

**Исследования по механике
в Институте математики АН УССР за 50 лет**

Развитие исследований по различным вопросам механики и ее приложений в Институте математики АН УССР связано с именами Д. А. Граве, Н. М. Крылова, Н. Н. Боголюбова, М. А. Лаврентьева, А. Ю. Ишлинского, Ю. А. Митропольского, И. Я. Штаермана, Ю. Д. Соколова, Г. Н. Савина, Н. А. Кильчевского, Я. С. Подстригача, а также их многочисленных учеников и последователей. Эти исследования охватывают широкий спектр научных направлений, относящихся к различным областям механики: общей механике, теории упругости, гидромеханике, математическим проблемам механики.

1. Общая механика. В этот раздел механики обычно включают исследования по аналитической и небесной механике, теории движения абсолютно твердого тела и систем абсолютно твердых и деформируемых тел, теории колебаний и общей теории устойчивости движения механических систем.

К данной области механики относятся многочисленные исследования Д. А. Граве. В своих работах по небесной механике он предложил учитывать при изучении движения планет электромагнитные силы, действующие в межпланетном пространстве. Совместно с Ю. Д. Соколовым им выполнены вычисления, относящиеся к выяснению отклонений планет на основе учета электромагнитных сил.

Д. А. Граве установил ряд новых теорем алгебры, относящихся к теории устойчивости малых колебаний. В частности, им предложен оригинальный вывод условий устойчивости малых колебаний механических систем относительно положения равновесия с учетом сил сопротивления. Д. А. Граве выполнил также ряд исследований по динамике неавтономных систем.

Большое внимание проблемам аналитической механики уделено в работах Ю. Д. Соколова. Он впервые установил условия общего соударения трех тел в конечный момент времени, изучил особые траектории системы свободных материальных точек, взаимно притягивающихся или отталкивающихся с силой, прямо пропорциональной произведению масс и абсолютной величине произвольной функции взаимных расстояний. Ему принадлежит всестороннее исследование ограниченной задачи трех тел, задачи о притяжении к неподвижному и равномерно вращающемуся центрам в обобщенной постановке. В общем виде Ю. Д. Соколов решил вопрос о пространственном гомографическом движении системы свободных материальных точек, установил необходимые и достаточные условия существования такого движения, обнаружив при этом новые случаи гомографических движений и получив обобщение ряда известных теорем, в частности теоремы Банахевича-Пицетти.

Важные исследования в области динамики твердого тела и систем твердых тел выполнены в институте А. Ю. Ишлинским, основавшим в Киеве научную школу по теории гироскопов и механике твердых тел. Характерная особенность этой школы — физически строгая постановка проблем и задач, тщательная математическая их разработка, сочетающаяся с ярко выраженной практической направленностью.

А. Ю. Ишлинскому принадлежат фундаментальные результаты, относящиеся к теории гироскопических приборов и к теории систем инерциальной навигации и инерциального управления. В связи с этим следует отметить основополагающие исследования А. Ю. Ишлинского, относящиеся к теории гиросtabilизаторов, гиросмаятников, гировертикалей и морских гироскопических компасов, геометрии и кинематике гироскопических систем, ориентации объектов, управляемых гироскопами. А. Ю. Ишлинским разработана специальная форма уравнений движения гироскопических приборов

различных типов, позволяющая учесть широкий круг факторов, обусловленных сочетанием возмущающих сил и моментов в подвесе прибора. Удачное использование некоторой неподвижности сферы S , совпадающей с земной поверхностью, но не участвующей в ее суточном вращении, позволило представить уравнения движения в весьма изящной и обзорной форме, что дало возможность А. Ю. Ишлинскому строго решить проблему невозмущаемости гироскопических приборов. Эти исследования, существенно уточняющие и развивающие классические работы М. Шулера, стали настольными руководствами инженеров, разрабатывающих навигационную аппаратуру.

А. Ю. Ишлинский внес большой вклад в развитие теории систем инерциальной навигации и инерциального управления. Им построена строгая теория инерциальных систем полуаналитического типа, основывающихся на азимутально-свободной платформе; разработана теория инерциальных систем гирокомпасного типа с интегральными алгоритмами управления, допускающими эффективное применение электронных вычислительных машин и современных средств оптимального управления, получено доказательство устойчивости основной задачи инерциальной навигации, основаны принципы построения инерциальных систем.

Исследования В. Н. Кошлякова относятся к вопросам теории гироскопических приборов, а также к применению эффективных аналитических алгоритмов в задачах гироскопии и динамики твердого тела. Им проведен детальный анализ точности и устойчивости морских гироскопических компасов различных типов; получено обобщение математической модели пространственного гирогоризонткомпаса, разработанное А. Ю. Ишлинским, на случай других гирокомпасных систем, не обладающих свойствами пространственного гирокомпаса, дано научное обоснование рациональных схемных решений систем курсоуказания и перспектив их развития.

Среди других исследований, проводимых по гирокомпасной тематике, следует отметить всестороннее исследование однороторного двухрежимного курсоуказателя с жидкостно-торсионным подвесом чувствительного элемента (В. П. Василенко, А. Н. Полищук), а также однороторного короткопериодного гирокомпаса, применяемого в маркшейдерском деле (В. П. Василенко, М. Е. Темченко).

Из исследований по теории инерциальных систем, развивающих результаты А. Ю. Ишлинского, отметим цикл работ О. Ф. Бойчука. Им предложен общий подход к проблеме невозмущаемости гиросмаятниковых платформ; построен класс инерциальных систем, использующих невозмущаемые гиросмаятниковые платформы; решены некоторые задачи оптимального демпфирования и оптимального управления с использованием методов Калмана и Винера — Холфа.

Проведено детальное исследование точности и устойчивости инерциальных систем в зависимости от погрешностей их чувствительных элементов и условий эксплуатации, дано обоснование новых принципиальных схем инерциальных систем, созданы обобщенные математические алгоритмы функционирования инерциальных систем, исследована работа инерциальных систем с привлечением аппарата кватернионов, параметров Родрига — Гамильтона и Кейли — Клейна (В. Н. Кошляков, О. Ф. Бойчук, В. Н. Калинин, С. М. Опищенко, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко).

Отметим цикл работ В. Н. Кошлякова, относящихся к выяснению возможностей применения аппарата кватернионов в задачах динамики твердого тела. Им рассмотрена задача о движении твердого тела около неподвижной точки с привлечением групповых методов и аппарата кватернионов. Получены матричные уравнения движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки, выраженные посредством матриц Кейли и эрмитовых матриц, приведенных к каноническому виду. Получен также матричный аналог уравнения Дарбу — Риккати применительно к динамической задаче движения твердого тела около неподвижной точки. С помощью аппарата параметров Родрига — Гамильтона им дано решение задачи Магнуса и построен класс точных решений невозмущаемой по М. Шулеру гиросмаятниковой системы.

Теоретические исследования А. Ю. Ишлинского по инерциальным системам наведения движущихся объектов развиты в работах Д. Г. Кореневского.

На протяжении ряда лет в Институте математики АН УССР проводятся исследования движения твердого тела, подвешенного на струне.

Еще в 40-х годах в Киеве под руководством М. А. Лаврентьева разрабатывались проблемы кумуляции, требующие обеспечения большой скорости вращения тел. Быстрое вращение тел в стендовых условиях было достигнуто С. В. Малашенко посредством применения струнного подвеса. В 50-х годах под руководством А. Ю. Ишлинского в Институте математики АН УССР начались всесторонние исследования движения твердых тел, подвешенных на струне. Были найдены критические (бифуркационные) значения угловой скорости, при которых образуются новые формы стационарного движения, ответвляющиеся от основной (вертикальной) формы (С. В. Малашенко, М. Е. Темченко).

В последние годы в Институте математики АН УССР обоснована возможность применения струнного привода для балансировки быстровращающихся тел и для определения положения главных центральных осей инерции в теле произвольной формы (С. В. Малашенко, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко, П. Г. Шишкин).

Более подробно содержание работ по теории гироскопов, механике твердого и деформируемого тела в Институте математики АН УССР приводится в обзорах: 1) Ю. А. Митропольский, В. Н. Кошляков, В. Н. Калинович, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко. О работах по прикладной теории гироскопов, механике твердого и деформируемого тела в Институте математики АН УССР.— Укр. мат. журн., 1983, 35, № 4, с. 448—454; 2) Ю. А. Митропольский, В. Н. Кошляков, О. Ф. Бойчук, В. Н. Калинович, В. А. Стороженко, М. Е. Темченко. О работах по теории гироскопов в Институте математики АН УССР.— Укр. мат. журн., 1973, 25, № 6, с. 747—760.

Большой цикл исследований выполнен в институте по аналитической динамике твердых и упругих тел с полостями, целиком или частично заполненными жидкостью.

В 50-х годах начались всесторонние исследования движения твердых тел с полостями, целиком заполненными жидкостью. Получены критерии устойчивости движения волчка с эллипсоидальной и цилиндрической полостями, которые были подтверждены обстоятельными экспериментальными исследованиями (А. Ю. Ишлинский, М. Е. Темченко, С. В. Малашенко).

Проведен глубокий анализ устойчивости подвешенного на струне твердого тела с эллипсоидальной и цилиндрической полостью, целиком заполненной идеальной несжимаемой жидкостью (А. Ю. Ишлинский, М. Е. Темченко, М. Л. Горбачук).

Исследования по динамике (линейной и нелинейной) твердых и упругих тел с полостями, частично заполненными жидкостью, ведутся в институте с середины 50-х годов. Они включают в себя с одной стороны разработку математических моделей движения систем, состоящих из твердых и жидких тел, а с другой разработку методов решения краевых задач гидродинамики, позволяющих рассчитать силы и моменты гидродинамического взаимодействия тела и жидкости в случае полостей сложной геометрической формы.

В рамках предположений линейной теории волн и теории тонкостенных стержней были получены уравнения пространственного движения упругого тела с полостями, частично заполненными жидкостью, и рассмотрен вопрос определения их гидродинамических коэффициентов в случае полостей канонической формы (Б. И. Рабинович).

Аналогичные уравнения получены в случае движения механических систем в слабых гравитационных полях, а также в случае, когда свободная поверхность жидкости ограничена оболочкой из гиперупругого материала (М. Я Барняк, И. А. Луковский, В. А. Троценко).

Важное место в этой проблематике занимают исследования по нелинейной динамике тел с полостями, частично заполненными жидкостью. Методами аналитической механики (на основе теорем механики и вариационных принципов) при некоторых предположениях получена система нелинейных

обыкновенных дифференциальных уравнений движения системы в пространстве и определены их гидродинамические коэффициенты в некоторых конкретных случаях. В нелинейной постановке рассмотрены различные частные задачи динамики как, например, задача о вынужденных колебаниях жидкости в полости, совершающей поступательные или угловые гармонические движения, задача динамической устойчивости свободной поверхности жидкости в сосуде, совершающем заданные гармонические движения, и др. (И. А. Луковский, А. М. Пилькевич).

2. Теория упругости и гидромеханика. Результаты выдающегося научного и прикладного значения в области механики сплошной среды получены М. А. Лаврентьевым. Его работы характеризуются богатством новых идей и методов, физической ясностью, доведением полученных результатов до приближенных инженерных формул.

Фундаментальные результаты М. А. Лаврентьева в теории функций комплексного переменного были им успешно применены и развиты в теориях фильтрации, кумуляции, нелинейных волн и др. Так, на основе разработанного М. А. Лаврентьевым вариационного принципа конформных отображений был получен основной метод теории фильтрации, при помощи которого нашли обоснование ранее существовавшие подходы к решению задач фильтрации в однородных и неоднородных средах, а также разработаны новые эффективные методы, лежащие в основе расчетов современных гидротехнических сооружений (плотин, дамб, каналов и т. п.).

Основополагающий вклад сделан М. А. Лаврентьевым в теорию взрыва. Предложенная им гидродинамическая модель взрыва кумулятивного заряда была полностью подтверждена экспериментом (проведенным совместно с С. В. Малашенко). Эти результаты широко используются в народном хозяйстве (земляные работы, сварка взрывом и др.).

Фундаментальные результаты получены М. А. Лаврентьевым в теории волн на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины. Им доказана теорема существования уединенной волны, предложен эффективный метод определения параметров ее распространения для различных типов дна.

М. А. Лаврентьев и А. Ю. Ишлинский обнаружили эффект потери устойчивости по высшим формам упругими системами при динамическом нагружении.

В работах А. Ю. Ишлинского предложен приближенный подход для решения задач устойчивости деформируемых тел в случае, когда параметры нагружения входят только в граничные условия. Он выполнил оригинальные исследования по определению сопротивлений перекачивания упругого цилиндра по упругому и неупругому основаниям и решил задачу о вдавлении сферического штампа в пластическое полупространство.

А. Ю. Ишлинский разработал теорию пластичности для материалов с идеальным эффектом Баушингера и линейным упрочнением. Широко известны исследования А. Ю. Ишлинского по механике грунтов. В частности, ему принадлежит оригинальная идея представления грунта в виде среды, плотность которой изменяется скачком, когда давление достигает некоторой характерной для данного грунта величины, а в остальном эта среда ведет себя как идеальная жидкость.

В работах И. Я. Штаермана изучены плоские задачи о давлении на упругую полуплоскость одного и нескольких штампов, задачи о сжатии упругих тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями близких радиусов. Многие работы И. Я. Штаермана посвящены также разработке математической теории статики и динамики тонкостенных оболочек и методов интегрирования уравнений этой теории.

Фундаментальные результаты в области теории упругости получены Г. И. Савиным, работавшим в институте с 1952 по 1957 г. Он решил ряд сложных задач по концентрации напряжений возле отверстий различной формы в изотропной и анизотропной средах и довел эти решения до инженерного применения. В работах Г. Н. Савина и О. С. Парасюка построено решение ряда задач о концентрации напряжений около круговых отверстий при наличии области упругопластических деформаций. Г. Н. Савину принадлежит решение ряда сложных контактных задач теории упругости и их

применение в некоторых областях строительной механики. Ряд результатов Г. Н. Савина и его учеников посвящены исследованию задач динамики нити (каната) переменной длины. Они составляют основу предложенной им новой теории расчета шахтных подъемных канатов, в которых учитывается динамический режим их работы.

Н. А. Кильчевский выполнил целый ряд исследований по теории оболочек, контактными задачам теории упругости и другим разделам механики сплошной среды. Используя методы тензорного анализа, ему удалось поставить составление уравнений движения оболочек на строгую основу без привлечения элементарных геометрических, чаще всего упрощающих, предположений. Исходя из принципа наименьшего принуждения Гаусса, он указал экстремальные свойства контактных напряжений в условиях динамического нагружения и исследовал контактные задачи с первоначальным касанием тел по линии.

Ученые Института математики АН УССР внесли весомый вклад в развитие математической теории фильтрации грунтовых вод. Первые исследования по теории фильтрации возникли главным образом в связи с фундаментальными работами М. А. Лаврентьева по теории функций комплексного переменного (1939 г.). Систематические исследования в этой области велись в институте с 1945 г. (М. А. Лаврентьев, Ю. Д. Соколов, П. Ф. Фильчаков). Большая научно-исследовательская работа выполнена в этом направлении в связи с оказанием помощи великим стройкам на Волге, Днепре, Дону, Амударье (А. Ю. Ишлинский, Ю. Д. Соколов, П. Ф. Фильчаков). Помимо разработки аналитических методов решения задач фильтрации в институте создана новая методика решения этих задач при помощи моделирования на электропроводной бумаге (П. Ф. Фильчаков, В. Н. Остапенко, В. И. Панчишин).

Под руководством П. Ф. Фильчакова разработан целый ряд приближенных аналитических методов, позволивших решать сложные задачи фильтрации: задачи фильтрации к прерывистым дренам (А. Я. Олейник), через земляные плотины и к дренажным сооружениям в слоистой среде (А. Я. Олейник, В. И. Лаврик). В последние годы большое внимание в институте уделяется исследованиям в области теории фильтрации и массопереноса водорастворимых веществ (В. И. Лаврик).

С середины 50-х годов в институте ведутся систематические исследования по динамике ограниченного объема жидкости со свободной поверхностью. В линейной и нелинейной постановке рассмотрены задачи о свободных и вынужденных колебаниях жидкости в сосудах сложной геометрической формы, находящихся в различных силовых полях (И. А. Луковский, В. А. Троценко, А. Н. Комаренко, М. Я. Барняк). В случае, когда сосуд с жидкостью совершает заданное движение в пространстве, предложена вариационная формулировка задачи теории поверхностных волн, приводящая к полной совокупности уравнений движения, включая и нелинейные граничные условия на свободной поверхности жидкости (И. А. Луковский).

Разработаны методы решения задач о колебаниях жидкости в сосудах, свободная поверхность которой ограничена предварительно деформированной мягкой оболочкой из нелинейно-упругого материала (В. А. Троценко).

Исследовано влияние сил поверхностной вязкости на свободные колебания вязкой несжимаемой жидкости в сосуде. Построены частные решения линеаризованных уравнений Навье — Стокса, что позволило решить ряд задач динамики ограниченного объема вязкой жидкости (М. Я. Барняк).

Начиная с 1977 года выполнен большой цикл исследований по созданию и обоснованию математических моделей термоконвективного движения вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей замкнутую полость в твердом теле, разработаны численно-аналитические методы решения нелинейных сопряженных задач этого типа, проведены расчеты тепловых и гидродинамических процессов в подземных хранилищах сжиженных газов и нефтепродуктов (А. С. Галицын, А. Н. Жуковский, В. Б. Мосеенков).

Я. С. Подстригач и Я. И. Бурак предложили новые модели механики сплошной среды и получили системы дифференциальных уравнений для

описания процессов деформации с учетом теплопроводности, диффузии и электропроводности в твердых телах и твердых растворах.

Я. С. Подстригач и Ю. М. Коляно развили теорию и методы решения задач обобщенной динамической термомеханики изотропных и анизотропных тел с учетом конечной скорости распространения тепла, вывели уравнения теплопроводности и термоупругости с коэффициентами типа ступенчатых функций, дельта-функций Дирака и их производных для кусочно-однородных тел и тел с кусочно-постоянными коэффициентами теплоотдачи.

3. М а т е м а т и ч е с к и е п р о б л е м ы м е х а н и к и. Все достижения механики при решении прикладных задач определяются главным образом успехами в математике. Эта связь с математикой взаимно плодотворна — механика выдвигает проблемы, стимулируя развитие классических и создание новых разделов математики, а применение в механике нового математического аппарата приводит к решению конкретных задач и возникновению новых теорий, охватывающих все более широкий круг физических явлений. Ряд отделов Института математики АН УССР с момента его основания заняты разработкой математических проблем механики, созданием эффективных методов решения прикладных задач и внедрением их в инженерную практику. Один из наиболее ярких примеров сочетания математической строгости и конструктивности метода решения задач механики — работы М. А. Лаврентьева в теории фильтрации и взрыва, теории волн на поверхности тяжелой жидкости. Полученные в этих работах результаты стали классическими благодаря глубокому проникновению в физическую суть задачи и применению новейших методов теории функций комплексного переменного, где М. А. Лаврентьевым был развит метод конформных и квазиконформных отображений, разработаны приближенные методы конформных отображений на основе обобщенного им вариационного принципа Линделефа.

Фундаментальные результаты, полученные Ю. Д. Соколовым в небесной механике и теории фильтрации, во многом были определены созданными им методами решения соответствующих дифференциальных уравнений. Разработанный им итеративно-проекционный метод осреднения функциональных поправок стал универсальным средством решения задач многих разделов механики, использующих в качестве математических моделей дифференциальные и интегральные уравнения.

Многие фундаментальные достижения последних десятилетий в нелинейной механике в большой степени обязаны успехам в теории нелинейных дифференциальных уравнений. Это в первую очередь относится к теории нелинейных колебаний. Трудом Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова заложены математические основы новых плодотворных методов этой теории: асимптотических, метода усреднения, интегральных многообразий и др. В институте математики АН УССР эти методы получили дальнейшее развитие как в плане применения к новым классам нелинейных дифференциальных уравнений, так и в плане теоретических их обоснований.

В трудах Ю. А. Митропольского и его учеников эти результаты получили дальнейшее развитие в направлении исследования нестационарных колебательных процессов в системах как с конечным числом степеней свободы, так и с распределенными параметрами. Особое внимание было уделено прохождению через резонанс, изучению внутренних резонансов, обнаружению существенно нелинейных явлений в системах с медленно эволюционирующими параметрами, явлению флаттера, исследованию динамики гироскопических систем с учетом импульсивных воздействий и др. Построена аксиоматическая теория асимптотических методов, связавшая воедино различные варианты асимптотических методов, метода нормальных форм Пуанкаре и метода усреднения.

Построены теории возмущений инвариантных тороидальных многообразий и локальных интегральных многообразий, разработаны методы расчета многочастотных колебательных систем со многими степенями свободы. Получены конструктивные критерии экспоненциальной устойчивости и экспоненциальной дихотомии инвариантных многообразий систем, описывающих колебательные явления в механике и физике.

Существенное развитие получили методы ускоренной сходимости, а также прямые методы Галеркина применительно к исследованию новых классов колебательных систем.

В связи с исследованием геометрически и физически нелинейных задач теории стержней, пластин и оболочек в институте разработан метод нелинейных интегральных уравнений и асимптотический метод. Получены приближенные аналитические решения нелинейных задач статики, колебаний, устойчивости и распространения волн. Исследованы вопросы разрешимости конкретных нелинейных краевых задач стержней, пластин и оболочек.

При решении задач фильтрации П. Ф. Фильчаковым и его учениками разработан целый ряд приближенных методов, получивших широкое практическое применение. В частности, предложен метод определения констант интеграла Кристоффеля — Шварца, метод последовательных конформных отображений, графоаналитический метод расчета флютбетов гидротехнических сооружений, метод тригонометрической интерполяции (П. Ф. Фильчаков, А. Я. Олейник, В. И. Лаврик и др.).

В работах Я. С. Подстригача и Г. С. Кита разработан общий метод решения плоских и пространственных задач стационарной теплопроводности и термоупругости для тел с произвольно ориентированными криволинейными и дискообразными трещинами, решены новые задачи об определении температурных полей и напряжений в однородных и кусочно-однородных телах с трещинами при произвольных температурных условиях на их поверхностях.

В связи с исследованием проблем взаимодействия твердых и упругих тел с жидкостью в институте развиты прямые методы решения краевых задач, основанные на их вариационной формулировке (И. А. Луковский, А. Н. Комаренко, В. А. Троценко, М. Я. Барняк). Предложен ряд рекомендаций по выбору систем координатных функций в методе Ритца, основанных на анализе аналитических свойств решений в окрестности особых точек, в окрестности угловых граничных точек, а также на анализе физических свойств колебательных процессов. Методами функционального анализа исследована разрешимость и обоснован вариационный метод разрешения возникающих при исследовании колебательных процессов задач на собственные значения с параметром в граничных условиях. При решении краевых задач о волновых движениях ограниченного объема жидкости в случае сосудов сложной геометрической формы И. А. Луковский обобщил метод Г. С. Нариманова, основанный на идеях методов теории возмущений. Для этого класса задач им предложен также прямой метод, в основе которого лежит вариационная формулировка нелинейной краевой задачи, позволившей свести исходную задачу к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Проведен теоретико-групповой анализ уравнений движения механики Остроградского, построены многопараметрические семейства точных решений уравнений Гамильтона — Якоби, Навье — Стокса, Буссинеска, предложены нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных для описания нелинейных процессов тепломассопереноса, инвариантные относительно группы Галилея (В. И. Фуцич, Ю. Н. Сегеда, Н. И. Серов).

Одна из основных проблем механики — проблема устойчивости движения — постоянно находилась в центре внимания ученых Института математики. Отдельные результаты в математической теории устойчивости были получены при решении задач теории малых колебаний (Д. А. Граве), небесной механики (Ю. Д. Соколов), теории нелинейных колебаний (Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, А. М. Самойленко, О. Б. Лыкова), теории гироскопов (А. Ю. Ишлинский, В. Н. Кошляков, М. Е. Темченко, В. А. Стороженко, М. Л. Горбачук), теории поверхностных волн (И. А. Луковский). Важное обобщение теории устойчивости А. М. Ляпунова на бесконечномерные пространства было осуществлено М. Г. Крейн. Развита им теория мультипликаторов позволила обобщить результат А. М. Ляпунова по зонам устойчивости и неустойчивости скалярного уравнения Хилла. Применению асимптотических методов в теории устойчивости посвящены работы С. Ф. Фещенко по расщеплению многомерных

систем, И. М. Рапопорта и И. З. Штокало для уравнений с периодическими и почтипериодическими коэффициентами. В качественной теории дифференциальных уравнений и теории динамических систем А. Н. Шарковским были введены новые определения устойчивости при постоянно действующих возмущениях и построена соответствующая теория.

В связи с неэффективностью классических коэффициентных критериев при решении задачи устойчивости для систем дифференциальных уравнений высокого порядка, коэффициенты которых зависят от многих параметров, в институте разработаны матричные критерии устойчивости, положено начало новому конструктивному направлению в теории функций Ляпунова. В рамках этого направления введено понятие канонической функции Ляпунова, для построения которой предложены приближенные вариационные методы (Н. А. Пустовойтов). Приближенные методы решения матричных уравнений Ляпунова были разработаны для систем линейных неавтономных дифференциальных уравнений с детерминированными и случайными коэффициентами (О. Б. Лыкова, Н. А. Пустовойтов, Д. Г. Корневский). В работах А. М. Самойлено сформулирован и доказан абстрактный принцип сведения в теории устойчивости, опирающийся на исследования траекторий динамических систем с помощью знакопостоянных функций Ляпунова.

К классической проблеме аналитической механики — обращении теорем Лагранжа — Дирихле и Раусса — доказана гипотеза А. Н. Ляпунова о неустойчивости положения равновесия консервативных систем, когда потенциальная энергия не принимает в нем локального минимума и является аналитической функцией в его окрестности (С. П. Сосницкий).

Значительный вклад сотрудниками института сделан в развитие математических методов теории управления. В 50-е годы были разработаны методы анализа и синтеза линейных и нелинейных управляемых систем (А. Ю. Ишлинский, И. М. Рапопорт, Ю. М. Бёрезанский). Следует отметить, что многие из этих методов были предложены задолго до появления за рубежом аналогичных методов.

В задаче управления механическими системами с переменными связями успешно использован метод периодической оптимизации. Так, проблема стабилизации шагающего аппарата, движение которого на разных фазах описывается дифференциальными и конечно-разностными уравнениями, была сформулирована и решена как задача периодической оптимизации (В. Б. Ларин). В этом направлении разработаны эффективные численные методы решения алгебраических уравнений Риккати (Б. А. Бордюг, В. Б. Ларин) и асимптотический метод теории сингулярных возмущений для построения периодических решений матричных уравнений Риккати (В. Б. Ларин, К. И. Науменко).

Разработан частотный метод решения задач синтеза линейных стационарных систем с обратной связью — первый прямой подход, основанный на ограничении вариаций (В. Б. Ларин, К. И. Науменко, В. Н. Сунцев). Среди приложений разработанных методов управления механическими объектами следует отметить результаты, связанные с виброзащитой на подвижных объектах. С помощью аппарата теории марковских процессов задача выбора оптимальной упругой характеристики амортизатора сформулирована как вариационная задача, решение которой получено аналитически (В. Б. Ларин).

Предложены новые методы решения задач определения ориентации твердого тела в параметрах Родрига — Гамильтона. Разработан нелинейный алгоритм, включающий стандартную процедуру интегрирования кинематических уравнений и дополнительную коррекцию по данным измерений проекций на связанные с телом оси, как неподвижного, так и подвижного вектора (В. Б. Ларин, К. И. Науменко). Решена задача определения ориентации по данным измерений проекций нескольких векторов. В важном для приложений случае измерения проекций двух векторов получено аналитическое решение задачи (К. И. Науменко).

Ученые института внесли также существенный вклад в развитие численных методов решения задач теории фильтрации грунтовых вод, аэрогидромеханики, термоупругости, газовой динамики.