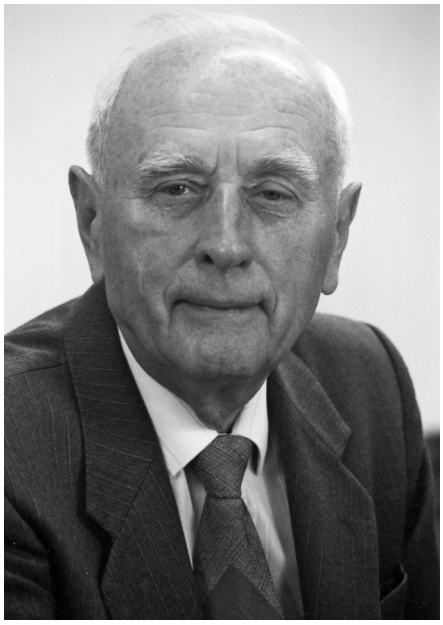

ІВАН ІВАНОВИЧ ЛЯШКО
(до 90-річчя з дня народження)

Дев'ятого вересня 2012 року виповнилося 90 років з дня народження заслуженого діяча науки України, лауреата Державної премії України і премії АН України імені М. М. Крилова, академіка НАН України, доктора фізико-математичних наук, професора Івана Івановича Ляшка.

І. І. Ляшко створив у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка наукову школу з математичної теорії фільтрації, розв'язав ряд нових задач математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної й узагальнених аналітичних функцій, розробив ефективні методи розв'язування деяких некоректних задач теорії керування.

Наукову діяльність І. І. Ляшка можна умовно поділити на п'ять періодів.

Початковий період (1952 – 1960 рр.) присвячено дослідженням в області чисельно-аналітичних методів розв'язування задач теорії фільтрації. Стимулом до розвитку наукової школи математичної фільтрації ґрунтових вод в 1950-х роках став грандіозний проект побудови дніпровського каскаду гідроелектростанцій. У ранніх наукових працях ученого було встановлено ряд аналітичних залежностей, які дозволяли визначити основні фільтраційні характеристики потоків ґрунтових вод під гідроспорудою.

В циклі робіт, що лягли в основу кандидатської дисертації І. І. Ляшка „Розв'язання задачі фільтрації під багатошпунтовою плотиною при довільному криволінійному водоупорі"

© І. В. СЕРГІЄНКО, С. І. ЛЯШКО, О. Ю. ГРИЩЕНКО, Д. А. КЛЮШИН, 2012

(1955 р.), доведено ряд теорем в області узагальнених аналітичних функцій. Зокрема, йому вдалося побудувати залежності вихідних швидкостей фільтрації від форми підземного водоупору, отримати формули для розрахунку витрат рідини, розподілу протитиску на флютбеті, визначити точні верхні та нижні оцінки основних фільтраційних характеристик.

Протягом 1960 – 1968 рр. І. І. Ляшко отримав ряд принципово нових результатів щодо удосконалення, розвитку і застосування чисельних методів розв'язування задач математичної фізики, зокрема задач теорії фільтрації. Основою для подальших розробок стали запропоновані професором Г. М. Положієм метод сумарних зображень та варіаційні теореми, а також оснований на них метод мажорантних областей. І. І. Ляшко зумів оцінити переваги вибіркового рахунку методу сумарних зображень і на цій основі розробити єдину схему розрахунку більшості потрібних на той час практичних задач.

У класичній постановці стаціонарна задача фільтрації ґрунтових вод в однорідному середовищі зводиться до простої, на перший погляд, крайової задачі

$$Lu = 0 \quad \text{в області фільтрації}$$

та

$$lu = \alpha \quad \text{на межі цієї області.}$$

Тут L — оператор Лапласа, а l — оператор граничних умов. Складність задачі полягає в тому, що область, в який шукається розв'язок задачі (область фільтрації), як правило, має надзвичайно складну форму, а крайові умови на частині її межі лише позначаються своїм типом, наприклад лінії рівних потенціалів чи лінії току, але числові значення цих потенціалів невідомі і підлягають подальшому визначенню. Крім того, на одній частині межі може бути задана функція току, а на іншій — потенціальна функція. Зв'язок між цими функціями відомий, але реалізувати його чисельно складно.

Для побудови розв'язку такого типу задач І. І. Ляшко використав загальну формулу сумарних зображень

$$\vec{U}(i) = P\left\{\mu^i \vec{A} + \nu^i \vec{B} - h^2 \sum_{k=1}^{m} G(i,k) P^* \rho \vec{f}(k)\right\},$$

де P — фундаментальна матриця для тридіагональної матриці, що відповідає системі різницевих рівнянь з оператором Лапласа, P^* — транспонована до неї, вектори $\vec{A}$ та $\vec{B}$ визначаються з відомих крайових умов задачі, μ^i, ν^i та $G(i,k)$ — цілком визначені умовою задачі та методом діагональні матриці. У цій формулі він припустив, що права частина рівняння є відмінною від нуля лише в точках, де граничні умови явно не визначено. Отже, відповідні значення правої частини теж підлягають визначенню. Для знаходження відповідних значень вектор-функції $\vec{f}$ було використано закони збереження, зокрема збереження витрат рідини через заданий переріз потоку між двома лініями току. Такий підхід виявився ефективним. Побудована система алгебраїчних рівнянь мала невисокий порядок, її матриця була добре обумовленою. Після визначення невідомих параметрів значення шуканого розв'язку задачі можна було обчислити у довільній точці області, не обчислюючи в інших. Паралельно з цим

І. І. Ляшко одержав ряд результатів, пов'язаних з удосконаленням та розвитком методу сумарних зображень. Було одержано формули для необмежених областей: півсмуги, смуги, півплощини тощо.

Результати цих робіт стали основою для докторської дисертації і монографії „Решение фильтрационных задач методом суммарных представлений" (1963 р.).

Період з 1969 по 1975 рр. характеризується розвитком чисельно-аналітичних методів та їх застосуванням у теорії фільтрації і розширенням спектра задач математичної фізики, що цікавили І. І. Ляшка. У роботах цього періоду викладено фундаментальні теоретичні результати з розв'язування багатовимірних задач математичної фізики у дискретній постановці. Крім того, ці результати отримали широке застосування при розрахунку дніпровських намивних плотин, фільтраційних характеристик плотин Київської та Канівської ГЕС і багатьох інших гідротехнічних об'єктів.

Використовуючи метод мажорантних областей, І. І. Ляшко із співавторами одержали розрахункові алгоритми з мажорантною оцінкою для низки фільтраційних задач з суттєво непрямолінійними границями. Ці результати викладено у монографіях „Численно-аналитическое решение задач теории фильтрации" (1973 р.) і „Метод мажорантных областей в теории фильтрации" (1974 р.).

Чисельно-аналітичний метод Р-трансформацій, розвинений І. І. Ляшком та його учнями, дає можливість знаходити розв'язки скінченнорізницевих задач у замкненому вигляді і записувати їх формулами сумарних зображень. В залежності від виду крайових умов ці формули мають явний характер або містять невелику кількість невідомих параметрів, що можна знайти, розв'язавши систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Разом із методами мажорантних областей і руху межових точок метод Р-трансформацій дозволив розв'язати задачі математичної фізики у довільних областях.

У 1975 році за цикл робіт по чисельно-аналітичних методах розв'язування крайових задач математичної фізики І. І. Ляшку було присуджено премію ім. М. М. Крилова АН УРСР.

Період з 1976 по 1991 рр. став етапом подальшого розвитку теоретичних досліджень у галузі теорії фільтрації, автоматизації чисельних розрахунків та математичного забезпечення складного експерименту.

Теоретичні дослідження школи математичної фільтрації природним чином супроводжувалися розробкою відповідних програмних продуктів кожним із авторів. З метою підвищення якості та удосконалення програмних продуктів і виведення їх на рівень існуючих технологій під керівництвом І. І. Ляшка та І. В. Сергієнка було створено окрему групу молодих учених, які зайнялися цими проблемами. В результаті було розроблено ряд пакетів прикладних програм, які мали широке використання при розв'язуванні практичних задач.

Результати розробок наукового колективу, очолюваного І. І. Ляшком, викладено у монографіях „Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на ЭВМ" (1977 р.), „Расчет фильтрации в зоне гидросооружений" (1977 р.) і „Алгоритмизация и численный расчет фильтрационных схем" (1981 р.).

У 1981 році за цикл робіт із методів розв'язування крайових задач математичної фізики та їх застосування в теорії фільтрації колектив учених під керівництвом І. І. Ляшка було удостоєно Державної премії УРСР.

В той же час І. І. Ляшко отримав значні результати в області дослідження нелінійних моделей фізичних процесів. У циклі робіт, написаних у співавторстві із професором В. П. Ді-

денком, зокрема у монографіях ,,Динамические системы с разрывными коэффициентами" (1977 р.) і ,,Фильтрация шумов" (1979 р.) розроблено нові стійкі методи і алгоритми розв'язування задач фільтрації випадкових процесів за допомогою регуляризації та оснащених гільбертових просторів.

Ідеї І. І. Ляшка та В. П. Діденка були розвинено в подальшому в монографії ,,Математическое обеспечение сложного експеримента" (1982 – 1990 рр.). У цій монографії розглянуто питання розробки та обґрунтування стійких алгоритмів оцінювання адекватності математичних моделей, розвинено математичні моделі, що використовуються в радіотехніці, і вивчено питання відновлення апріорних характеристик динамічних систем у задачах оцінювання.

У 1991 році І. І. Ляшко підсумував результати досліджень з теорії фільтрації у монографії ,,Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах". З 1992 року він розпочав розробку чисельних методів узагальненого керування системами з розподіленими параметрами. До таких систем зводяться, зокрема, деякі задачі теорії фільтрації, такі як вологоперенос на фоні горизонтального дренажу або зрошення із точкових та лінійних джерел у тріщинуватому ґрунті. У цьому напрямку І. І. Ляшко та його учні спромоглися досягти значних успіхів. Зокрема, було побудовано теорію чисельних методів імпульсного і точкового керування некласичними системами із розподіленими параметрами — псевдопараболічними та псевдогіперболічними.

Напрямки, визначені І. І. Ляшком, стали орієнтирами для роботи його численних послідовників. Під його керівництвом захистили кандидатські та докторські дисертації більше 40 його учнів. Список робіт ученого містить понад 400 публікацій. Традиції школи І. І. Ляшка продовжують його учні і сьогодні, досліджуючи такі фундаментальні проблеми, як розробка теорії існування та єдиності узагальнених розв'язків класичних і некласичних граничних задач з гладкими та розривними коефіцієнтами і сингулярними правими частинами, що являють собою розподіли Соболєва – Шварца скінченного порядку; теорія розв'язності задач неопуклої оптимізації досліджуваних систем з функціоналами якості та керуваннями загального вигляду, зокрема точковими, імпульсними, точково-імпульсними тощо; дослідження необхідних і достатніх умов точної та асимптотичної керованості розподілених систем (траєкторної, фінальної, траєкторно-фінальної тощо); дослідження необхідних умов оптимальності керування розподіленими системами; розробка і дослідження чисельних методів розв'язання задач неопуклої оптимізації некласичних розподілених систем; розробка і дослідження ефективних чисельних методів розв'язання граничних задач математичної фізики, розвиток сучасних методів обчислювального експерименту.

Особливу цінність науковим здобуткам І. І. Ляшка та його наукової школи додає те, що розроблені ними методи допускають розпаралелення обчислень і можуть бути ефективно реалізовані на сучасних суперкомп'ютерних кластерах. Це дозволяє впевнено стверджувати, що науковий спадок ученого буде мати високу цінність ще довгий час.

І. В. Сергієнко, С. І. Ляшко, О. Ю. Грищенко, Д. А. Клюшин