УДК 519.1

А. Я. Петренюк (Держ. льотна академія України, Кіровоград)

ПРО БІЦИКЛІЧНУ T-ФАКТОРИЗОВНІСТЬ У КЛАСІ $T[14,6]$

We completely solve a problem of the existence of T-factorizations in the class of trees of order 14 with the highest vertex degree 6.

Повністю розв'язано задачу про існування T-факторизацій у класі дерев порядку 14 з найвищим степенем вершини 6.

Нехай T — дерево порядку n. Сім'я F дерев складає *T-факторизацію* повного графа K_n, якщо: 1) всі дерева з F є підграфами графа K_n; 2) кожне дерево сім'ї F ізоморфне дереву T; 3) кожне ребро графа K_n належить одному й тільки одному з цих дерев.

Задачу про існування T-факторизацій для заданого дерева T порядку n сформулював Л. Байнеке [1]. Він довів, що для існування T-факторизації графа K_n необхідно, щоб n було парним числом, $n = 2k$, і щоб $\Delta(T) \le k$, де через $\Delta(T)$ позначено найвищий степінь вершини у дереві T. Дерева, які задовольняють умови Байнеке, називаються *допустимими*.

Ш. Хуанг та А. Роса [2] повністю розв'язали цю задачу для порядків $n \le 8$. Автор [3] перелічив усі неізоморфні T-факторизації порядку 6, а Л. П. Петренюк [4] навела повний перелік T-факторизацій порядку 8.

Автор [5] розв'язав задачу про існування T-факторизацій для всіх дерев T порядку 10. Виявилося, що з 106 неізоморфних 10-вершинних дерев 85 мають T-факторизацію.

1. Біциклічні T-факторизації. Нехай $V = \{1, 2, \dots, n\}$ — множина вершин графа K_n. T-факторизація графа K_n називається *біциклічною*, якщо вона ізоморфна T-факторизації, яка має автоморфізм вигляду

$$\alpha = (1, 2, \dots, k)(k+1, \dots, n).$$

Біциклічна факторизація повністю визначається автоморфізмом α (*породжуючою підстановкою*) та однією з своїх компонент (*базовою* компонентою). Ця обставина дозволяє досить просто будувати біциклічні T-факторизації (див. алгоритм у [6]) для малих n з допомогою комп'ютера (звичайно, у випадках, коли вони існують).

Неважко довести, що для існування біциклічної факторизації порядку $n = 2k$ необхідно, щоб число k було непарним.

Зауважимо, що для кожного дерева T з 85 дерев порядку 10, які мають T-факторизацію, існує біциклічна T-факторизація.

Позначимо через $T[n, \Delta]$ клас дерев порядку n, які мають найвищий степінь вершини Δ. У статті [7] автор дослідив клас $T[14, 7]$ стосовно існування біциклічних факторизацій, там же встановлено низку необхідних умов існування T-факторизацій для дерев з класу $T[14, 7]$ і для 88 дерев з $T[14, 7]$ побудовано біциклічні факторизації. Для класів $T[14, 4]$ та $T[14, 5]$ задачу існування T-факторизацій повністю розв'язано у [6, 8]. В роботах [6, 7] автор довів, що всі бінарні, тобто такі, що задовольняють умову $\Delta(T) \le 3$, дерева порядку 14 мають біциклічні факторизації.

У даній статті викладаються результати аналогічного дослідження в класі $T[14, 6]$. Основну роль буде відігравати допоміжний результат, який було встановлено у [7] і сформульовано у теоремі 1.

Для дерева T позначимо через d_i кількість вершин степеня i в цьому дереві. Очевидно, що $d_1 + d_2 + \dots + d_{n-1} = n$ і для допустимих дерев $d_i = 0$ для всіх $i > k$.

Тоді допустиме дерево T визначає вектор $\boldsymbol{d}(T) = (d_1, \ldots, d_k)$, який часто називають *розподілом степенів вершин* дерева T.

Теорема 1. *Якщо дерево T має біциклічну T-факторизацію, то вектор $\boldsymbol{d}(T)$ можна подати у вигляді суми двох векторів $\boldsymbol{d}^{(1)} = (d_{11}, \ldots, d_{k1})$ та $\boldsymbol{d}^{(2)} = (d_{12}, \ldots, d_{k2})$ з невід'ємними цілочисловими компонентами таких, що при $j = 1, 2$*

$$d_{1j} + \ldots + d_{kj} = k, \tag{1}$$

$$d_{1j} + 2d_{2j} + \ldots + kd_{kj} = n - 1. \tag{2}$$

Зображення вектора $\boldsymbol{d}(T)$ у вигляді суми векторів $\boldsymbol{d}^{(1)}$, $\boldsymbol{d}^{(2)}$, що задовольняють умови (1), (2), назвемо *розщепленням* вектора $\boldsymbol{d}(T)$. Вектори $\boldsymbol{d}^{(1)}$, $\boldsymbol{d}^{(2)}$ є розподілами степенів вершин базових компонент біциклічної T-факторизації за двома орбітами групи $\{\alpha\}$.

2. Розщеплення у класі $T[14, 6]$. Клас $T[14, 6]$ складається з 321 дерева, і в цьому класі інваріант $\boldsymbol{d}$ набуває 13 різних значень. За допомогою комп'ютера неважко побудувати табл. 1, з якої видно, що вектор $\boldsymbol{d}(T)$ має єдине розщеплення для 10 значень інваріанта $\boldsymbol{d}$ і не має розщеплень для решти значень.

Таблиця 1

Номер	$\boldsymbol{d}$	Розщеплення $\boldsymbol{d}$
1	6 7 0 0 0 1 0	1600000 5100010
2	7 5 1 0 0 1 0	2410000 5100010
3	8 3 2 0 0 1 0	3220000 5100010
4	8 4 0 1 0 1 0	3301000 5100010
5	9 1 3 0 0 1 0	4030000 5100010
6	9 2 1 1 0 1 0	4111000 5100010
7	9 3 0 0 1 1 0	4200100 5100010
8	10 0 2 1 0 1 0	Не існує
9	10 1 0 2 0 1 0	5002000 5100010
10	10 1 1 0 1 1 0	5010100 5100010
11	10 2 0 0 0 2 0	5100010 5100010
12	11 0 0 1 1 1 0	Не існує
13	11 0 1 0 0 2 0	Не існує

Таким чином, теорема 1 не виконується для дерев T класу $T[14, 6]$, які мають $\boldsymbol{d}(T)$ з рядків 8, 12 та 13 табл. 1. Звідси випливає, що дерева класу $T[14, 6]$, у яких $d_2 = 0$, не мають біциклічних T-факторизацій.

Крім того, з табл. 1 випливає важливе твердження: якщо T з класу $T[14, 6]$ має біциклічну T-факторизацію, то одна з вершинних орбіт групи $\{\alpha\}$ обов'язково містить 5 кінцевих вершин базової компоненти, одну вершину найвищого степеня 6 і одну вершину степеня 2.

Для допустимого дерева T класу $T[14, 6]$ з єдиною вершиною степеня 6 позначимо через $m(T)$ кількість кінцевих вершин, суміжних з вершиною степеня 6, а через $g(T)$ — кількість ребер, що з'єднують вершини проміжних степенів (тобто вершини, степені яких відмінні від 1 та від 6).

Сформулюємо для подальшого використання лему з статті [7].

Лема. *Якщо F — біциклічна T-факторизація, O — її вершинна орбіта, то $(k-1)/2$ ребер її базової компоненти з'єднують вершини, які належать O.*

Теорема 2. *Нехай дерево T класу $T[14, 6]$ з единою вершиною степеня 6 має біциклічну T-факторизацію. Тоді:*

якщо T не містить вершини степеня 2, суміжної з кінцевою або з вершиною степеня 6, то $m(T) \geq 3$;

якщо T містить вершину степеня 2, суміжну або з вершиною степеня 6, або з кінцевою вершиною, то $m(T) \geq 2$;

якщо T містить вершину степеня 2, суміжну одночасно з кінцевою вершиною і з вершиною степеня 6, то $m(T) \geq 1$.

Доведення. Нехай T належить до класу $T[14, 6]$, F — деяка біциклічна T-факторизація, x — вершина, яка в базовій компоненті має степінь 6. Позначимо через O_x орбіту, якій належить x.

З леми випливає, що в базовій компоненті повинно бути три ребра, які з'єднують вершини з однієї і тієї ж орбіти. При відсутності вершини степеня 2, суміжної з x або з кінцевою вершиною, вершини з O_x повинні з'єднуватися тільки трьома ребрами, що з'єднують x з кінцевими вершинами дерева T, таким чином, $m(T) \geq 3$.

Нехай тепер дерево T має вершину y степеня 2, суміжну або з x, або з кінцевою вершиною. Якщо y не належить O_x, то, як тільки що доведено, $m(T) \geq 3$ і, отже, $m(T) \geq 2$. Якщо ж y належить O_x, то y може з'єднуватися з іншими вершинами з O_x не більше, ніж одним ребром. Тому ще два ребра повинні з'єднувати x з кінцевими вершинами, які лежать в O_x, а отже, $m(T) \geq 2$.

Нарешті, розглянемо випадок, коли дерево T містить вершину степеня 2, суміжну одночасно з вершиною x і з кінцевою вершиною. У найгіршому випадку ця вершина входить в O_x разом із суміжною кінцевою вершиною. Тоді вершини з O_x з'єднані двома ребрами, суміжними з x, і повинне бути ще одне ребро, яке з'єднує x з кінцевою вершиною. Тому в будь-якому випадку $m(T) \geq 1$, і теорему доведено.

Теорема 3. *Якщо T — дерево з $T[14, 6]$, яке має біциклічну T-факторизацію, то $g(T) \leq 5$.*

Доведення. Нехай F — біциклічна T-факторизація. Тоді всі вершини проміжних степенів її базової компоненти, за винятком хіба що вершини z степеня 2, належать одній і тій же орбіті групи $\{\alpha\}$. Тому не менше, ніж $g(T)-2$ з тих ребер, що з'єднують вершини проміжних степенів, повинні з'єднувати вершини цієї орбіти. Згідно з лемою одержуємо $g(T)-2 \leq 3$, що й треба довести.

3. Неіснування біциклічних T-факторизацій для деяких T з класу $T[14, 6]$. Аналізуючи клас $T[14, 6]$, ми виявили 17 дерев, які не задовольняють умови теорем 1, 2 або 3 і, отже, не мають біциклічних T-факторизацій. Ці дерева наведено у табл. 2, де стовпчик „Номер" містить порядковий номер та, в дужках, номер дерева T в канонічному списку неізоморфних дерев з класу $T[14, 6]$. Дерева подано списками ребер у канонічній формі, причому спільні всім їм ребра 12, 13, 14, 15, 16, 17 пропущено. У стовпчику „Підстава" вказано теореми, на підставі яких стверджується, що для дерева T не існує біциклічної T-факторизації.

Таблиця 2

Номер	T	$d(T)$	Підстава
1(1)	28 29 2A 2B 2C 3D 3E	1 1 0 1 0 0 2 0	Теорема 1
2(5)	28 29 2A 2B 3C 3D 3E	1 1 0 0 1 1 1 0	Теорема 1
3(18)	28 29 2A 2B 8C 8D 8E	1 1 0 0 1 1 1 0	Теорема 1

Продовження табл. 2

Номер	T	$d(T)$	Підстава
4(27)	28 29 2A 3B 3C 4D 4E	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
5(32)	28 29 2A 3B 3C 8D 8E	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
6(36)	28 29 2A 3B 3C BD BE	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
7(65)	28 29 2A 8B 8C 8D 8E	11 0 0 1 1 1 0	Теорема 1
8(68)	28 29 2A 8B 8C 9D 9E	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
9(72)	28 29 2A 8B 8C BD BE	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
10(96)	28 29 3A 3B 8C 8D 8E	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
11(104)	28 29 3A 4B 5C 6D 7E	7 5 1 0 0 1 0	Теорема 2
12(173)	28 29 8A 8B 8C 8D 8E	11 0 1 0 0 2 0	Теорема 1
13(176)	28 29 8A 8B 8C 9D 9E	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
14(179)	28 29 8A 8B 8C AD AE	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
15(189)	28 29 8A 8B AC AD AE	10 0 2 1 0 1 0	Теорема 1
16(210)	28 39 4A 5B 6C 7D 8E	6 7 0 0 0 1 0	Теорема 2
17(321)	28 89 9A AB BC CD DE	6 7 0 0 0 1 0	Теорема 3

4. Існування біциклічних T-факторизацій для дерев класу $T[14, 6]$. Наступна теорема стверджує існування біциклічних T-факторизацій для всіх дерев класу $T[14, 6]$, які не наведені у табл. 2.

Теорема 4. *У класі* $T[14, 6]$ *304 дерева мають біциклічні* T*-факторизації.*

Для ***доведення*** наведемо у табл. 3 базові компоненти для кожного з цих дерев. З метою економії місця застосуємо у записах компонент префікси A, B, C та D. Префікс A означає ланцюжок ребер 12 13 14 18, префікси B і C означають відповідно ланцюжки 12 13 15 18 та 12 13 18 19, а префікс D розшифровується як 12 14 16 18. Стовпчик „Номер" табл. 3 містить номер дерева T, якому ізоморфна відповідна базова компонента, у канонічному списку множини $T[14, 6]$.

Таблиця 3

Номер	Базова компонента	Номер	Базова компонента
2	A 1A 1B 4C 5B 6B 7B 9A BD BE	3	A 19 1A 4E 5A 6A 7D AB AC AD
4	A 19 1B 59 6B 6C 79 9A 9D 9E	6	A 1A 1B 4C 5B 6B 7B 89 8D BE
7	A 19 1A 5A 6A 6C 7A 9D 9E AB	8	A 1A 1C 5A 5D 6C 7A 9C BC CE
9	A 19 1B 4D 5B 6B 7B 8C 9E AB	10	A 19 1A 5A 6A 7A 7D 8C 9E AB
11	A 1A 1D 58 6A 6E 7D 9D BD CD	12	A 19 1B 4D 5B 6B 7B AB AC AE
13	A 19 1A 4E 5A 6C 7B AB AC A	14	A 1A 1B 49 5B 5D 7B 9E BC BE
15	A 19 1B 4D 5B 6B 7B AB AE CE	16	A 19 1C 4E 5E 6C 7C AC BE CD
17	A 19 1B 4A 5E 6B 7B AE BC BD	19	B 1A 1D 4A 4B 6A 7A 8A 8C 8E
20	B 19 1B 4A 4D 6B 7B AB AC BE	21	A 19 1A 5A 6C 7A 7B AC AD DE
22	A 19 1A 5A 5B 6A 7A AC BE CD	23	A 19 1A 5A 5B 6A 7A AE BC BD
24	A 19 1A 5A 5B 6A 7A AC BE DE	25	A 19 1B 4D 5B 6B 7B 9A 9C 9E
26	B 1A 1B 4A 6A 78 7C 89 8D AE	28	A 19 1B 4A 59 6B 79 8D BC BE
29	A 19 1B 4A 59 6B 79 BD BE CD	30	A 19 1B 4A 5E 6B 7B 9D 9E BC

Продовження табл. 3

Номер	Базова компонента	Номер	Базова компонента
31	A 19 1B 4A 59 6B 79 AE BC BD	33	A 19 1A 49 6A 6C 7A 9B AD DE
34	A 19 1A 5A 69 6C 7B 9E AB AD	35	A 19 1A 59 69 7C 7D AB AC AE
37	A 19 1B 5B 6A 79 7C 9A BD BE	38	A 19 1B 59 6C 79 7C AB BD BE
39	C 1A 1B 36 49 5B 7B 8D AE BC	40	A 19 1B 4A 59 68 7C BC BD BE
41	A 19 1A 4E 5A 6A 7D 8D 9C AB	42	A 19 1C 4D 58 6C 7C AB AC AE
43	A 19 1C 4E 5B 68 7C AC AD BC	44	A 19 1B 4A 5A 68 7B BD BE CD
45	A 19 1A 4E 5A 6A 7D 8B AC CD	46	A 19 1B 4D 5B 6B 7B 9A AC AE
47	A 19 1B 5A 68 6C 7B 9A BD BE	48	A 19 1B 59 68 6C 7C AB BD BE
49	A 19 1C 4E 5E 6C 7C AE BC BD	50	A 19 1A 4E 5A 6A 7D AC BE CD
51	A 19 1A 4E 5B 6B 7B AB AC AD	52	A 19 1A 58 6A 6B 7D AC AD DE
53	A 19 1A 58 5B 6A 7C AC AE CD	54	A 19 1A 58 6B 7B 7D AB AC AE
55	A 19 1B 5A 68 7B 7D AB BE CE	56	A 19 1A 58 5B 6A 7C AC AD DE
57	A 19 1A 58 6A 6C 7C AB AE BD	58	A 19 1A 5A 6A 6C 7A 8B BD DE
59	A 19 1A 58 6A 6C 7C AB AD CE	60	A 19 1A 58 6A 7C 7D AB AE BD
61	A 19 1C 4E 5E 6C 7C AC BE DE	62	A 19 1A 4E 5A 6A 7D AC BE DE
63	A 19 1B 4D 5B 6B 7B AE CE DE	64	A 19 1B 4D 5B 6B 7B AC AE CD
66	A 19 1A 5B 6A 7A 7C AB BD BE	67	A 19 1C 5A 5E 6C 7A AC AD BC
69	A 19 1B 5E 6A 6B 7D BD BE CD	70	A 19 1A 5A 7A 7B 7D AC BE CD
71	A 19 1A 5A 6C 7A 7B AC BE CD	73	A 1A 1C 5B 69 6E 7C 9B 9C CD
74	A 19 1C 5A 5E 6C 7A AC BE CD	75	A 19 1B 5B 5E 6A 7C AD BC BD
76	A 19 1A 5B 6A 6B 7A AC BE CD	77	A 19 1A 5B 6A 6B 7A AD CD CE
78	A 19 1A 5A 6C 7A 7B AD CE DE	79	A 19 1A 5A 5B 6A 7A BC BD BE
80	A 19 1A 5A 5B 6A 7A BD BE CD	81	A 19 1A 5A 5B 6A 7A BE CE DE
82	A 19 1A 5A 5B 6A 7A BE CD CE	83	A 19 1D 4E 59 68 7D 8C 9A BD
84	A 19 1C 58 5B 68 7C 9A 9D CE	85	C 1A 1B 37 49 5B 6A 8E 9D AC
86	A 19 1B 4A 59 6B 79 8C BD DE	87	A 19 1B 4A 59 6B 79 8D BE CD
88	A 19 1A 4E 59 6C 7C 9D AB AC	89	A 19 1A 59 6B 7A 7D 8C 9E AB
90	A 19 1A 59 5B 69 7C 8E AC AD	91	A 19 1B 5B 68 6A 7C 9D 9E BC
92	A 19 1A 58 6A 6C 7C 9D 9E AB	93	A 19 1B 4D 59 6B 7D 9E AD BC
94	A 19 1A 4E 5A 6A 7D 9B 9C DE	95	A 19 1A 58 6A 6B 7D 8E AD CE
97	A 19 1C 58 68 7C 7D AB AC AE	98	A 19 1B 5A 68 6C 7B 8D AB AE
99	B 19 1C 4A 4E 68 7C 8A AD BC	100	A 19 1A 59 69 7C 7D AB AC BE
101	A 19 1A 59 69 6B 7D AC AE CD	102	A 19 1A 59 6C 7A 7C 9B AE CD
103	A 19 1A 59 69 7C 7D AB AE BD	105	C 1A 1B 36 48 5B 7C 9E AD BC
106	C 1A 1B 37 48 5B 6B 9D AC DE	107	A 19 1B 4D 59 6C 7C 8A BC BE
108	A 19 1D 4A 5E 69 7B 8C BD DE	109	A 19 1B 4D 5B 6A 7C 8C 9E AB
110	A 19 1B 4A 59 68 7C BD BE CD	111	A 19 1B 4A 5E 6B 7B 8E 9D CE
112	A 19 1A 4E 5A 6A 7D 8D 9C BC	113	A 19 1C 4D 58 6C 7C 9B AB AE
114	A 19 1A 4E 59 6C 7C AC AD BC	115	A 19 1A 4D 58 6A 7C AB AE CE
116	A 19 1A 5A 69 6C 7B 8D AB BE	117	A 19 1A 58 6A 7C 7D 9B AD DE

Продовження табл. 3

Номер	Базова компонента	Номер	Базова компонента
118	A 19 1B 5A 68 7B 7D 9A BE CE	119	A 19 1A 58 6A 6C 7C 9B AD DE
120	A 19 1A 58 6A 6B 7D 9D AC DE	121	A 19 1A 58 5B 6A 7C 9D AC DE
122	A 19 1A 5B 6A 6B 7A 8C 9E DE	123	A 19 1A 5B 6A 7A 7C 8E 9D BD
124	A 19 1A 58 6A 6C 7C 9B AE CD	125	A 19 1A 58 6A 7C 7D 9B AE DE
126	A 19 1A 4E 5A 6A 7D 9D BD CD	127	A 1B 1D 5D 68 6A 7D 9C BC CE
128	A 1A 1D 59 69 6E 7D 8C 9A BD	129	A 19 1B 59 5E 6B 7D 8D AE BC
130	A 19 1C 5A 6C 79 7A 8D AE BC	131	A 19 1E 5E 69 6A 7C 8B AC DE
132	A 19 1C 4D 5A 6C 7A AB AC AE	133	A 19 1B 59 5E 6C 7C 8A 9C CD
134	A 19 1A 5A 69 6C 7B AB BD BE	135	A 19 1A 59 6B 6C 7A AB BD BE
136	A 19 1C 4D 5B 6B 7A AC AE BC	137	A 1B 1C 5A 6C 6E 79 89 AC AD
138	A 19 1E 5A 68 7A 7B AE CD CE	139	A 19 1D 5E 6A 7A 7D 8B CE DE
140	A 19 1B 4D 5A 6A 7D 8A 8C DE	141	A 19 1A 5A 69 6C 7B AD BD DE
142	A 19 1B 5B 6A 79 7C AB AD CE	143	A 19 1B 4D 5A 6C 7B AC AB BC
144	A 1A 1E 58 6E 7B 7C 9D CD CE	145	A 19 1C 5A 5E 6C 7A 8B AC DE
146	A 19 1B 5B 5E 6A 7C 8A AD BC	147	A 1A 1B 59 5B 6E 7C 8C BD DE
148	A 19 1B 5B 5E 6A 7C 8D AD BC	149	A 19 1B 5E 6C 7B 7C 8A BE CD
150	A 19 1A 58 6A 6B 7D AC BE CD	151	A 19 1A 58 6A 6B 7D AD BC CE
152	A 19 1A 5A 6C 7A 7B 8C CD CE	153	A 19 1B 5E 6B 7B 7D 8E AD CE
154	A 19 1A 5A 6C 7A 7B 8C CE DE	155	A 19 1B 5B 68 6A 7C BE CD CE
156	A 19 1A 5A 6C 7A 7B 8D BE CD	157	A 19 1A 5A 6C 7A 7B 8C BD DE
158	A 19 1B 5E 6B 6C 7B 8A AE DE	159	A 19 1B 5E 6B 6C 7B 8A AD DE
160	A 19 1A 58 6A 6C 7C AD BC CE	161	A 19 1A 58 6A 6B 7D AE BC BD
162	A 19 1A 58 6A 6B 7D AE BD CD	163	A 19 1A 58 6A 6B 7D AC BE DE
164	A 1B 1E 49 59 6E 79 9A 9D CE	165	A 19 1C 5A 5E 6C 7A 8A AD BC
166	A 19 1B 4A 5E 6B 7B AC AE DE	167	A 19 1A 59 69 7C 7D 8D BE DE
168	A 19 1C 5A 5E 6C 7A 8A BE CD	169	A 19 1B 4A 5E 6B 7B AE CE DE
170	A 19 1A 58 5B 6A 7C AE BC BD	171	A 19 1A 58 5B 6A 7C AD BC CE
172	A 19 1E 5E 69 6A 7C 8B AC DE	174	A 19 1B 5A 6A 79 7D 9A AC AE
175	A 19 1C 5A 5E 6C 7A AB AC AD	177	A 19 1B 5B 5E 6A 7C AB AC AD
178	A 19 1D 5B 5E 6A 7A AC AD DE	180	A 19 1B 5A 5E 6C 7B AB AC AD
181	A 19 1A 58 6B 6C 7B 8C CD CE	182	A 19 1D 5E 6A 6C 7A 8A 8E BE
183	A 19 1D 58 5E 6C 7B 8B AC BC	184	A 19 1B 5E 6A 7C 7D 8C 8E AC
185	A 19 1B 5A 5E 6A 7D 8A 8C CD	186	A 19 1B 5E 6A 6C 7C 8A 8E AD
187	A 19 1A 58 5B 6B 7B 8C CD CE	188	A 19 1C 5B 5E 6B 7A 8A 8E AD
190	A 1A 1C 5D 69 6B 7D 8B 8E BD	191	A 19 1A 58 6B 7B 7D 8C BC CE
192	A 19 1A 58 6C 7B 7C 8B BD DE	193	A 19 1A 58 6B 6C 7B 8B CD CE
194	A 19 1A 58 6B 6C 7B 8B CE DE	195	A 19 1A 58 5B 6B 7B 8D BE CD
196	A 19 1A 58 5B 6B 7B 8C CE DE	197	A 19 1B 5A 68 6A 7D 8E AD CE
198	A 19 1B 5A 68 6A 7D 8C CE DE	199	A 19 1C 58 5E 6B 7D 8D AB BE
200	A 19 1B 5E 6A 7C 7D 8A 8C DE	201	A 19 1A 58 5B 6B 7B 8D BC BE

Продовження табл. 3

Номер	Базова компонента	Номер	Базова компонента
202	A 19 1A 58 5B 6B 7B 8C BD DE	203	A 19 1C 5B 68 6B 7A 8D AB AE
204	A 19 1C 58 5E 6B 7D 8A BE DE	205	A 19 1A 58 6C 7B 7C 8D BE CD
206	A 19 1A 58 6C 7B 7C 8B CD CE	207	A 19 1A 58 6C 7B 7C 8B CE DE
208	A 19 1A 58 6B 6C 7B 8D BE CD	209	A 19 1A 58 6B 7B 7D 8C CE DE
211	C 1A 1B 36 48 5A 7D 9C BD DE	212	C 1A 1B 36 4A 59 7C 8C BD DE
213	C 1A 1C 36 49 58 7D AE BC BD	214	A 19 1A 4E 5B 6B 7B 8D 9C AB
215	A 19 1C 4E 5A 68 7D 9D AB AC	216	A 19 1A 4E 59 6B 7D 8C AB BD
217	A 19 1C 4D 58 6B 7D 9E AE BC	218	A 19 1C 4E 5B 68 7C 9B AD DE
219	A 1A 1D 4E 5B 6A 78 9B 9C CD	220	A 19 1A 4E 5B 6B 7B 8C AB BD
221	A 19 1C 4D 5B 6B 7A 8A BC BE	222	A 19 1C 4E 5A 68 7D AB AC AD
223	A 19 1B 4A 5A 6A 78 8C CD CE	224	A 19 1B 4D 5A 6A 7D 8C AB CE
225	A 19 1A 58 6B 7B 7D 9C AB CE	226	A 19 1B 59 5A 68 7D 9D AC DE
227	A 19 1B 4A 5A 68 7B AE CE DE	228	A 19 1B 59 68 7C 7D AC AE BC
229	A 19 1C 4E 5A 68 7D 9D AB BD	230	A 19 1C 4A 5E 6B 7A 8E 9D BD
231	A 1B 1C 49 5E 6E 7D 8D AB AE	232	A 19 1D 4A 5E 69 7B 8C AB CE
233	A 1A 1D 4C 59 6C 7A 8E 9B BE	234	A 19 1A 4E 59 6C 7C 8B CD CE
235	A 19 1C 4E 5A 68 7D 9B AB AD	236	A 19 1D 4E 5B 68 7B 9C AB AC
237	A 19 1B 4A 59 68 7C AD CE DE	238	A 19 1B 4A 59 68 7C BE CD CE
239	A 1A 1D 4E 5B 6E 7B 8B 9B BC	240	A 19 1A 4E 5B 6B 7B 8B BD CD
241	A 19 1A 4E 5B 6B 7B 8B CE DE	242	A 19 1B 4A 5E 6A 7C 8C CD CE
243	A 19 1A 4E 5B 6B 7B 8B CD CE	244	A 19 1C 4D 5B 6B 7A 8A AB AE
245	A 19 1C 4A 5E 6B 7A 8D AB AE	246	A 19 1C 4A 5A 68 7A AE BD DE
247	A 19 1B 4A 5E 6A 7C 8E AD CE	248	A 19 1B 4A 5E 6A 7C 8C CE DE
249	A 19 1C 4E 5E 6B 7D 8A AB AD	250	A 19 1B 4A 5E 6A 7C 8D AE CD
251	A 19 1C 4A 5E 6B 7A 8E AD BD	252	A 19 1B 4D 5A 6A 7D 8C AC DE
253	A 19 1D 4A 5E 6A 7A 8B BC CE	254	A 19 1B 4D 5A 6A 7D 8E AC AD
255	A 19 1C 4D 5B 6B 7A 8E AD BD	256	A 19 1C 4A 5E 6B 7A 8D AB BE
257	A 19 1E 4D 58 6A 7C AD BC BD	258	A 19 1D 4E 5B 68 7B AB AE CE
259	A 1A 1B 49 59 6C 78 9D CE DE	260	A 19 1B 4D 5A 6A 7D AC AE BC
261	A 1A 1C 4E 5D 6B 7D 9B 9C DE	262	A 19 1C 4A 5E 6B 7A BD BE CD
263	B 19 1B 49 4D 6A 7D AE BC CE	264	A 19 1C 4D 5B 6B 7A AC BE DE
265	B 19 1A 48 4E 6B 7D AD BC CE	266	A 19 1A 4E 5B 6B 7B AD BC BD
267	A 19 1C 4D 5B 6B 7A AB BE CE	268	A 19 1C 4D 5B 6B 7A AB AE CE
269	A 19 1B 4D 5B 6A 7C AE CE DE	270	A 19 1A 4E 5A 6C 7B BD BE CD
271	A 19 1A 4E 5B 6B 7B AD BC CE	272	A 19 1B 4D 5B 6A 7C AC AE DE
273	A 19 1A 4E 59 6C 7C BD BE CD	274	B 19 1D 4A 4D 69 7B AE BC CE
275	A 19 1D 4A 5E 6A 7A AB AC AE	276	A 19 1D 4A 5E 6A 7A AB AE CE
277	A 19 1D 4A 5E 6A 7A AC AE BC	278	A 19 1D 4A 5E 6A 7A AB AC BE
279	A 19 1A 4E 5B 6B 7B BE CE DE	280	A 19 1B 4A 5E 6A 7C AC AE CD
281	A 19 1C 4E 5E 6B 7D AE BD DE	282	A 19 1C 5E 6B 7A 7D 9D BD DE

Продовження табл. 3

Номер	Базова компонента	Номер	Базова компонента
283	A 19 1B 4A 5E 6A 7C AC AD DE	284	A 19 1D 4A 5E 6A 7A AB BE CE
285	A 19 1D 4A 5E 6A 7A AC BC BE	286	A 1A 1C 49 5D 69 7D 9D BD DE
287	A 19 1A 4E 5B 6B 7B BE CD CE	288	A 19 1B 4A 5E 6A 7C AE CE DE
289	A 1A 1C 4E 5D 6B 7D 9B BE DE	290	D 19 1A 3D 3E 5B 7C AD BC BD
291	A 19 1C 4D 5B 6B 7A AE BD DE	292	A 19 1B 4A 5E 6A 7C AE CD CE
293	A 19 1C 4A 5E 6B 7A AD BD DE	294	A 19 1C 4A 5E 6B 7A AE BD DE
295	A 19 1B 5A 5E 6A 7D AC BE DE	296	B 19 1C 4D 4E 6B 7D AB AE CE
297	A 1A 1E 59 5D 69 7C BC BD BE	298	A 19 1B 4D 5A 6A 7D AC AE CD
299	A 19 1B 4A 5E 6A 7C AD CD CE	300	A 19 1B 4D 5A 6A 7D AE CD CE
301	A 1B 1C 5A 5E 6E 7D 9A 9D CE	302	A 19 1A 4E 5B 6B 7B BC BD BE
303	A 19 1A 4E 5B 6B 7B BD BE CD	304	A 19 1C 4D 5B 6B 7A AB AE BD
305	A 19 1B 5B 5E 6A 7C AE CE DE	306	A 1A 1C 4E 5D 6B 7D 9B 9D DE
307	A 19 1B 59 5E 6C 7C AE CD CE	308	A 19 1B 5B 5E 6A 7C AE CD CE
309	B 19 1B 49 4D 6A 7D AE CE DE	310	B 19 1D 4D 4E 6C 7B AB AE CE
311	B 1A 1E 4C 4E 6B 7B 9B 9C CD	312	B 1A 1C 49 4C 69 7D 9B BE DE
313	B 19 1A 4A 4E 6B 7B BC BD BE	314	B 19 1A 4A 4E 6B 7B BD BE CD
315	B 19 1D 4D 4E 6C 7B AC BC BE	316	B 19 1D 4D 4E 6C 7B AB AC AE
317	B 19 1D 4D 4E 6C 7B AB AC BE	318	A 19 1B 59 5E 6C 7C AC AE CD
319	A 19 1B 5B 5E 6A 7C AC AD DE	320	A 19 1B 59 5E 6C 7C AC AD DE

4. Висновки. Отже, нами повністю розв'язано задачу про існування біциклічних T-факторизацій для дерев класу $T[14, 6]$. Тим самим позитивно розв'язано загальну задачу про існування T-факторизацій для 304 дерев.

Що стосується 17 дерев, для яких не існують біциклічні T-факторизації, то для 14 з них не існує ніяких T-факторизацій внаслідок невиконання умови $d_2 \geq \geq d_6$, необхідної для існування T-факторизацій порядку 14. У [8] автор довів неіснування T-факторизації ще для трьох дерев, які мають номери 11, 16, 17 у табл. 2, і таким чином розв'язання загальної задачі Байнеке для класу $T[14, 6]$ завершено.

1. *Beineke L. W.* Decomposition of complete graphs into forests // Magy. tud. akad. Mat. kut. intéz. Közl. – 1964. – **9**. – P. 589–594.
2. *Huang C., Rosa A.* Decomposition of conplete graphs into trees // Ars Combinatoria. – 1978. – **5**. – P. 23–63.
3. *Petrenjuk A. J.* Enumeration of minimal tree decompositions of complete graphs // J. Combin. Math. and Combin. Computing. – 1992. – **12**. – P. 197–199.
4. *Петренюк Л. П.* Перелік розкладів повних графів на ізоморфні компоненти: Дис. ... канд. фіз.-мат. наук. – Кіровоград, 1996. – 171 с.
5. *Petrenjuk A. J.* On tree factorizations of K_{10} // J. Combin. Math. and Combin. Computing. – 2002. – **41**. – P. 193–202.
6. *Petrenjuk A. J.* Every tree from $T[14, 4]$ admits a T-factorization. – Кіровоград, 2001. – 21 с. – Деп. в ДНТБ України, № 147-Ук 2001.
7. *Петренюк А. Я.* О существовании бициклических T-факторизаций порядка 14 // Научные труды академии / Под ред. Р. Н. Макарова. – Кировоград: Гос. летн. академия Украины, 1999. – Вып. 4, ч. 1. – С. 206–212.
8. *Петренюк А. Я.* Древесные факторизации полных графов: существование, построение, перечисление // Мат. 7 Междунар. сем. „Дискретная математика и ее приложения" (29 янв. – 2 февр. 2001 г.) – М.: Изд-во Центра прикл. исслед. при мех.-мат. ф-те Моск. ун-та, 2001. – Ч. 1. – С. 26–30.

Отримано 10.09.2001