^* - 1)\sin^2\theta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Как и следовало ожидать, этот тензор уже не является диагональным.

## 2. Энергия полосовой доменной структуры в ферромагнитной пленке

Для описания полосовой ДС используем следующую модельную систему. Ферромагнитная пленка толщиной  $h$  с одноосной анизотропией  $K_u$ , отклоненной от нормали к поверхности на угол  $\theta$ , помещена в магнитное поле  $H$ . В пленке образуется периодическая полосовая ДС с периодом  $D = d_+ + d_-$ , где  $d_+$ ,  $d_-$  – размеры доменов, намагниченных в направлении и против поля соответственно. Энергия  $W$  такой модельной системы, приходящаяся на единицу площади поверхности, представляет собой сумму трех слагаемых  $W = W_\sigma + W_H + W_m$ , где  $W_\sigma$  – энергия доменных границ,  $W_H$  – энергия во внешнем магнитном поле  $H$ ,  $W_m$  – магнитостатическая энергия. Выражения для первых двух слагаемых имеют стандартный вид (см., напр., [12]):

$$W_{\sigma} = \frac{2h\sigma}{D}, \quad (4)$$

$$W_H = -\frac{dh}{D}HM, \quad (5)$$

где  $\sigma$  – плотность энергии доменной границы (эти границы предполагаются блоховскими и ориентированными вдоль направления легкого намагничивания);  $d = d_+ - d_-$ .

Для магнитостатической энергии используем следующее представление:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \rho \psi dV, \quad (6)$$

где  $\rho = -\text{div} \mathbf{M}$  – объемная плотность магнитных зарядов;  $\psi$  – магнитный скалярный потенциал, определяемый как  $\psi(r_i) = \int_V \frac{\rho(r_j)}{4\pi r_{ij}} dV_j$ . Здесь  $r_{ij}$  – расстояние между  $r_i$  и переменной интегрирования  $r_j$ .

Для вычисления магнитостатической энергии  $W_m$  используем метод эффективной магнитной проницаемости. Распределение плотности поверхностных магнитных зарядов задается выражением

$$\tilde{\sigma}(x, z) = \tilde{\sigma}(x) \left[ \delta\left(z - \frac{h}{2}\right) + \delta\left(z + \frac{h}{2}\right) \right], \quad (7)$$

где  $\delta(z)$  – дельта-функция,  $\tilde{\sigma}(x)$  – прямоугольная функция:

$$\tilde{\sigma}(x) = \begin{cases} M_0 \cos \theta, & -\frac{d_+}{2} + nD < x < \frac{d_+}{2} + nD, \\ -M_0 \cos \theta, & \frac{d_+}{2} + nD < x < -\frac{d_+}{2} + (n+1)D. \end{cases} \quad (8)$$

В этом выражении  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Магнитостатические потенциалы внутри  $\psi^i$  и вне  $\psi^e$  пленки, создаваемые плотностью  $\tilde{\sigma}$ , должны удовлетворять следующим уравнениям и граничным условиям на поверхности пленки  $z = \pm \frac{h}{2}$ :

$$\frac{\partial^2 \psi^e}{\partial x_k \partial x_l} = 0, \quad z > \frac{h}{2}, \quad z < -\frac{h}{2}, \quad (9)$$

$$\mu_{kl} \frac{\partial^2 \psi^i}{\partial x_k \partial x_l} = 0, \quad -\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2}, \quad (10)$$

$$\mu_{zl} \frac{\partial \psi^i}{\partial x_l} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2} \mp 0} - \frac{\partial \psi^e}{\partial x_l} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2} \pm 0} = 4\pi\tilde{\sigma}. \quad (11)$$

В этих выражениях  $\mu_{kl}$  – компоненты тензора эффективной магнитной проницаемости  $\hat{\mu}'$  в (4);  $i, k = x, y, z$ .

Будем считать, что вектор намагниченности  $\mathbf{M}$  лежит в плоскости  $yz$ . Кроме того, поскольку плотность магнитных полюсов не зависит от координаты  $y$ , производная  $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$ . Учитывая это и выписывая компоненты  $\mu_{kl}$  тензора  $\hat{\mu}'$  в явном виде, вместо (9)–(11) получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial^2 \psi^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^e}{\partial z^2} = 0, \quad z > \frac{h}{2}, \quad z < -\frac{h}{2}, \quad (12)$$

$$\mu_{\parallel}^* \frac{\partial^2 \psi^e}{\partial x^2} + \mu_{\perp}^* \frac{\partial^2 \psi^e}{\partial z^2} = 0, \quad -\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2}, \quad (13)$$

$$\mu_{\perp}^* \frac{\partial \psi^i}{\partial z} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2} \mp 0} - \frac{\partial \psi^e}{\partial z} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2} \pm 0} = 4\pi\tilde{\sigma}, \quad (14)$$

$$\psi^i \left( \pm \frac{h}{2} \right) = \psi^e \left( \pm \frac{h}{2} \right), \quad \psi^e (z = \pm \infty) = 0. \quad (15)$$

В этих уравнениях введены продольная  $\mu_{xx} = \mu_{\parallel}^* = \mu^*$  и поперечная  $\mu_{zz} = \mu_{\perp}^* = 1 + (\mu^* - 1) \sin^2 \theta$  относительно поверхности пленки компоненты тензора  $\hat{\mu}'$ . Магнитостатическая задача (12)–(15) решается методом разделения переменных в предположении, что средняя плоскость  $z = 0$ , находящаяся между двумя поверхностями пленки, имеет нулевой потенциал. Довольно громоздкие вычисления приводят к следующему результату для плотности магнитостатической энергии:

$$w_m = \frac{W_m}{D} = K_d \cos^2 \theta \left\{ \frac{m^2 h}{\mu_{\perp}^*} + \frac{8D}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi n (1+m)}{2} \right)}{n^3} \frac{\operatorname{sh} \left( \frac{\pi n h}{D} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}} \right)}{\operatorname{sh} \left( \frac{\pi n h}{D} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}} \right) + \sqrt{\mu_{\perp}^* \mu_{\parallel}^*} \operatorname{ch} \left( \frac{\pi n h}{D} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}} \right)} \right\}, \quad (16)$$

где введено обозначение  $m = d/D$ .

Мы отмечаем, что в наноразмерных магнитных пленках и мультислоях образуются домены с размерами больше или порядка толщины слоя ( $h/D \leq 1$ ). В этом случае сумма в (16) обладает плохой сходимостью, что затрудняет даже численные расчеты [16]. Данную трудность можно преодолеть, воспользовавшись методом перехода от бесконечной суммы к конечным интегралам, предложенным в [17].

Преобразуем дробь, входящую в (16):

$$\frac{\text{sh}y}{\text{sh}y + \alpha \text{ch}y} = \frac{1}{1 + \alpha} (1 - e^{-2y}) \frac{1}{1 + \kappa e^{-2y}},$$

где

$$\alpha = \sqrt{\mu_{\perp}^* \mu_{\parallel}^*}, \quad \kappa = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}, \quad y = \frac{\pi h}{D} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}}.$$

Используя формальное разложение функции в ряд  $\frac{1}{1 + f(y)} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k f^k(y)$ ,

получаем

$$\frac{1}{1 + \alpha} (1 - e^{-2y}) \frac{1}{1 + \kappa e^{-2y}} = \frac{1}{1 + \alpha} (1 - e^{-2y}) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \kappa^k e^{-2yk}.$$

После этого выражение для плотности магнитостатической энергии (16) принимает вид

$$w_m = K_d \cos^2 \theta \left\{ \frac{m^2 h}{\mu_{\perp}^*} + \frac{16}{\pi^2 x} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}} \left( 1 + \sqrt{\frac{\mu_{\perp}^* \mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}} \right)^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi n (1 + m)}{2} \right)}{n^3} (1 - e^{-nx}) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \kappa^k e^{-nkx} \right\}, \quad (17)$$

где  $x = \frac{2\pi h}{D} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}}$ .

Выражение, подобное (17), для магнитостатической энергии полосовой ДС было получено в работе [18].

Переход в формуле (17) от суммирования по  $n$  к конечным интегралам осуществляется с помощью тождества для  $\Gamma$ -функции [19]:

$$\frac{1}{n^s} = \frac{1}{(s-1)!} \int_0^{\infty} t^{s-1} e^{-nt} dt. \quad \text{Для дальнейшего удобно ввести параметры}$$

$$p = \frac{2\pi h}{D} \sqrt{\frac{\mu_{\parallel}^*}{\mu_{\perp}^*}}, \quad q = \frac{d}{D}, \quad \text{и тогда для плотности магнитостатической энергии}$$

получим

$$w_m = K_d h \cos^2 \theta \left\{ \frac{1}{\mu_{\perp}^*} - \frac{8p}{\pi^2} \frac{\mu_{\parallel}^*}{\left(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}\right)^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 (1-t) \ln \left| 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi q}{2}}{\operatorname{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2}} \right| dt \right\}. \quad (18)$$

Хотя в данное выражение входит бесконечная сумма, тем не менее ее сходимость гораздо лучше, чем сходимость суммы из (17). Это связано с тем, что в последнее выражение для энергии  $w_m$  входит сумма конечных интегралов, в которой практически всегда можно ограничиться первыми несколькими слагаемыми.

Полную редуцированную плотность магнитной энергии ферромагнитной пленки с доменами получаем, суммируя (4), (5) и (18):

$$\tilde{w} = \frac{w}{2\pi M_s^2 h} = \frac{2p\lambda}{\pi^2} \sqrt{\frac{\mu_{\perp}^*}{\mu_{\parallel}^*}} - \frac{Hq}{2\pi M_0} + \cos^2 \theta \left[ \frac{1}{\mu_{\perp}^*} - \frac{8p}{\pi^2} \frac{\mu_{\parallel}^*}{\left(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}\right)^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 (1-t) \ln \left| 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi q}{2}}{\operatorname{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2}} \right| dt \right]. \quad (19)$$

Здесь мы ввели безразмерный параметр  $\lambda = \frac{\sigma\pi}{4\pi M_0^2 h} = \frac{\pi l_c}{h}$  и характеристическую длину  $l_c = \frac{\sigma}{4\pi M_0^2}$ .

### 3. Система уравнений для определения равновесных параметров доменной структуры

Равновесные значения параметров  $p$  и  $q$  определяются из уравнений  $\frac{\partial \tilde{w}}{\partial p} = 0$ ,  $\frac{\partial \tilde{w}}{\partial q} = 0$ . Проведя дифференцирование в (19), получим систему уравнений для определения равновесных параметров исследуемой здесь полосовой ДС:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 t \ln \left| 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi q}{2}}{\operatorname{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2}} \right| dt &= \frac{\left(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}\right)^2 \sqrt{\mu_{\perp}^*}}{4(\mu_{\parallel}^*)^{3/2} \cos^2 \theta} \lambda, \\ p \sin \pi q \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 \frac{(1-t)}{\operatorname{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2} + \cos^2 \frac{\pi q}{2}} dt &= \frac{\left(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}\right)^2}{\mu_{\parallel}^* \cos^2 \theta} \frac{H}{8M_0}. \end{aligned} \right. \quad (20)$$



Если легкая ось перпендикулярна поверхности пленки ( $\theta = 0$ ), это фактически соответствует бесконечной энергии анизотропии ( $K_u \rightarrow \infty$ ). В данном случае, как нетрудно убедиться,  $\mu_{\parallel}^* = \mu_{\perp}^* = 1$ ,  $l = 0$ , и система уравнений (20) принимает вид

$$\begin{cases} \int_0^1 t \ln \left| 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi q}{2}}{\operatorname{sh}^2 \frac{pt}{2}} \right| dt = \lambda, \\ p \sin \pi q \int_0^1 \frac{(1-t)}{\operatorname{sh}^2 \frac{pt}{2} + \cos^2 \frac{\pi q}{2}} dt = \frac{H}{2M_0}. \end{cases}$$

Эта система уравнений совпадает, как и должно быть, с выражением, полученным в [17].

Уравнения (20) имеют решения только в области изменения магнитных полей  $H \leq H^*$ . Поле  $H^*$  называется критическим или полем перехода в однородное состояние.

Рассмотрим область, где  $D \geq h$ . В этом случае в выражении для плотности энергии (19) под знаком интеграла гиперболический синус можно заменить его аргументом  $\operatorname{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2} \approx \frac{(l+1)^2 p^2 t^2}{4}$ , после чего интегралы вычисляются в элементарных функциях:

$$\tilde{w} = \cos^2 \theta \left[ \frac{1}{\mu_{\perp}^*} - \frac{16\mu_{\parallel}^*}{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2} \frac{\cos \frac{\pi q}{2}}{\pi^2 y} \tilde{A}(y) \right] - \frac{Hq}{2\pi M_0},$$

где мы ввели функции

$$\begin{aligned} \tilde{A}(y) &= \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 B(\tilde{y}_l) - \lambda \frac{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2 \sqrt{\mu_{\perp}^*}}{4\mu_{\parallel}^{*3/2} \cos^2 \theta}, \\ B(\tilde{y}_l) &= -\frac{\tilde{y}_l^2 - 1}{2} \ln(1 + \tilde{y}_l^2) + 2\tilde{y}_l \operatorname{arctg} \frac{1}{\tilde{y}_l} + \tilde{y}_l^2 \ln \tilde{y}_l, \\ \tilde{y} &= \frac{y}{l+1}, \quad y = \frac{2}{p} \cos \frac{\pi q}{2}. \end{aligned}$$

Равновесные значения параметров  $y$  и  $q$  определяются из системы уравнений

$$\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \left( (1 + \tilde{y}_l^2) \ln(1 + \tilde{y}_l^2) - \tilde{y}_l^2 \ln \tilde{y}_l^2 \right) = \frac{\sqrt{\mu_{\perp}^*} (1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2}{2\mu_{\parallel}^{*3/2} \cos^2 \theta} \lambda, \quad (21)$$

$$\sin \frac{\pi q}{2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1) \left( 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\tilde{y}_l} - \tilde{y}_l \ln \left( 1 + \frac{1}{\tilde{y}_l^2} \right) \right) = \frac{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2}{\mu_{\parallel}^* \cos^2 \theta} \frac{H}{16M_0}. \quad (22)$$

Из (21) следует, что  $u$  задается параметром  $\lambda$  и не зависит от магнитного поля  $H$ .

Уравнение для поля перехода  $H^*$  в однородное состояние можно получить из (22), положив  $q = 1$ :

$$H^* = \frac{16M_0 \mu_{\parallel}^* \cos^2 \theta}{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1) \left( 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\tilde{y}_l} - \tilde{y}_l \ln \left( 1 + \frac{1}{\tilde{y}_l^2} \right) \right), \quad (23)$$

а значение параметра  $\tilde{y}$  определяется из (21). Зависимость критического поля  $H^*$  от параметра  $l_c/h$  представлена на рис. 1. Она задает на фазовой диаграмме две области: существования доменной структуры и однородного намагничивания ферромагнитной пленки. Расчеты показывают, что для всех значений параметра  $l_c/h$  поле перехода  $H^* < 4\pi M_0$ , т.е. переход в однородное состояние осуществляется в полях, меньших  $4\pi M_0$ .

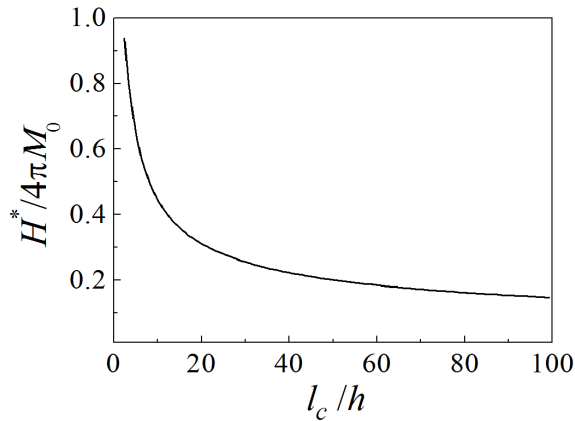


Рис. 1. Поле перехода  $H^*$  в однородное состояние для монослоя

Рассмотрим теперь область, где параметр  $\lambda \gg 1$ . Здесь выражение для поля перехода в однородное состояние значительно упрощается. В этом случае имеют место следующие оценки:

$$2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\tilde{y}_l} \sim \frac{2}{\tilde{y}_l}, \quad \tilde{y}_l \ln \left( 1 + \frac{1}{\tilde{y}_l^2} \right) \sim \frac{\tilde{y}_l}{\tilde{y}_l^2} = \frac{1}{\tilde{y}_l}.$$

С учетом приведенных приближений сумма в (23) вычисляется точно, и поле перехода равно

$$H^* = 4M_0 \frac{\cos^2 \theta}{\mu_{\perp}^* \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}} \frac{1}{y}. \quad (24)$$

Асимптотическое выражение для функции  $u$  найдем из уравнения (21):

$$2\lambda^* = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \left( (1 + \tilde{y}_l^2) \ln(1 + \tilde{y}_l^2) - \tilde{y}_l^2 \ln \tilde{y}_l^2 \right),$$

где для удобства мы ввели новый параметр  $\lambda^* = \frac{\sqrt{\mu_{\perp}^*} \left( 1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*} \right)^2}{4\mu_{\parallel}^{*3/2} \cos^2 \theta} \lambda$ .

Используя приведенные выше оценки, получаем

$$\ln y = \frac{(\mu_{\perp}^*)^2 \lambda}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{2} - \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}.$$

Потенцируя это равенство, для функции  $y$  имеем асимптотическое выражение

$$y = \exp \left( \frac{\mu_{\perp}^{*2} \lambda}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{2} - \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*} \right). \quad (25)$$

Подставляя (25) в (24), окончательно получаем для поля перехода в однородное состояние следующее соотношение:

$$H^* = 4M_0 \frac{\cos^2 \theta}{\mu_{\perp}^* \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*}} \exp \left( -\frac{\mu_{\perp}^{*2} \lambda}{\cos^2 \theta} - \frac{1}{2} + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*} \right). \quad (26)$$

Мы видим, что в рассматриваемом предельном случае поле фазового перехода экспоненциально зависит от параметра  $l_c / h$ .

#### 4. Равновесные параметры полосовой доменной структуры в мультислоях

Применим разработанную выше теорию к многослойным магнитным наносистемам. Рассмотрим модельную систему, представляющую собой  $N$  идентичных бесконечных в направлениях  $x$  и  $y$  ферромагнитных слоев с толщинами  $h$ , разделенных слоями немагнитного материала с толщинами  $s$ . В каждом из ферромагнитных слоев легкая ось отклонена от нормали к поверхности слоя на одинаковый малый угол  $\theta$  в плоскости  $yz$ . Пусть в такой сверхрешетке образуется полосовая ДС с периодом  $D$ . (В дальнейшем обозначения для параметров задачи те же, что и для одного слоя.) В полную энергию системы будет входить сумма собственных энергий каждого из слоев и, кроме того, сумма энергий взаимодействия магнитных слоев друг с другом  $W_{\text{int}}$ . Последнее связано с тем, что на поверхностях магнитных слоев образуются магнитные заряды, взаимодействие между которыми и приводит к дополнительному вкладу в полную энергию системы. (Здесь мы пренебрегаем межслоевым обменным взаимодействием.)

С учетом вышесказанного полную плотность энергии мультислоя можно представить в следующем виде:

$$W = N(W_{\sigma} + W_H + W_m) + \sum_{k=1}^{N-1} W_{\text{int}}. \quad (27)$$

Выделяя в магнитостатической энергии уединенного слоя (18) вклад, связанный с взаимодействием его поверхностей  $W_{\text{int}}$ , получаем плотность энергии мультислоя на один слой  $w = W / (2\pi M_0^2 h N)$ :

$$w = \frac{2p\lambda}{\pi^2} \sqrt{\frac{\mu_{\perp}^*}{\mu_{\parallel}^*}} - \frac{Hq}{2\pi M_0} + \cos^2 \theta \left[ \frac{1}{\mu_{\perp}^*} - \Omega(p, q, 1) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \Xi_i(\Omega(p, q, \omega), v) \right], \quad (28)$$

где

$$\Xi_i(p, q, \omega, v) = 2\Omega(p, q, vi+1) - \Omega(p, q, vi) - \Omega(p, q, vi+2),$$

$$\Omega(p, q, \omega) = \frac{8p\omega^2}{\pi^2} \frac{\mu_{\parallel}^*}{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 (1-t) \ln \left| 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi q}{2}}{\text{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2}} \right| dt,$$

$$v = s/h.$$

В случае монослоя ( $N = 1$ ) выражение (28) совпадает с (19). Посредством предельного перехода  $\mu_{\parallel}^* = \mu_{\perp}^* = 1$ ,  $\theta = 0$  из соотношения (19) получаем выражение для плотности энергии мультислоя с перпендикулярной анизотропией, найденное в [16].

Минимизация энергии (28) по параметрам  $p$  и  $q$  приводит к системе уравнений для определения равновесных параметров полосовых доменов в мультислое. После преобразования эту систему можно представить в виде

$$\begin{cases} \Theta(p, q, 1) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \Xi_i(\Theta(p, q, \omega), v) = \frac{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2 \sqrt{\mu_{\perp}^*}}{4(\mu_{\parallel}^*)^{3/2} \cos^2 \theta} \lambda, \\ \Psi(p, q, 1) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (N-i) \Xi_i(\Psi(p, q, \omega), v) = \frac{(1 + \sqrt{\mu_{\parallel}^* \mu_{\perp}^*})^2}{\mu_{\parallel}^* \cos^2 \theta} \frac{H}{8M_0}, \end{cases} \quad (29)$$

где

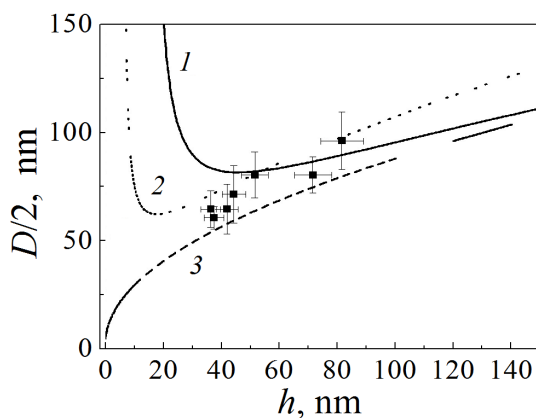
$$\Theta(p, q, \omega) = \omega^2 \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 t \ln \left| 1 + \frac{\cos^2 \frac{\pi q}{2}}{\text{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2}} \right| dt,$$

$$\Psi(p, q, \omega) = \omega^2 p \sin \pi q \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \kappa^l (l+1)^2 \int_0^1 \frac{(1-t)}{\text{sh}^2 \frac{(l+1)pt}{2} + \cos^2 \frac{\pi q}{2}} dt.$$

Анализ системы уравнений (29) в нулевом магнитном поле показывает, что решения для полосовых доменов существуют при любых толщинах  $h$  магнитных слоев. При увеличении  $h$  период доменов  $D(h)$  растет. Такое же поведение периода наблюдается и при  $h \rightarrow 0$ , хотя в этом случае период неограниченно возрастает очень резко. В зависимости от величины параметра  $\nu$  изменяется вклад магнитостатической энергии в полную энергию системы. Для предельных случаев малых  $\nu \ll 1$  и больших  $\nu \gg 1$  толщин немагнитного слоя зависимость  $D(h)$  отражает известное поведение для изолированных слоев [1]. В пределе малых  $\nu$  период полосовых доменов  $D(h)$  приближается к периоду в уединенном слое с эффективной общей толщиной магнитного слоя  $\tilde{h} \approx Nh$ . Для очень больших расстояний между магнитными слоями ( $\nu \gg 1$ ) период полосовых доменов определяется свойствами уединенных магнитных слоев с толщиной  $h$  [17]. Однако для конечных значений  $\nu$  вследствие сильного магнитостатического взаимодействия между соседними слоями зависимости  $D(h)$  заметно отклоняются от таковых в изолированных слоях. В мультислоях кривые зависимости периода полосовых доменов  $D(h)$  имеют существенно немонотонный характер с дополнительными точками экстремумов и перегибов.

### 5. Равновесные параметры доменной структуры в пленке $\text{Co}_{0.8}\text{Pt}_{0.2}$

Используем разработанную выше теорию для расчета равновесной ДС, которая наблюдается в наноразмерных пленках  $\text{Co}_{0.8}\text{Pt}_{0.2}$ , находящихся в нулевом магнитном поле. Важной особенностью этих пленок является то, что они служат основой для более сложных многослойных систем с ферро- и антиферромагнитным межслоевым обменом.



**Рис. 2.** Зависимость равновесных размеров полосовых доменов от толщины пленки в системе  $\text{Co}_{0.8}\text{Pt}_{0.2}$ : 1 – для  $\mu^* = 1$ , 2 –  $\mu^* = 3.83$ , 3 – расчеты по модели Киттеля [13], ■ – экспериментальные данные [20]

На рис. 2 представлены результаты расчетов равновесных размеров полосовых доменов в нескольких моделях. Этот рисунок демонстрирует удовлетворительное согласие с экспериментом. Для улучшения данного согласия необходимы более точные значения константы анизотропии, намагниченности насыщения и угла отклонения легкой оси от нормали к поверхности.

### Заключение

В представленной работе на основе метода эффективной магнитной проницаемости проведен анализ равновесных параметров полосовой ДС в ферромагнитных тонких пленках и мультислоях. Главной особенностью рассматриваемых объектов является слабое отклонение намагниченности от направлений легчайшего намагничивания. Такое отклонение приводит к появлению в тензоре эффективной магнитной проницаемости  $\tilde{\mu}'$  недиагональных компонент.

Получена система уравнений для определения равновесных параметров полосовой ДС в рассматриваемых объектах. В предельном случае, когда период ДС больше или порядка толщины пленки, найдены аналитические выражения для поля перехода в однородное состояние  $H^*$ . Построена фазовая диаграмма для  $H^*$  в зависимости от толщины пленки. На основе разработанной теории рассчитаны равновесные параметры полосовой ДС в наноразмерных пленках  $\text{Co}_{0.8}\text{Pt}_{0.2}$ . Результаты расчетов демонстрируют удовлетворительное согласие с экспериментом.

1. *A. Hubert, R. Schäfer*, Magnetic Domains. The analysis of magnetic microstructures, Springer Verlag, Berlin (2000).
2. *O. Hellwig, T.L. Kirk, J.B. Kortright, A. Berger, E.E. Fullerton*, Nat. Mater. **2**, 112 (2003).
3. *O. Hellwig, A. Berger, E.E. Fullerton*, Phys. Rev. Lett. **91**, 1972031 (2003).
4. *O. Hellwig, A. Berger, E.E. Fullerton*, JMMM **290–291**, 1 (2005).
5. *J.E. Davies, O. Hellwig, E.E. Fullerton, G. Denbeaux, J.B. Kortright, K. Liu*, Phys. Rev. **B70**, 2244341 (2004).
6. *S. Honda, Y. Ikegawa, T. Kusuda*, JMMM **111**, 273 (1992).
7. *Y.L. Iunin, Y.P. Kabanov, V.I. Nikitenko, X.M. Cheng, C.L. Chien, A.J. Shapiro, R.D. Shull*, Phys. Rev. Lett. **98**, 1172041 (2007).
8. *O. Hellwig, A. Berger, J.B. Kortright, E.E. Fullerton*, JMMM **319**, 132007 (2007).
9. *N.S. Kiselev, I.E. Dragunov, U.K. Röfler, A.N. Bogdanov*, Appl. Phys. Lett. **91**, 132507 (2007).
10. *Th. Eimüller, R. Kalchgruber, G. Schütz*, J. Appl. Phys. **87**, 6478 (2000).
11. *E.E. Fullerton, D.T. Margulies, N. Supper, Hoa Do, M. Schabes, A. Berder, A. Moser*, IEEE Trans. Magn. **39**, 639 (2003).
12. Э. Бобек, Э. Дела Торе, Цилиндрические магнитные домены, Энергия, Москва (1977).
13. *C. Kittel*, Phys. Rev. **70**, 965 (1946).
14. *X. Вильямс, Р. Бозорт, В. Шокли*, Физика ферромагнитных областей. Сборник статей, С.В. Вонсовский (ред.), Изд-во иностр. лит., Москва (1951).
15. *M. Fox, R.S. Tebble*, Proc. Phys. Soc. **72**, 765 (1958).
16. *Н.С. Киселев, И.Е. Драгунов, У.К. Рёсслер, А.Н. Богданов*, Письма в ЖТФ **33**, 87 (2007).
17. *А.Н. Богданов, Д.А. Яблонский*, ФТТ **22**, 680 (1980).

18. C. Kooy, U. Enz, Philips Res. Rep. **15**, 7 (1960).
19. А.Ф. Нукифоров, В.Б. Уваров, Специальные функции математической физики, Наука, Москва (1978).
20. J. Brandenburg, V. Neu, L. Schultz, DPG – spring meeting of the Division Condensed Matter, EPS – 21st General Conference of the Condensed Matter Division, March 26–31 2006, MA **150**, Dresden, Germany.

*I.E. Dragunov*

## EQUILIBRIUM DOMAIN STRUCTURES IN FERROMAGNETIC FILMS AND MULTILAYERS WITH A WEAK DEVIATION OF THE MAGNETIZATION FROM EASY AXES

Based on the effective magnetic permeability method, an analysis of the equilibrium parameters of the band-wise domain structure (DS) in ferromagnetic nanosized films and multilayers is made. The main feature of the objects under consideration is a weak deviation of the magnetization from the direction of easy magnetization. Such a deviation results in the appearance of non-diagonal components in the tensor of effective magnetic permeability. In the limiting case, when the period of the DS is greater or of the order of the film thickness, analytical expressions are obtained for the field of transition to a homogeneous state. Based on the developed theory, the equilibrium parameters of the strip DS in the nano-sized  $\text{Co}_{0.8}\text{Pt}_{0.2}$  films are calculated.

**Keywords:** magnetic domains, magnetization, permeability tensor, multilayers, multilayer magnetic films, characteristic length

**Fig. 1.** Field of the transition to the uniform state  $H^*$  in a monolayer

**Fig. 2.** Film thickness dependence of the equilibrium size of strip domains in the  $\text{Co}_{0.8}\text{Pt}_{0.2}$  system: 1 – for  $\mu^* = 1$ , 2 –  $\mu^* = 3.83$ , 3 – calculations by Kittel's model [13], ■ – experimental data [20]