



ВІТАЛІЙ ПАВЛОВИЧ МОТОРНИЙ
(до 75-річчя від дня народження)

Двадцять восьмого липня 2015 р. виповнилось 75 років члену-кореспонденту НАН України Віталію Павловичу Моторному.

В. П. Моторний народився 28 липня 1940 р. у м. Мелітополі в сім'ї військовослужбовця. Його батько, Павло Петрович, загинув у 1941 р. під час оборони Севастополя.

В 1957 р. Віталій Павлович розпочав трудову діяльність слюсарем на Дніпропетровському паровозобудівному заводі. У 1958 р. вступив до Дніпропетровського державного університету на фізичне відділення фізико-математичного факультету. По закінченню університету в 1963 р. отримав диплом з відзнакою за спеціальністю „Математика”. У 1966 р. В. П. Моторний закінчив аспірантуру з цієї спеціальності і в 1967 р. захистив кандидатську дисертацію на тему

„Наближення функцій алгебраїчними многочленами в просторі L_p ” в Дніпропетровському державному університеті, а у 1975 р. — докторську дисертацію на тему „Екстремальні задачі теорії квадратур та наближення функцій” у Математичному інституті ім. В. А. Стеклова АН СРСР. У 1977 р. йому присвоєно вчене звання професора.

Ще під час навчання в аспірантурі В. П. Моторний розпочав педагогічну діяльність у Дніпропетровському університеті, де до 1974 р. працював асистентом, старшим викладачем, доцентом кафедри теорії функцій, якою у той час завідував М. П. Корнейчук. У 1974 р. Віталій Павлович очолив кафедру теорії функцій Дніпропетровського державного університету і обіймав цю посаду аж до реорганізації кафедри у 2010 р. Нині працює професором кафедри математичного аналізу і теорії функцій. З 1977 по 1980 р. був деканом механіко-математичного факультету, а з 2007 по 2014 р. за сумісництвом очолював лабораторію „Оптимізація наближення поліномами і сплайнами” в Інституті прикладної математики і механіки НАН України.

У своїх спогадах про Дніпропетровськ академік С. М. Нікольський називає В. П. Моторного „крупним представителем теорії наближення”. В. П. Моторний отримав в цій галузі низку фундаментальних результатів, які принесли йому світове визнання і понині продовжують суттєво впливати на розвиток подальших досліджень багатьох математиків. Його наукові досягнення відображено більш ніж у 140 наукових публікаціях, в тому числі у 2 монографіях. Серед його учнів 13 кандидатів наук, двоє захистили докторські дисертації.

У 1991 р. Віталію Павловичу було присвоєно звання заслуженого діяча науки і техніки УРСР, а в 1994 р. його наукову діяльність відзначено Державною премією України в області науки і техніки. У 2000 р. його обрано членом-кореспондентом НАН України, а в 2010 р. він став лауреатом премії ім. М. О. Лаврентьєва НАН України.

В. П. Моторний багаторазово брав участь у міжнародних математичних конгресах і конференціях, читав лекції у Міжнародному математичному центрі ім. С. Банаха у Варшаві, на спеціалізованому семестрі з теорії наближення в м. Хайфа, у різних математичних школах. Протягом багатьох років був головою спеціалізованої ради із захисту кандидатських дисертацій при Дніпропетровському університеті, членом спеціалізованої ради із захисту докторських дисертацій при Інституті прикладної математики і механіки НАН України. Понад 25 років був незмінним відповідальним редактором збірників наукових праць з математики Дніпропетровського університету, а нині — відповідальний редактор „Вісника ДНУ” з математики. Разом з професором В. Ф. Бабенком керує авторитетним серед фахівців міжвузівським науково-дослідним семінаром з теорії функцій.

За великий внесок у розвиток механіко-математичного факультету та розвиток математичної освіти в університеті В. П. Моторний удостоєний звання заслуженого професора Дніпропетровського університету, визнаний кращим лектором Дніпропетровського університету, нагороджений знаком Міністерства освіти СРСР „За відмінні успіхи в роботі”, був головою секції Всесоюзного конкурсу на кращу студентську наукову роботу, головою журі республіканського туру олімпіади „Студент і науково-технічний прогрес”. За велику і постійну роботу зі школярами та вчителями області неодноразово нагороджувався знаком „Відмінник народної освіти”, грамотами Міністерства освіти. Протягом багатьох років є незмінним головою журі

обласних олімпіад юних математиків та веде викладацьку діяльність у Дніпропетровському обласному інституті післядипломної педагогічної освіти.

У своїй науковій творчості В. П. Моторний завжди був націлений на вирішення важливих проблем, що мають принципове значення. Після успішного захисту кандидатської дисертації в 1967 р. його наукові інтереси сконцентрувалися на кількох напрямках: 1) наближення класів функцій алгебраїчними многочленами з урахуванням положення точки на відрізку, 2) збіжність рядів Фур'є за многочленами Якобі у просторах L_p , 3) оптимальні квадратурні формули на класах функцій, 4) екстремальні властивості сплайн-функцій і поперечники класів функцій, 5) наближення періодичних функцій тригонометричними поліномами в середньому. Вже до 1973 р. він отримав у кожному з цих напрямків принципові результати, що дали розв'язок складних задач теорії наближення і склали основу його докторської дисертації. Наведемо коротку характеристику його основних результатів цього періоду.

Однією з найважливіших задач теорії наближення є конструктивна характеристика класів функцій. Для неперіодичних функцій ця задача довго не піддавалась розв'язанню. Її розв'язання стало можливим тільки завдяки роботі С. М. Нікольського 1946 р., в якій він довів можливість наближення функцій $f \in W_\infty^1[-1, 1]$ алгебраїчними многочленами з покращенням наближення біля кінців відрізка і водночас асимптотично найкращого на всьому класі. Незабаром в роботах О. П. Тімана і В. К. Дзядика було розв'язано задачу про конструктивну характеристику у просторі $C_{[-1,1]}$ класів Гельдера $H_C^{r+\alpha}$, $r = 0, 1, 2, \dots$, $\alpha \in (0, 1)$. Було встановлено, що функція f належить класу $H_C^{r+\alpha}$ тоді і тільки тоді, коли існує така послідовність алгебраїчних многочленів P_n , що забезпечує порядок наближення $O(n^{-(r+\alpha)})$ функції f у просторі $C_{[-1,1]}$ з одночасним покращенням наближення біля кінців відрізка.

Під впливом цих робіт виникла гіпотеза про те, що і в просторах $L_p[-1, 1]$ для класів Гельдера $H_p^{r+\alpha}$ має місце аналогічна конструктивна характеристика. Тому досить несподіваним був результат, отриманий В. П. Моторним у 1966 р. і опублікований у 1967 р. в „Доповідах АН СРСР”. У цій роботі, зокрема, було посилено теорему Джексона у просторі $L_p[-1, 1]$, а саме, доведено, що для довільної функції $f \in H_p^{r+\alpha}$, $r = 0, 1, 2, \dots$, $\alpha \in (0, 1)$, існує така послідовність алгебраїчних многочленів P_n , що забезпечує для цієї функції порядок наближення $O(n^{-(r+\alpha)} \cdot \ln^{1/p} n)$ у просторі $L_p[-1, 1]$ з одночасним покращенням наближення біля кінців відрізка, причому уникнути $\ln^{1/p} n$ відразу для всіх функцій $f \in H_p^{r+\alpha}$ неможливо. Але цей визначний результат не давав конструктивної характеристики класів $H_p^{r+\alpha}$.

Результати досліджень щодо наближення функцій алгебраїчними многочленами у просторах L_p виявилися корисними при вивченні збіжності рядів Фур'є–Лежандра в цих просторах. В. П. Моторний досліджував умови збіжності цих рядів у просторах L_p у випадках, коли константи Лебега необмежені ($1 \leq p \leq 4/3$, $4 \leq p < \infty$), і встановив цікавий факт, який полягає в тому, що з покращенням диференціально-різницевої властивості функції зростання констант Лебега менше впливає на збіжність при $p \in (1, 4/3]$. Більш того, для функцій з досить хорошими диференціально-різницевими властивостями суми Фур'є–Лежандра у просторах L_p ($1 < p \leq 4/3$) доставляють наближення за порядком не гірше найкращого. Ці результати склали один із розділів докторської дисертації В. П. Моторного, а дослідження в цьому напрямку до теперішнього часу продовжують його учні.

Ще один розділ докторської дисертації В. П. Моторного присвячено питанням наближення класів $W_\alpha^r H_X^\omega$ згортки періодичних функцій $\varphi \in H_X^\omega$, що в середньому дорівнюють нулю на періоді, з ядром $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-r} \cos\left(kt + \frac{\pi\alpha}{2}\right)$, $r > 0$, $\alpha \in \mathbf{R}$, довільними методами підсумовування рядів Фур'є, які задаються трикутною матрицею λ . Для верхніх граней відхилення цих методів на класах функцій він отримав нерівності $\mathcal{E}_n(W_\alpha^r H_L^\omega; \lambda)_L \leq \mathcal{E}_n(W_\alpha^r H_C^\omega; \lambda)_C$, які узагальнюють відомі співвідношення С. М. Нікольського. Виявлено випадки, коли ці нерівності перетворюються на рівності або асимптотичні рівності. Зокрема, рівність має місце для довільних додатних методів підсумовування, якщо $\omega(t) = t$, а $\alpha = r$, $r = 0, 1, 2, \dots$ або $\alpha = r - 1$, $r = 1, 2, 3, \dots$. Якщо ω — опуклий догори модуль неперервності, то рівність у зазначеній нерівності виконується для довільних додатних методів підсумовування у випадках $\alpha = r$, $r = 1, 3, 5, \dots$ або $\alpha = r - 1$, $r = 2, 4, 6, \dots$.

У 1973 р. В. П. Моторний розв'язав задачу А. М. Колмогорова про найкращу квадратурну формулу вигляду $\sum_{k=1}^n \rho_k f(x_k)$ на найважливіших функціональних класах $(W_C^r, r > 3, W^r H^\omega)$, де ω — опуклий догори модуль неперервності, а r є непарним, і $W_L^r, r = 4, 6, \dots$) 2π -періодичних функцій. Цей результат посів центральне місце у його докторській дисертації. Для класів H^ω оптимальна квадратурна формула була знайдена раніше М. П. Корнейчуком, який використав для цього досить просту ідею. Спочатку прораховувалась похибка R_n формули прямокутників $\left(x_k = \frac{2\pi k}{n}, \rho_k = \frac{2\pi}{n}\right)$ на класі H^ω . Потім для будь-якої системи точок $X = \{x_k\}$ будувалась невід'ємна функція $f_X \in H^\omega$, яка дорівнює нулю в точках x_k і така, що $\int_0^{2\pi} f_X(t) dt \geq R_n$. Звідси одразу випливає, що на даному класі функцій оптимальною є формула прямокутників. Цей прийом дозволив у подальшому розв'язати задачу про найкращу квадратурну формулу на класах $W^1 H^\omega$. Однак вже для класу W_C^3 побудова зазначеної функції f_X була пов'язана зі значними технічними труднощами. В. П. Моторний замість явної побудови невід'ємної функції довів, використавши топологічні методи, існування ω -сплайна, котрий дорівнює нулю в заданій системі точок. Це і стало одним із головних факторів, що дозволили розв'язати задачу про найкращу квадратурну формулу на зазначених класах функцій. При доведенні нерівності $\int_0^{2\pi} f_X(t) dt \geq R_n$ він запропонував новий метод, який дозволив за допомогою апарату Σ -переставлень Корнейчука оцінювати знизу деякі числові характеристики ідеальних ω -сплайнів.

Методи і результати роботи про квадратури знайшли застосування при розв'язанні інших важливих задач теорії наближень, зокрема при знаходженні поперечників і в питаннях оптимального відновлення функцій і функціоналів. Незабаром після виходу в світ цієї роботи В. П. Моторного з'явилася його спільна з В. І. Рубаном робота, в якій знайдено колмогоровські поперечники $d_{2n-1}(W^r H^\omega, L)$, де ω — опуклий догори модуль неперервності, і дано оцінку знизу поперечників Гельфанда $d^{2n-1}(W^r H^\omega, L)$.

У своїй подальшій науковій діяльності В. П. Моторний повертався до кожного з описаних вище напрямів і все ж у центрі уваги залишалися питання наближення функцій алгебраїчними многочленами з урахуванням положення точки на відрізку (як у рівномірній, так і в інтегральних метриках). Після роботи С. М. Нікольського 1946 р. ця тематика виявилась у центрі уваги багатьох дослідників. Зокрема, О. П. Тіман узагальнив результат С. М. Нікольського на випадок

наближення функцій $f \in W_{\infty}^r$ довільної гладкості. В. М. Темляков при $r = 1$ і Р. М. Тригуб для всіх натуральних r покращили оцінку залишкового члена в результаті О. П. Тімана. В 1999 р. В. П. Моторний отримав узагальнення оцінок В. М. Темлякова і Р. М. Тригуба на випадок довільного $r > 0$. Аналогічні оцінки він отримав також для функцій класів $W^r H^{\omega}$ і для деяких класів сингулярних інтегралів.

У 1995 г. В. П. Моторний у співавторстві з О. В. Моторною встановив асимптотичну оцінку величини $E_n(W_p^r)_1$ для довільного натурального r і $p \in (1, \infty]$. Ця оцінка інтерполює отримані раніше результати С. М. Нікольського при $p = 1$ і О. В. Моторної при $p = \infty$. В іншій роботі 1995 р. В. П. Моторний і О. В. Моторна встановили асимптотику найкращих наближень алгебраїчними многочленами в середньому класів $W^r H^{\alpha}$. Крім того, В. П. Моторний і О. В. Моторна в співавторстві з П. К. Нітіємою в низці робіт з 1996 по 1999 р. розв'язали задачу асимптотично точної оцінки величин $E_n(W_1^r)_1$ для довільних $r > 0$.

В останні роки опубліковано ряд робіт В. П. Моторного, які відносяться до проблеми найкращих односторонніх наближень функцій алгебраїчними многочленами. Зокрема, отримано асимптотично точну оцінку величини найкращого одностороннього наближення класів W_1^r . Це дозволило встановити асимптотично точні оцінки похибки квадратурних формул Гаусса для цих класів. Знайдено асимптотично точні оцінки найкращих односторонніх наближень зрізаних степенів алгебраїчними многочленами в середньому. Ці результати було застосовано при доведенні теореми порівняння типу Колмогорова – Хермандера для деяких несиметричних класів функцій.

У свої 75 років Віталій Павлович перебуває у розквіті творчих сил і продовжує активно працювати в галузі теорії наближення і математичної освіти. Бажаємо йому міцного здоров'я і нових творчих успіхів.

*А. М. Самойленко, В. Ф. Бабенко, С. Б. Вакарчук, В. Л. Великін,
О. В. Давидов, В. О. Кофанов, А. М. Пасько, Н. В. Парфінович,
А. С. Романюк, В. І. Рубан, М. П. Тіман, Р. М. Тригуб,
І. О. Шевчук, О. О. Шумейко*