

ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ІНТЕГРАТОРІВ НА НЕЛІНІЙНІСТЬ ФУНКЦІЇ ПЕРЕТВОРЕННЯ СИГМА-ДЕЛЬТА МОДУЛЯТОРА ВИСОКОГО ПОРЯДКУ

There is developed the simulation model of single-bit high order sigma-delta modulator. Also using this model there are investigated influence of integrator's nonlinearity on modulator's nonlinearity for second and third order sigma-delta modulators. There is identified integrator's decreasing coefficient by sigma-delta modulator of second and third order.

Keywords: *Analog to Digital Converter, Sigma-Delta Modulator, Delta-Sigma Modulator, Integral Nonlinearity.*

За допомогою розробленої імітаційної моделі однобітного сигма-дельта модулятора довільного порядку досліджено вплив нелінійності інтегратора на вид нелінійності функції перетворення модулятора в цілому для модуляторів другого та третього порядку. Визначено коефіцієнт зменшення нелінійності інтегратора сигма-дельта модуляторами другого та третього порядку.

Ключові слова: *аналого-цифровий перетворювач, сигма-дельта модулятор, дельта-сигма модулятор, інтегральна нелінійність.*

Аналого-цифрові перетворювачі (АЦП) є необхідним компонентом інформаційно-вимірювальних систем, вони забезпечують квантування та дискретизацію вхідних аналогових сигналів. Для таких систем метрологічні характеристики АЦП часто визначають характеристики системи в цілому, тому покращення параметрів АЦП є актуальним завданням.

Сьогодні нішу прецизійних АЦП напруги постійного струму зайняли перетворювачі на базі сигма-дельта модулятора (СДМ) [1, 2]. Такі АЦП широко представлені на ринку [3–6]. Їхня висока точність забезпечується структурно-алгоритмічними методами, які реалізують процедури (часто вбудовані) встановлення нуля та калібрування, що дає змогу усунути вплив на результат перетворення адитивної та мультиплікативної складових похибки перетворення. У такому випадку похибка результату перетворення визначається в основному похибками джерела напруги калібрування, комутуючого пристрою і залишковою похибкою АЦП, котра, відповідно, визначається дискретністю АЦП, рівнем його шумів і похибкою нелінійності його функції перетворення (ФП). Серед останніх складових, для сучасних АЦП на базі СДМ, домінує значення має похибка нелінійності ФП. Наприклад, для 24 розрядного АЦП типу AD7714 [6] вона досягає 0,0015%, що відповідає квантовому розділенню 16-біт перетворення. Крім того, є методи вимірювання (наприклад, метод заміщення, метод відношення), точність яких в основному визначається саме нелінійною складовою похибки перетворення АЦП [7]. Отже, для підвищення точності вимірювання АЦП необхідно коригувати нелінійну складову похибки перетворення.

Хоча у [8] стверджується, що “не існує простого та зручного методу корекції нелінійної складової похибки АЦП”, запропоновано методи [9–12] ідентифікації нелінійності ФП АЦП з неперервною функцією похибки, до яких відносяться і АЦП на базі СДМ. Ці методи дають можливість знаходити відхилення ФП АЦП від лінійної (нелінійна складова ФП – нелінійність ФП) у тестових точках з високою точністю. У цьому разі кількість тестових точок (і значення їхніх напруг) визначається схемною реалізацією і може змінюватися від однієї до декількох десятків, залежно від складності схеми. Для корекції нелінійної складової ФП АЦП не-

обхідно, на базі отриманих значень нелінійності в тестових точках, побудувати коригуючу функцію та враховувати поправку на кожен результат аналого-цифрового перетворення. Оскільки, крім систематичної, результат перетворення містить також і випадкову складову похибки, то отримані значення нелінійної складової ФП АЦП в тестових точках не дають змоги однозначно визначити коригуючу функцію на всьому діапазоні перетворення. Тому саме для коректного вибору виду коригуючої функції необхідно провести дослідження характеру нелінійної складової ФП СДМ. Деякі дослідження в цьому напрямку вже проведені [13]. Їхні результати свідчать, що навіть для СДМ першого порядку нелінійна складова ФП має складний характер, описати її з прийнятною точністю простими функціями неможливо. Зважаючи на те, що для різних застосувань використовуються СДМ не тільки першого порядку, а і вищих [14], доцільно провести дослідження залежності характеру нелінійної складової ФП СДМ від параметрів його компонентів для СДМ вищих порядків.

Як свідчать дослідження [13, 15], для АЦП на базі СДМ першого порядку нелінійна складова похибки визначається нелінійною складовою ФП інтегратора кола прямого поширення сигналу, тому метою статті є дослідити вплив параметрів інтегратора на характер нелінійної складової ФП СДМ для модуляторів другого та третього порядку, що, в поєднанні з отриманими в [13] даними, дасть змогу визначити залежність рівня та характеру нелінійної складової ФП СДМ від його структури при використанні однакової елементної бази, тобто при однакових параметрах нелінійності інтеграторів.

Лінійна імітаційна модель СДМ високого порядку. Структуру однобітного СДМ високого порядку зображено на рис. 1. Вона складається з кола прямого поширення сигналу і кола зворотного поширення сигналу. Коло прямого поширення сигналу містить набір суматорів \otimes , набір інтеграторів \int та синхронний компаратор С (який складається з власне компаратора та синхронного D-тригера ТТ). Коло зворотного поширення сигналу складається з однобітного цифро-аналогового перетворювача DAC, який керується вихідним кодом СДМ. Синхроімпульси для тригера ТТ формуються генератором тактових імпульсів G. Кількість суматорів / інтеграторів визначають порядок модулятора.

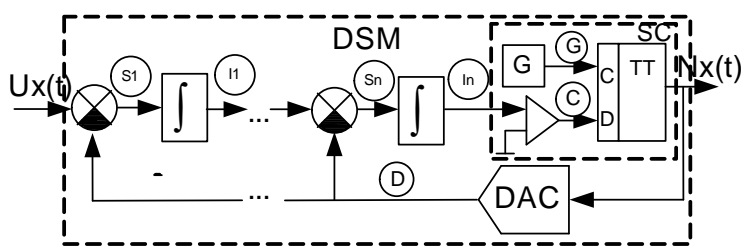


Рис. 1. Структура однобітного СДМ високого порядку.

Характерні точки СДМ позначено на рис. 1, а залежності напруг у цих точках від часу t являють собою компонентні рівняння імітаційної моделі СДМ n -го порядку. Топологічне рівняння лінійної моделі СДМ n -го порядку (для $n \geq 2$) можна описати системою рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{S1}(t) = U_X(t) - U_D(t), \\ U_{Ii}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t U_{Si}(t) dt; \quad i = \overline{1, n}, \\ U_{Si}(t) = U_{I(i-1)}(t) - U_D(t); \quad i = \overline{2, n}, \\ U_C(t) = \begin{cases} 1, & U_{In}(t) > 0, \\ 0, & U_{In}(t) \leq 0, \end{cases} \\ U_G(t) = \begin{cases} 1, & t \in [k \times T, (k + 0,5) \times T], \\ 0, & t \in ((k + 0,5) \times T, (k + 1) \times T), \end{cases} \\ N_X(t) = \begin{cases} U_C(t), & (U_G(t) = 1) \wedge (U_G(t - \Delta t) = 0), \\ N_X(t - \Delta t), & \end{cases} \\ U_D(t) = \begin{cases} E, & N_X(t) = 1, \\ -E, & N_X(t) = 0, \end{cases} \end{array} \right. \quad (1)$$

де U_X – вхідна напруга; N_X – послідовність вихідних імпульсів, які відповідають напрузі U_X ; $U_{S1} \dots U_{Sn}, U_{I1} \dots U_{In}, U_C, U_G, U_D$ – напруги у відповідних точках схеми СДМ; τ – постійна часу інтегратора; T – період генератора тактових імпульсів; k – ціле число; $\Delta t \rightarrow 0$ – крок часу моделювання; E – напруга калібрування АЦП.

Виходячи з (1), вихідний код n АЦП розраховують як

$$n = \frac{1}{T} \times \int_{t1}^{t1+M \times T} N_X(t) dt, \quad (2)$$

де $M = 2^K$ – максимальне число квантів АЦП, яке визначається його розрядністю K ; $t1$ – час, необхідний інтегратору для “входження” в робочий режим (закінчення перехідного процесу формування періодичного вихідного сигналу, пов’язаного з перезарядом початкового значення заряду конденсатора).

Враховуючи, що вихідний сигнал СДМ є синхронним та дискретним, вираз (2) можна записати так:

$$n = \sum_{i=l}^{l+M} N_X(i \times T), \quad (3)$$

де $l = \frac{t1}{T}$ – кількість відліків за час $t1$, які не враховуються для закінчення зазначеного перехідного процесу.

Вхідну напругу АЦП за результатами перетворення розраховують згідно з

$$U'_X = 2 \times E \left(\frac{n}{M} - 0,5 \right).$$

Розроблена лінійна імітаційна модель орієнтована на аналіз у часовій області і реалізує принцип асинхронного інкрементного моделювання зі сталим кроком дискретизації. Модель реалізована мовою програмування C++.

Імітаційна модель СДМ, що враховує нелінійність інтегратора. Основними параметрами, які зумовлюють нелінійність інтегратора, є обмежена смуга

пропускання та обмежений коефіцієнт підсилення його підсилювача [16, 17]. Вагомий вплив цих факторів зумовлений тим, що частота роботи інтегратора відповідає частоті генератора тактових імпульсів, яка, наприклад, для АЦП типу AD7714 становить 1 або 2,5 МГц.

Вплив обмеженої смуги пропускання підсилювача інтегратора на вихідний сигнал доцільно записати як затримку [13]

$$U_{ii}^S(t + t_D) = U_{ii}(t); \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

де $U_{ii}^S(t)$ – спотворений вихідний сигнал i -го інтегратора; t_D – час затримки інтегратора.

Вплив обмеженого коефіцієнта підсилення підсилювача інтегратора пропонується врахувати як лінійну зміну постійної часу інтегрування виразу (1) від значення вихідної напруги інтегратора, що після інтегрування забезпечить апроксимацію ФП інтегратора фрагментом параболи [13]

$$\tau = \tau_0 \times (1 + s \times k_\tau \times U'_{ii}); \quad s = \begin{cases} -1, & U'_{ii} > 0 \\ +1, & U'_{ii} < 0 \end{cases}; \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

де τ_0 – “початкове” значення постійної часу інтегрування; s – множник, який забезпечує симетричні зміни значення сталої часу інтегрування для від’ємних та додатних напруг; k_τ – відносна зміна постійної часу інтегрування в діапазоні можливих вихідних напруг інтегратора; U'_{ii} – вихідна напруга інтегратора на попередньому кроці інтегрування.

Апробація моделі. Верифікація розробленої імітаційної моделі проведена шляхом аналізу параметрів лінійної імітаційної моделі СДМ та моделі СДМ, що враховує нелінійність інтегратора. ФП лінійного СДМ є ступінчатою функцією, яку можна лінеаризувати відрізком прямої, що проходить через початок координат, а похибка лінеаризації не перевищує одиниці молодшого розряду. Нелінійність ФП лінеаризованої моделі дорівнює нулю по всьому діапазону перетворення.

Для лінійної моделі СДМ на рис. 2 зображено часові залежності сигналів модуляторів другого та третього порядку для вхідних напруг 0 та 2,5 В. На залежностях вхідну напругу позначено символами ‘×’, вихідний сигнал – символами ‘◇’, решта криві – вихідні сигнали інтеграторів. Ці залежності за формою відповідають сигналам у відповідних точках СДМ, що описані у літературних джерелах [8, 18, 19]. Отже розроблену лінійну імітаційну модель СДМ можна вважати адекватною.

На рис. 3 зображено похибку нелінійності ФП моделі СДМ другого та третього порядку з нелінійним інтегратором. Задані значення нелінійності інтегратора становлять 0,1; 0,03 та 0,01%. Амплітуди кривих похибки нелінійності ФП моделі СДМ поступово спадають зі зменшенням заданої нелінійності інтегратора. Одиниця молодшого розряду досліджуваної моделі СДМ дорівнює 10 мкВ. Звідси максимальна нелінійність ФП СДМ при нелінійності інтегратора 0,1% становить 32 та 41 кванти для СДМ другого та третього порядку відповідно. Отримані результати дещо подібні до результатів, отриманих в [13] для модулятора першого порядку, а саме: (i) отримані функції нелінійності СДМ – непарні; (ii) їхній характер має складну форму і потребує детальнішого дослідження; (iii) детальніше дослідження можна проводити для вхідних напруг однієї полярності. Однак характер отриманих кривих відрізняється від описаних в [13], отже, потребує детальнішого дослідження.

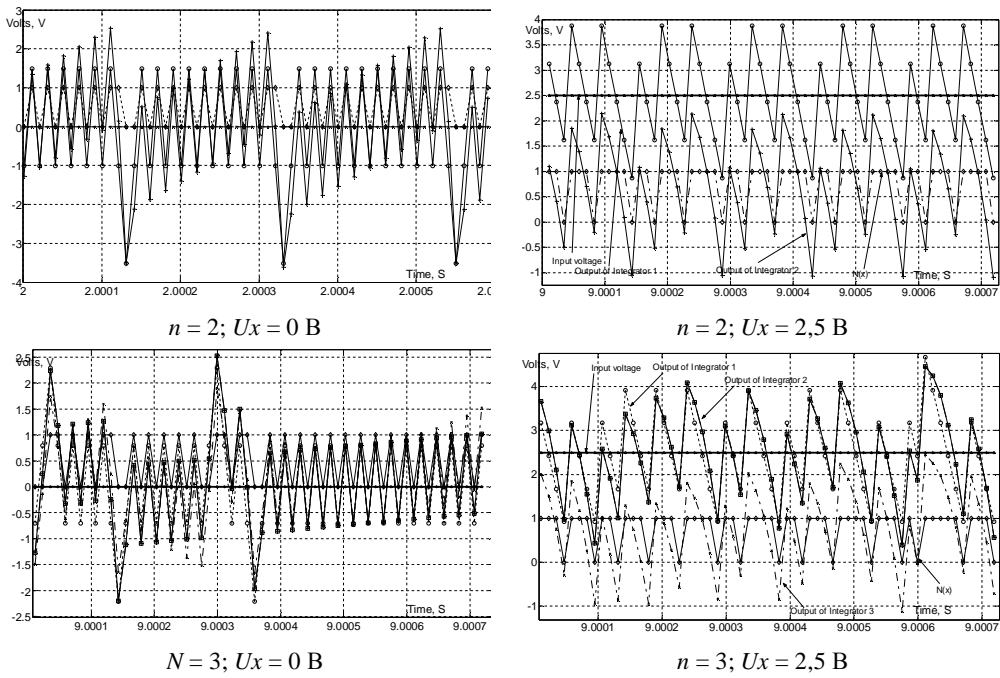


Рис. 2. Залежність вихідних сигналів компонентів лінеаризованої моделі СДМ від часу.

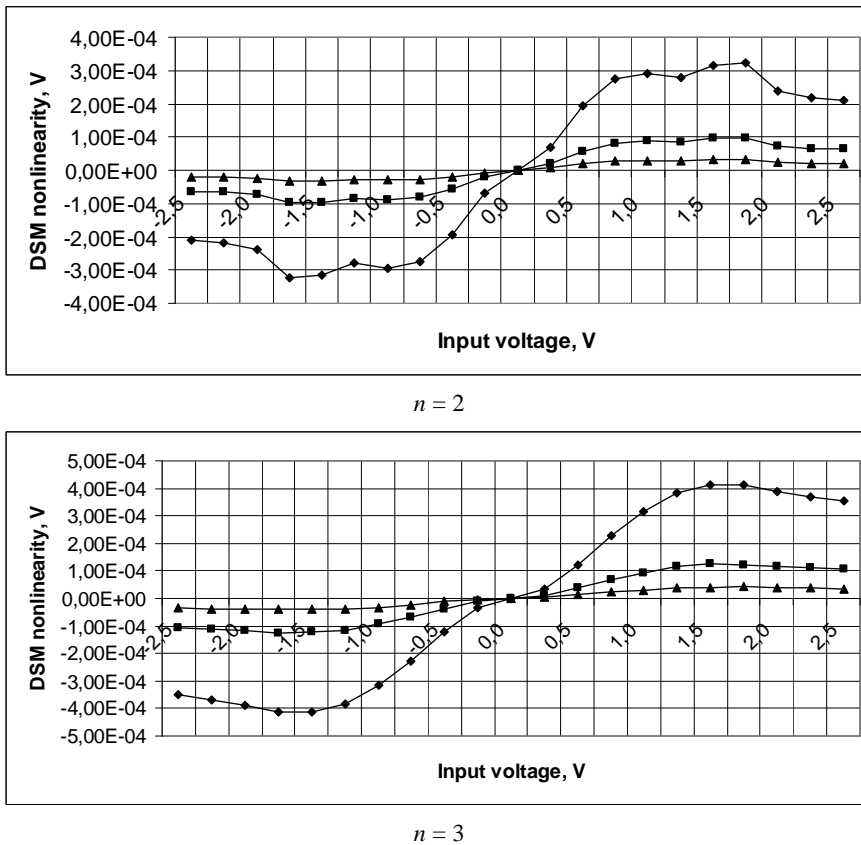


Рис. 3. Нелінійність функції перетворення моделі СДМ з нелінійним інтегратором.

Дослідження впливу коефіцієнта підсилення підсилювача інтегратора на нелінійність СДМ. Графіки похибки нелінійності ФП СДМ для АЦП з чутливістю 10 мкВ та значеннями нелінійності інтегратора 0,1; 0,03 та 0,01%, спричиненої обмеженим значенням коефіцієнта підсилення підсилювача інтегратора, зображені на рис. 4 і 5. Як видно з цих графіків:

- криві похибки нелінійності СДМ другого і третього порядку залишаються складними;

- для однотипних СДМ ці криві подібні одна до одної (є функціями одного виду) і відрізняються між собою лише амплітудою, ця амплітуда прямо пропорційна величині нелінійності ФП інтегратора;

- максимальне значення нелінійності у всіх випадках досягається при вхідній напрузі СДМ, що дорівнює 1,7...1,8 В для СДМ другого порядку, та 1,6 В для СДМ третього порядку.

Отже, дослідження впливу нелінійності інтегратора на нелінійність ФП СДМ слід проводити саме в околі цих вхідних напруг.

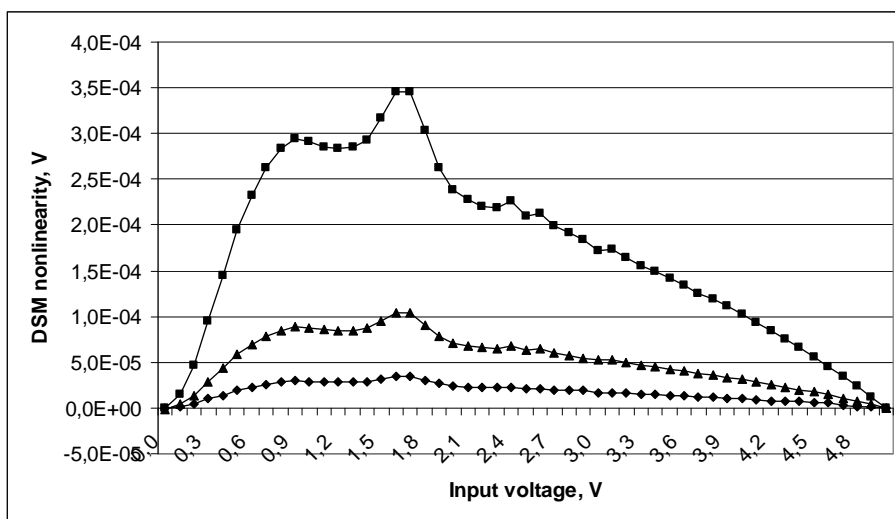


Рис. 4. Нелінійність ФП моделі СДМ 2-го порядку з нелінійністю інтегратора, зумовленою обмеженням коефіцієнта підсилення його підсилювача.

Дослідження модулятора третього порядку виявили, що він, як система автоматичного регулювання, втрачає стійкість, коли вхідна напруга виходить за межі $\pm 3,1$ В. Це можна пояснити тим, що, при багатократному інтегруванні, напруга на виході одного з інтеграторів (в деякий момент) стає більшою, ніж напруга на виході ЦАП зворотного зв'язку. Це призводить до того, що наступний інтегратор не може розрядитися і заходить в режим насичення. Для усунення цього явища необхідно, або збільшувати напругу ЦАП зворотного зв'язку або вибирати постійні часу інтеграторів нерівними між собою.

На рис. 6 подано залежності максимального значення похибки нелінійності СДМ, приведені до діапазону перетворення, від рівня нелінійності інтегратора. Дослідження проведено для вхідних напруг, для яких абсолютна похибка нелінійності набуває максимального значення. Крива, позначена символами “◆”, показує нелінійність ФП СДМ другого порядку, крива, позначена символами “■” – СДМ третього порядку. Якщо розглядати СДМ як передавальну ланку, вхідним параметром якої є нелінійність інтегратора, а вихідною – нелінійність ФП СДМ, то її функцією перетворення, згідно з рис. 6, є коефіцієнт пропорційності. Для СДМ другого порядку цей коефіцієнт пропорційності становить $(7 \pm 1) \times 10^{-2}$, а

для СДМ третього порядку – $(7,7 \pm 1) \times 10^{-2}$. Розкид значень коефіцієнта пропорційності можна пояснити накопиченням похибки розрахунків при імітаційному моделюванні. Отже, СДМ, з погляду впливу нелінійності інтегратора на нелінійність його ФП, можна представити як пропорційну ланку з коефіцієнтом подавлення, що дорівнює 12,5...16,7 для СДМ другого порядку, та з коефіцієнтом подавлення, що дорівнює 11,5...15 для СДМ третього порядку.

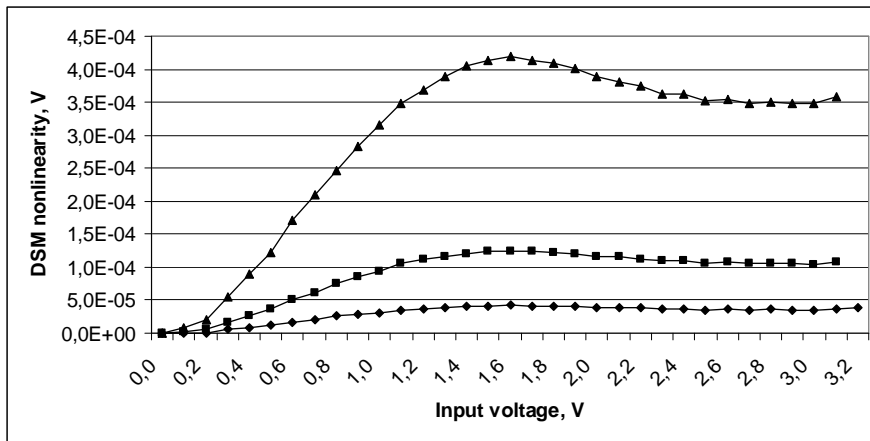


Рис. 5. Нелінійність ФП моделі СДМ 3-го порядку з нелінійністю інтегратора, зумовленою обмеженням коефіцієнта підсилення його підсилювача.

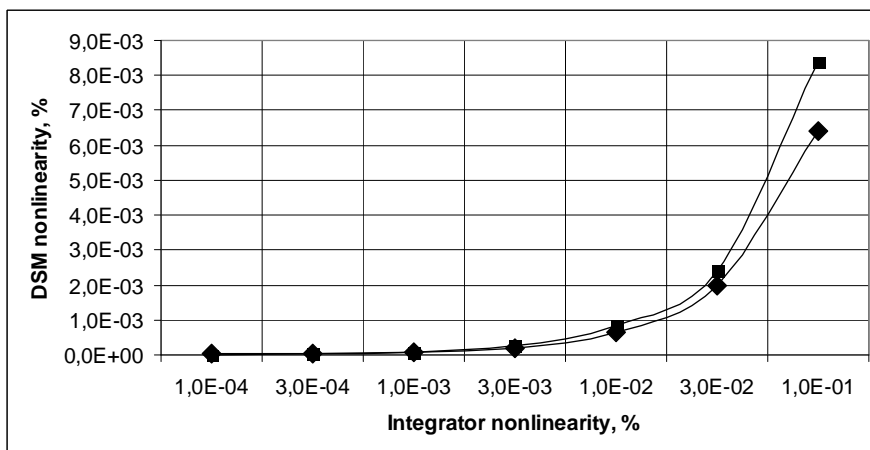


Рис. 6. Залежність нелінійності СДМ від нелінійності інтегратора.

ВИСНОВКИ

Розроблена імітаційна модель однобітного сигма-дельта модулятора другого і третього порядку, в якій інтегратор представлено як нелінійну субмодель, дала змогу дослідити вплив параметрів нелінійності функції перетворення інтегратора на нелінійність функції перетворення модулятора та аналого-цифрового перетворювача на його базі. Проведені дослідження дали можливість виявити такі особливості:

- обмеження коефіцієнта підсилення підсилювача інтегратора має складний характер впливу на нелінійність функції перетворення дельта-сигма модулятора та АЦП на його основі;
- максимальне значення нелінійності функції перетворення дельта-сигма модулятора, зумовлене обмеженим коефіцієнтом підсилення підсилювача інтегратора, пропорційне до нелінійності інтегратора.

- коефіцієнт пропорційності між нелінійністю функції перетворення дельта-сигма модулятора і нелінійністю інтегратора становить приблизно $(7\pm 1)\times 10^{-2}$ для ДСМ другого порядку, та $(7\pm 1)\times 10^{-2}$ для ДСМ третього порядку. Тобто дельта-сигма модулятор другого порядку в цілому зменшує (подавлює) нелінійність інтегратора в, приблизно, 14,6 раза, а модулятор третього порядку – в 13,3 раза. Отже, за умови реалізації з допомогою однакової елементної бази нелінійність дельта-сигма модулятора третього порядку на 10 % вища за нелінійність модулятора другого порядку.

1. Fowler K. Part 7: analog-to-digital conversion in real-time systems // IEEE Instrumentation & Measurement Magazine. – 2003. – 6, № 3. – P. 58–64.
2. Kester W. Which ADC Architecture Is Right for Your Application? // Analog Dialogue. – 2005. – 39, № 2. – P. 11–19 (URL: <http://www.analog.com/library/analogdialogue/archives/39-06/architecture.pdf>).
3. A/D Converters (URL: <http://www.analog.com/en/analog-to-digital-converters/ad-converters/products/index.html>)
4. Texas Instruments. Product Tree / Parametric Search (URL: http://focus.ti.com/analog/docs/data-converters/shom_e.tsp?familyId=82&contentType=4&DCMP=TIHeaderTracking&HQS=Other++OT+hdr_p_dc)
5. Intersil Parametric Data Display for Data Converters (URL: http://www.intersil.com/products/pt/parametric_table_20291.asp)
6. 24-Bit Sigma-Delta, Signal Conditioning ADC with 2 Analog Input Channels - AD7714 Data Sheets (<http://www.analog.com/en/analog-to-digital-converters/ad-converters/ad7714/products/product.html>)
7. Кочан Р. В. Використання АЦП для вимірювання за методом заміщення // Український метрологічний журнал. – 2010. – № 3. – С. 11–16.
8. Аналого-цифровое преобразование / Под. ред. Уолта Кестера. – М.: Техносфера, 2007. – 1016 с.
9. Кочан Р., Кочан О. Прецизійний блок збору даних з дистанційним перепрограмуванням // Міжн. наук.-техн. журн. “Комп’ютеринг”. – 2004. – 3, № 3. – С. 82–92.
10. Кочан Р. В., Кочан О. В. Пристрій визначення інтегральної нелінійності характеристики перетворення аналого-цифрових перетворювачів. Пат. 200703921 Україна, МПК 7H01H51/00. Заявл. 10.04.2007.
11. Кочан Р. В., Кочан О. В. Спосіб визначення інтегральної нелінійності характеристики перетворення аналого-цифрових перетворювачів // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2008. – № 68. – С. 55–59.
12. Кочан Р. Лінеаризація характеристики перетворення аналого-цифрових перетворювачів з високою роздільною здатністю // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 2. – С. 7–12.
13. Кочан Р. Вплив параметрів інтегратора на нелінійність дельта-сигма модулятора. Матеріали X-ї Міжнар. конф. “Контроль і управління в складних системах” (КУСС-2010). 19–21 жовт. 2010. – Вінниця. – С. 130.
14. An Overview of Sigma-Delta Converters: How a I-bit ADC achieves more than 16-bit resolution / P. M. Aziz, H. V. Sorensen, and J. V. Der Spiegel // IEEE Signal Processing Magazine. – 1996. – P. 61–84.
15. Kochan R., Klym H. Simulation Model of Delta-Sigma Modulator // CD of Xth Int. Conf. “Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science” TCSET’2010. February 23–27, 2010. – Lviv–Slavske. (URL: CD/articles/248_article.pdf).
16. Марше Ж. Операционные усилители и их применение / Пер. с франц. – Л.: Энергия, 1974. – 216 с.
17. Орнатский П. П. Автоматические измерения и приборы: Уч. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – К.: Выщ. шк. Головное изд-во, 1980 – 560 с.
18. Domenico Luca Carni, Domenico Grimaldi. State of Art on the Tests for $\Sigma\Delta$ ADC. 15th IMECO TC4 Symposium and 12th Workshop on ADC Modelling and Testing, September 19–21, 2007, Iași, Romania.
19. Шахов Э. К. $\Sigma\Delta$ -АЦП: процессы передискретизации, шейпинга шума квантования и децимации // Датчики и системы. – 2006. – № 11. – С. 50–57.