

ВІДТВОРЕННЯ ПРОСТОРОВОЇ МЕЗОСТРУКТУРИ ПОЛІДИСПЕРСНИХ ПОРОШКОВИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА СИГНАЛОМ СЕНСОРА ДИФУЗНОГО ВІДБИВАННЯ СВІТЛА

The conditions of realisation of non-destructive express-analysis of polydisperse powder material's spatial mesostructure are considered. And the algorithms of reconstruction of mesostructure from diffuse reflected light characteristics are analysed. It is proposed to construct the algorithm on the base of the reverse Monte Carlo method with the direct Monte Carlo simulation of light propagation in medium represented with discrete-particulate model.

Key words: *polydisperse powder materials, spatial mesostructure, non-destructive analysis, diffuse light reflection, algorithms of reconstruction.*

На основі розгляду умов здійснення неруйнівного експрес-контролю просторової мезоструктури полідисперсних порошкових матеріалів проаналізовано алгоритми відтворення мезоструктури за характеристиками дифузного відбивання світла. Запропоновано будувати алгоритм на основі зворотного методу Монте–Карло з прямою Монте–Карло симуляцією поширення світла у середовищі, представленому дискретно-частинковою моделлю.

Ключові слова: *полідисперсні порошкові матеріали, просторова мезоструктура, неруйнівний контроль, дифузне відбивання світла, алгоритми відтворення.*

Важливу роль у сучасних порошкових технологіях синтезу нових матеріалів відіграє просторова мезоструктура та дисперсний склад вихідних порошкових матеріалів на тих чи інших технологічних стадіях. Особлива роль цих характеристик виявляється під час формування гетерогенних [6, 2] композиційних матеріалів. Зокрема, утворення механічно міцних агрегатів частинок в процесі їх отримання і подальшої обробки, а також додаткове подрібнення у процесі змішування багатокомпонентних чи полідисперсних порошоків призводять до неоднорідної дисперсності і, як наслідок, до неоднорідної упаковки частинок під час пресування і спікання, що впливає на розподіл пор і зерен у готових спечених виробках [7]. До таких же наслідків може призводити порушення однорідності упаковки частинок під час застосування віброущільнення (утруски) внаслідок явища сепарації за розмірами [10]. Тому перед пресуванням порошкових формовок необхідно досягати заданої просторової мезоструктури та оптимального дисперсного складу.

Отже, доцільно контролювати просторову мезоструктуру та дисперсний склад вихідних порошкових матеріалів на різних стадіях їх підготовки, змішування та компактування, а іноді (де це можливо) – і після пресування з метою контролю пористості та однорідності упаковки. Досить очевидно, що перевагу слід надавати неруйнівним методам контролю, оскільки вони не потребують довготривалих операцій попередньої підготовки зразків для аналізу і головне – не порушують структури досліджуваних матеріалів. Слід також брати до уваги, що контроль параметрів порошкових матеріалів часто доцільно здійснювати у безпосередній близькості від місць, де відбуваються відповідні технологічні процеси. Це зумовлює досить жорсткі вимоги до відповідних засобів контролю, зокрема, щодо їх компактності та надійності.

Одним з небагатьох методів, що задовольняють зазначені вимоги, є вимірювання характеристик дифузного відбивання світла щільноупакованими дисперсними середовищами [3, 9, 15]. У більшості оптичних схем, що реалізують цей метод, зондування поверхні досліджуваного середовища чи матеріалу здійснюється

за допомогою вузького сфокусованого пучка світла типу “stylus” (рис. 1). Це дає змогу навіть для компактних сенсорів досить точно вимірювати кутову характеристику дифузного відбивання світла, оскільки сигнал реєструється в зоні дальнього поля для групи частинок, що розміщені на маленькій за розмірами освітленій ділянці поверхні досліджуваного середовища. Однак для полідисперсних або багатокомпонентних (за розмірами) порошкових матеріалів (рис. 2), а особливо для матеріалів із суттєво невпорядкованим розміщенням частинок (рис. 3) така маленька ділянка не буде репрезентативно відображати дисперсний склад та просторову мезоструктуру досліджуваного середовища чи матеріалу.

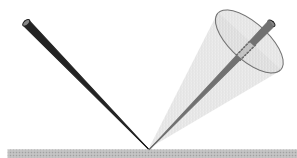


Рис. 1.

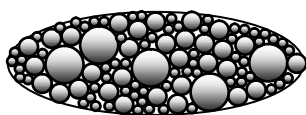


Рис. 2.

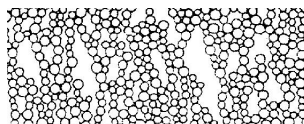


Рис. 3.

Рис. 1. Зондування поверхні за допомогою вузького сфокусованого пучка світла.

Рис. 2. Мезоструктура щільноупакованого полідисперсного порошкового матеріалу.

Рис. 3. Мезоструктура полідисперсного порошкового матеріалу з великими флуктуаціями щільності упаковки.

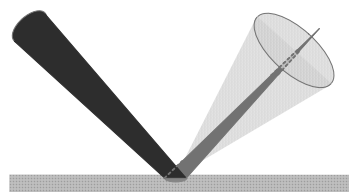


Рис. 4. Зондування поверхні за допомогою пучка променів, сфокусованого на приймачі світла.

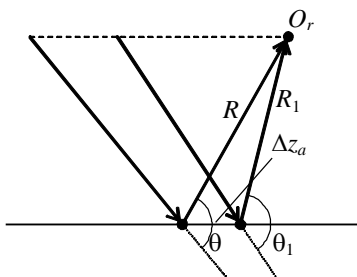


Рис. 5. Конфігурація променів за близького розміщення приймача світла від великої освітленої ділянки з діаметром Δz_a (O_r – точка на приймачі світла, R , R_1 – відстань від різних країв освітленої ділянки до точки на приймачі світла, θ , θ_1 – кути розсіювання променів, що реєструються приймачем світла).

Зокрема, у [8] доведено, що площа елементарної структурної ділянки (репрезентативної ділянки) полідисперсного щільноупакованого середовища (без врахування розподілу пор) може сягати декількох квадратних міліметрів. Врахування розміру пор може збільшити розмір репрезентативної ділянки до декількох міліметрів. За цих умов оптичний сигнал, отриманий за допомогою вузько сфокусованого пучка світла, теж не буде репрезентативно відображати структуру досліджуваного середовища. Для забезпечення репрезентативності сигналу необхідно або застосовувати дорогу і чутливу до зовнішніх впливів міросканувальну техніку, або ж збільшувати площу освітленої ділянки, як, наприклад, на рис. 4. В останньому випадку вже не можна нехтувати розмірами освітленої ділянки порівняно з відстанню до приймача світла (рис. 5). Це означає, що сигнал вже не реєструється в зоні дальнього поля, а отже, освітлену ділянку не можна розглядати як точкове дифузне джерело світла без внутрішньої структури. Навпаки, сигнал у заданій точці спостереження, що формується як сума інтенсивностей променів, які приходять з усіх точок освітленої ділянки, суттєво залежить від поверхневої структури дифузного відбивання світла. Це ви-

магає ревізії як методів моделювання взаємодії світла з порошковими матеріалами, так і методів обернення сигналів дифузного відбивання світла у параметри просторової мезоструктури та дисперсного складу.

У цій статті здійснюється аналіз підходів до формулювання і розв'язування оберненої задачі відтворення просторової мезоструктури і дисперсного складу полідисперсних порошкових матеріалів за сигналом сенсора дифузного відбивання світла, отриманим у зоні ближнього поля для освітленої репрезентативної ділянки досліджуваного матеріалу. На підставі цього аналізу запропоновано загальний алгоритм розв'язування вищезазначеної оберненої задачі, що не базується на розв'язку рівняння переносу випромінювання (ПВ) та понятті елементарного розсіювального об'єму.

Основні означення та вирази. Нехай маємо полідисперсний порошок матеріал, представлений сферичними частинками декількох різних фіксованих розмірів (діаметрів) d_q . Основними просторово-структурними характеристиками такого матеріалу є його просторова (на відміну від поверхневої чи лінійної) концентрація або просто концентрація, дисперсний склад та просторова конфігурація (взаємне розміщення) частинок.

Залежно від поставлених задач розрізняють лічильну концентрацію $n^{(3)}=N/V$, об'ємну концентрацію (коефіцієнт заповнення) $v^{(3)} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N v_i$ та концентрацію

площі поперечних перерізів $s^{(3)} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N s_i$, де N – кількість частинок в об'ємі V до-

сліджуваного матеріалу, v_i та s_i – відповідно, об'ємна площа поперечного перерізу i -ї частинки. Індекс “(3)” вказує на те, що розглядається просторова концентрація.

Дисперсний склад порошку в загальному випадку виражається набором відношень N_q/N , де N_q – кількість частинок q -ї розмірної компоненти. Для повністю полідисперсних порошоків, у яких не можна виділити монодисперсних компонент із розмірами частинок d_q , N_q означає кількість частинок q -ї фракції, в яку входять частинки з розмірами, що лежать в інтервалі $[d_{q \min}, d_{q \max}]$.

Просторова конфігурація частинок для монодисперсних порошкових матеріалів описується радіальною функцією розподілу (РФР) $g(r)$, яка для заданого значення r визначається як усереднене за всіма положеннями деякої вибраної частинки відношення кількості частинок $dN(r)$ у сферичному шарі з центром у вибраній частинці, радіусом r і товщиною dr (див. рис. 6) до кількості частинок у цьому шарі за умови їх рівномірного розподілу [4]:

$$g(r) = \frac{\langle dN(r) \rangle}{4\pi r^2 n^{(3)} dr}. \quad (1)$$

Для полідисперсних (багатокомпонентних) порошкових матеріалів опис просторової конфігурації частинок здійснюється за допомогою набору із P^2 парціальних РФР $g_{qp}(r)$, $q, p=1, P$ (див. рис. 7), де P – кількість компонент (фракцій). За цим набором функцій можна визначити, наскільки впорядковано чи хаотично розміщені частинки, наскільки ізольовані чи зв'язані частинки тої чи іншої компоненти, як розподілені пори в досліджуваному матеріалі тощо. Тобто набір $g_{qp}(r)$ досить детально описує просторову мезоструктуру порошкових матеріалів.

Нехай тепер на поверхню досліджуваного порошкового матеріалу падає під кутом θ^i плоска електромагнітна хвиля зондувального випромінювання (рис. 8).

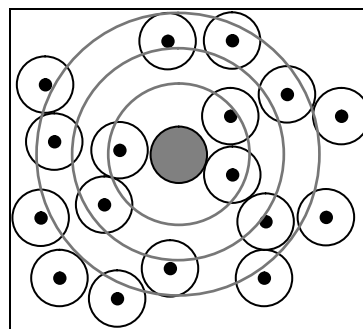


Рис. 6. До побудови радіальної функції розподілу.

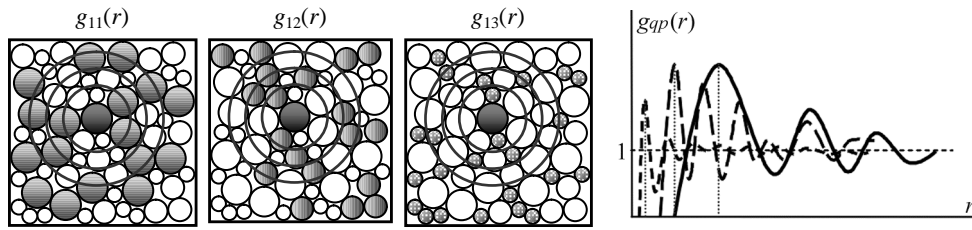


Рис. 7. До побудови парціальних радіальних функцій розподілу.

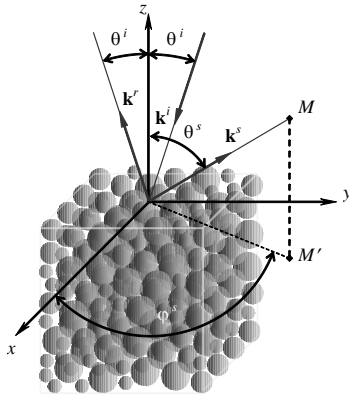


Рис. 8. До розгляду розсіювання електромагнітних хвиль системою щільноупакованих частинок (порошковим матеріалом).

Поле U в деякій точці спостереження M , заданій радіус-вектором \mathbf{R} , напрям якого визначається кутами розсіювання θ^s, φ^s (див. рис. 8), буде формуватись унаслідок одноразового та багаторазового розсіювання хвиль на частинках матеріалу. Для цього поля на основі фундаментальних рівнянь теорії багаторазового розсіювання хвиль (БРХ) [11] можна записати вираз у вигляді розкладу за кратностями розсіювання:

$$U = U_0^i + \sum_{j=1}^N u_{0j} U_j^i + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1, k \neq j}^N u_{jk} u_{jk} U_k^i + \dots, \quad (2)$$

де U_0^i – амплітуда падаючого поля в точці M , u_{0j} – оператор розсіювання падаючого поля j -ю частинкою, u_{jk} – оператор розсіювання j -ю частинкою поля, вже розсіяного k -ю частинкою,

U_j^i, U_k^i – амплітуди падаючого поля для j -ї та k -ї частинок.

Поле U можна записати також як суму середнього (когерентного) поля та некогерентної (флуктуаційної) складової [5]:

$$U = \langle U \rangle + U_{\text{нк}}, \quad (3)$$

де $\langle U \rangle$ – поле (2), усереднене за всіма можливими конфігураціями частинок, а $\langle U_{\text{нк}} \rangle = 0$.

Квадрат амплітуди когерентного поля називають когерентною інтенсивністю I_k , а середній квадрат амплітуди $\langle |U_{\text{нк}}(\mathbf{R})|^2 \rangle$ – некогерентною інтенсивністю $I_{\text{нк}}$. Повна інтенсивність I є сумою когерентної та некогерентної інтенсивностей:

$$I = \langle |U(\mathbf{R})|^2 \rangle = I_k + I_{\text{нк}}. \quad (4)$$

За теорією ПВ I_k та $I_{\text{нк}}$ відповідають напрямленому і дифузному потокам світла [1].

Для некогерентної інтенсивності у випадку монодисперсних частинок можна записати [4]:

$$I_{\text{нк}}(\mathbf{k}^s, \mathbf{k}^i) = n^{(3)} |U'(\mathbf{R})|^2 S(\mathbf{k}^s, \mathbf{k}^i), \quad (5)$$

де $\mathbf{k}^i, \mathbf{k}^s$ – хвильові вектори падаючої та розсіяної хвиль, $U'(\mathbf{R})$ – амплітуда поля, розсіяного частинками (члени 1-го та вищого порядків розсіювання у виразі (2)), $S(\mathbf{k}^s, \mathbf{k}^i)$ – структурний фактор, який виражається через РФР $g(r)$ за допомогою перетворення Фур'є для $[g(r)-1]$:

$$S(\mathbf{k}) = 1 + n^{(3)} \int [g(r)-1] e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3 \mathbf{r}, \quad (6)$$

де $\mathbf{k} = \mathbf{k}^s - \mathbf{k}^i$, \mathbf{r} – координати відносно центральної частинки, $r = |\mathbf{r}|$.

Для вертикального падіння променя на поверхню порошкового матеріалу можна записати

$$I_{\text{нк}}(\gamma) = I_0 Q_{\text{sca}} s^{(3)} i_s(\gamma) S(\gamma), \quad (7)$$

де γ – кут між \mathbf{k}^i та \mathbf{k}^s , Q_{sca} – фактор ефективності розсіювання однієї частинки, $i_s(\gamma)$ – індикатриса розсіювання частинки.

Для полідисперсних порошоків у загальному випадку можна записати [4]

$$I_{\hat{\mathbf{e}}}(\mathbf{k}) = n^{(3)} \left(\sum_q \frac{n_q}{n^{(3)}} \langle |U'_q(\mathbf{R})|^2 \rangle + \sum_q \sum_p \frac{n_q}{n^{(3)}} \frac{n_p}{n^{(3)}} \langle |U'_q(\mathbf{R})| \rangle \langle |U'_p(\mathbf{R})| \rangle [S_{qp}(\mathbf{k}) - 1] \right), \quad (8)$$

де n_q, n_p – фракційні лічильні концентрації, $S_{qp}(\mathbf{k})$ – парціальні структурні фактори, для яких

$$S_{qp}(\mathbf{k}) = 1 + n^{(3)} \int [g_{qp}(r) - 1] e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3 \mathbf{r}. \quad (9)$$

Аналіз методів відтворення радіальної функції розподілу із кутової характеристики дифузного відбивання. Розглянемо випадок, коли зондувальний промінь інтенсивністю I_0 падає вертикально на поверхню порошкового матеріалу (рис. 9), що складається зі сферичних частинок, для яких відомі діаметр d , густина ρ та оптичні константи \tilde{n} . Кутова залежність інтенсивності некогерентно розсіяного світла описується виразом (7). Вимірюючи загальний об'єм V та масу m порошкового матеріалу, а також кутову залежність $I_{\text{нк}}(\gamma)$ (рис. 10, [4]), можна розрахувати РФР згідно з наступним алгоритмом.

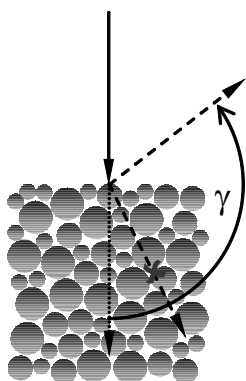


Рис. 9.

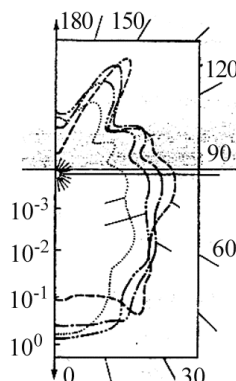


Рис. 10.

Рис. 9. Вертикальне падіння променя на поверхню порошкового матеріалу.

Рис. 10. Кутова характеристика $I_{\text{нк}}(\gamma)$ для різних коефіцієнтів заповнення [4].

Із V та m розраховують коефіцієнт заповнення, лічильну концентрацію та просторову концентрацію площ поперечних перерізів частинок. Також на основі формул Мі розраховують $i_s(\gamma; \tilde{n}, d)$ та $Q_{\text{sca}}(\tilde{n}, d)$. Із формули (7) розраховують структурний фактор $S(\gamma)$, із якого за допомогою зворотного перетворення Фур'є на основі виразу (6) розраховують РФР $g(r)$.

Однак практична реалізація цього алгоритму для методів неруйнівного експрес-контролю неможлива з ряду причин. Найочевиднішою з них є те, що $I_{\text{нк}}(\gamma)$ вимірюють не в усьому діапазоні кутів $[0, \pi]$, а у відносно вузькому проміжку $[\gamma_1, \gamma_2]$ із верхньої півсфери розсіювання світла $[\pi/2, \pi]$. А тому здійснити коректно зворотне перетворення Фур'є для розрахунку $g(r)$ не вдасться. Крім того, у випадку щільних полідисперсних упаковок здійснити коректний розрахунок $i_s(\gamma)$ та Q_{sca} неможливо, зважаючи на ефекти екранування частинок. Отже, пряме аналі-

тичне відтворення радіальної функції розподілу із кутової характеристики дифузного відбивання світла приречене на невдачу.

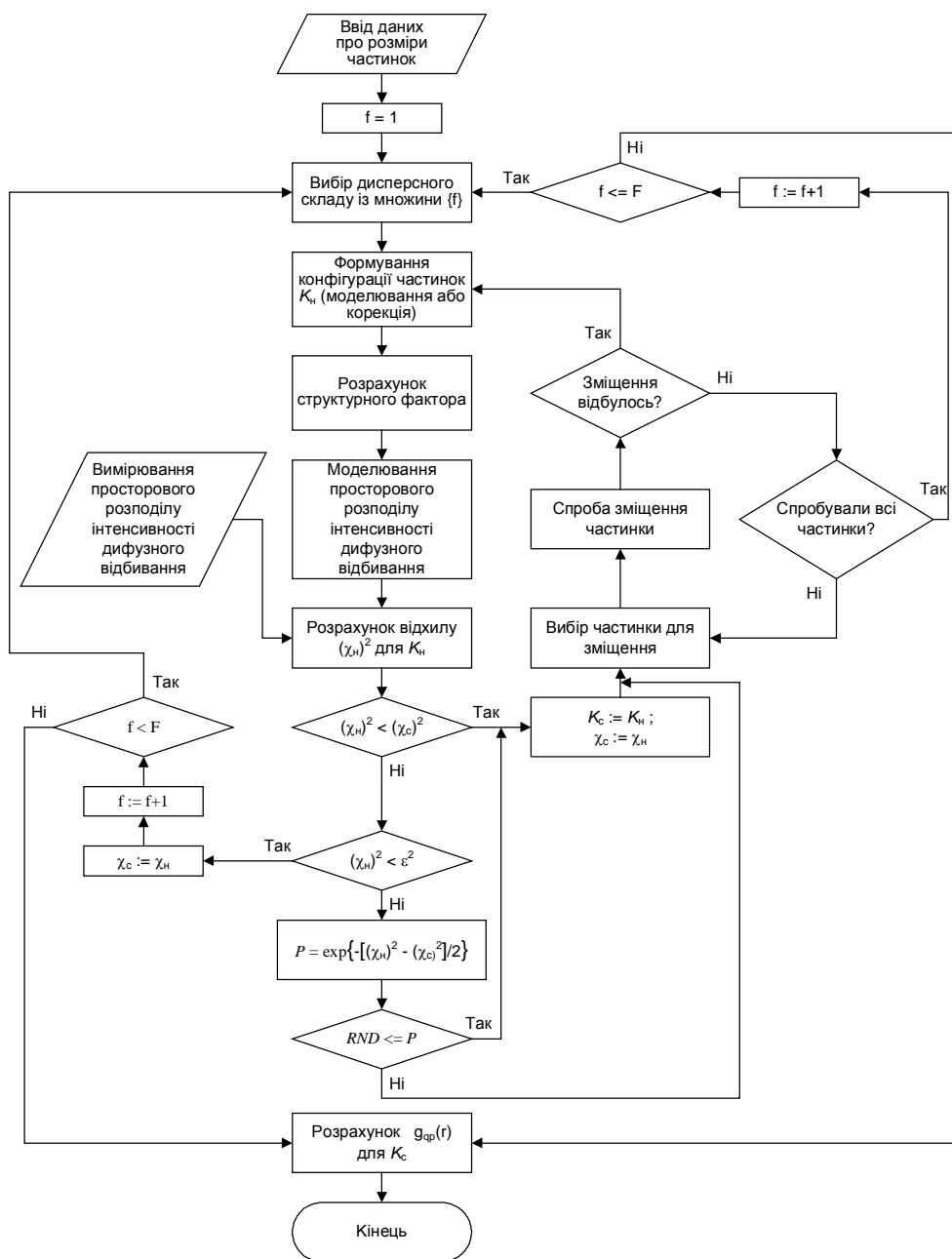


Рис. 11. Структура алгоритму зворотного методу Монте-Карло.

У 1988 р. Лашло Пуштаї та Роберт Мак-Гриві запропонували оригінальний чисельний алгоритм відтворення просторової конфігурації частинок у невпорядкованих щільноупакованих середовищах на основі вимірювання кутової характеристики дифузного відбивання світла – так званий зворотний метод Монте-Карло [12]. Суть його полягає у мінімізації відхилення між вимірюваною $I_{\text{вим}}(\gamma)$ та розрахованою $I_{\text{мод}}(\gamma)$ кутовими характеристиками дифузного відбивання світла на множині модельованих допустимих конфігурацій системи частинок завдяки покрово-

вим змінам конфігурації шляхом невеликих переміщень довільних частинок. Відхил для заданої змодельованої просторової конфігурації системи частинок можна записати як

$$\chi^2 = \sum_i \left[I_{\text{і і а}}(\gamma_i) - I_{\text{а е і}}(\gamma_i) \right]^2 / \sigma_i^2, \quad (10)$$

де σ_i – ваговий коефіцієнт.

Для кожної нової просторової конфігурації частинок розраховують нове значення $I_{\text{мод}}(\gamma)$, на основі якої будують нове значення відхилу χ_n згідно з (10), яке порівнюють з попереднім значенням χ_c . Якщо $\chi_n \leq \chi_c$, то нова конфігурація приймається, а новому значенню відхилу присвоюється статус старого ($\chi_c := \chi_n$). Якщо ж $\chi_n > \chi_c$, то нова конфігурація теж може бути прийнята, але з імовірністю $\exp[-(\chi_n^2 - \chi_c^2)/2]$. Це дає змогу уникнути передчасної зупинки алгоритму в локальному мінімумі. Модифікації здійснюються доти, доки відхил не досягне заданого мінімального значення. У цьому разі вважають, що остання змодельована конфігурація буде максимально наближеною до реальної.

Структуру алгоритму зображено на рис. 11.

Незважаючи на очевидні переваги описаного алгоритму (кутову характеристику теоретично достатньо вимірювати в довільному зручному діапазоні кутів), слід все ж зауважити, що розрахунок $I_{\text{мод}}(\gamma)$ для щільноупакованих систем за формулою (7) або (8) не є досить коректним з огляду на ті ж ефекти екранування частинок.

Застосування Монте–Карло симуляції для розрахунку кутової характеристики дифузного відбивання. Для врахування ефектів екранування частинок застосовують методи, що базуються на енергетичному рівнянні ПВ [1, 13]:

$$(\mathbf{k}^s \cdot \nabla) I(\mathbf{R}, \mathbf{k}^s) = -\tau I(\mathbf{R}, \mathbf{k}^s) + \int_{4\pi} \sigma(\mathbf{k}^s, \mathbf{k}^i) I(\mathbf{R}, \mathbf{k}^i) d\mathbf{k}^i, \quad (11)$$

де τ – об’ємний показник ослаблення (екстинкції) середовища, $\sigma(\mathbf{k}^s, \mathbf{k}^i)$ – об’ємний показник розсіювання, які визначаються для елементарного розсіювального об’єму v_0 .

Елементарний розсіювальний об’єм – це такий об’єм, для якого ослаблення променів пропорційне до його значення. Для цього він має бути досить малим, щоб іще не спостерігались ефекти екранування, а водночас – досить великим, щоб просторова конфігурація частинок у ньому збігалась із середньою за всім досліджуванним об’ємом V , забезпечуючи відсутність флуктуацій τ і σ .

Рівняння (11) дає змогу розглядати взаємодію світла із розсіювальним середовищем як два взаємозв’язані процеси: збільшення інтенсивності світла у напрямку точки спостереження завдяки відповідній частині розсіяного частинками світла та ослаблення світла внаслідок поглинання і розсіювання як дорогою від джерела світла до центрів розсіювання, так і дорогою від центрів розсіювання до точки спостереження. А отже, це рівняння дає можливість врахувати ефекти екранування.

Одним із ефективних методів, що дають можливість знаходити розв’язки рівняння (11), є метод Монте–Карло симуляції проходження “фотонів” крізь розсіювальне середовище, що розглядається як однорідний континуум елементарних розсіювальних об’ємів з показниками τ і $\sigma(\mathbf{k}^s, \mathbf{k}^i)$. Світловий потік, що потрапляє в таке середовище, можна представити як суму елементарних світлових потоків або “фотонів”. Процес взаємодії світла із середовищем розглядають як суму випадкових марковських ланцюжків зіткнень “фотонів” із середовищем, внаслідок яких “фотони” або розсіюються (змінюють напрям руху), або поглинаються (рис. 12).

Застосування такої симуляції в алгоритмі зворотного методу Монте–Карло замість прямого розрахунку $S(\mathbf{k})$ та розсіяних полів дає змогу в багатьох випадках врахувати ефекти екранування частинок за допомогою показника ослаблення і отримати коректні значення для $I_{\text{мод}}(\gamma)$. При цьому розрахунок τ і $\sigma(\mathbf{k})$ здійснюється для полідисперсних середовищ або простим сумуванням перерізів екстинкції та розсіювання частинок в елементарному об’ємі, або за допомогою наближених емпіричних формул [14].

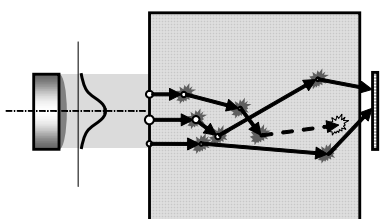


Рис. 12. Монте–Карло симуляція проходження “фотонів” у розсіювальному середовищі.

Однак застосування Монте–Карло симуляції, що базується на рівнянні ПВ та понятті елементарного розсіювального об’єму у випадку полідисперсних порошкових матеріалів та малих відстаней до приймача світла, як частково було зазначено вище, є теж некоректним. Причиною цього є порушення майже всіх умов застосування теорії ПВ [13], а саме: 1) кожна частинка не перебуває в зоні дальнього поля усіх інших частинок, зважаючи на компактне їх розміщення, і точка спостереження не є в зоні дальнього поля усієї групи частинок; 2) не можна нехтувати повторними взаємними переопроміненнями частинок (наближення Тверського) з огляду на компактне розміщення частинок; 3) не можна стверджувати про повну ергодичність системи частинок, зважаючи на їх малу рухливість у щільноупакованих системах; 4) частинки в щільноупакованому середовищі розміщені не цілком хаотично і рівномірно, і не є статистично незалежними внаслідок появи дальнього порядку в таких середовищах.

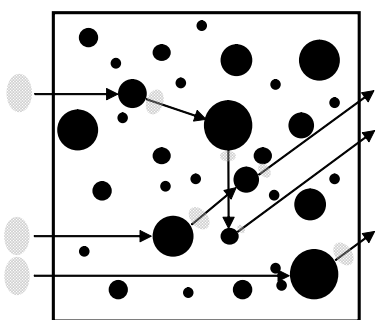


Рис. 13. Монте–Карло симуляція проходження “фотонів” у дискретно-частинковому середовищі.

У цих умовах запропоновано розраховувати кутову залежність інтенсивності дифузного відбивання світла за допомогою Монте–Карло симуляції проходження “фотонів” не у розсіювальному континуумі, а в дискретно-частинковому середовищі. У цьому випадку кожен “фотон” рухається прямолінійно аж до зіткнення з черговою частинкою. Після зіткнення відбувається акт розсіювання, що полягає у випадковій зміні напрямку руху “фотона” у системі координат, пов’язаній із центром цієї частинки, та зміні його ваги відповідно до оптичних властивостей частинки (рис. 13). Такий алгоритм Монте–Карло симуляції не обмежений розмірами елементарного розсіювального об’єму, оперує з розрахованими за

точними формулами характеристиками розсіювання частинок відповідно до їх розмірів, враховує ефекти екранування та повторного переопромінення частинок.

ВИСНОВКИ

Отже, обернену задачу відтворення просторової мезоструктури полідисперсних порошкових матеріалів за сигналом малогабаритного сенсора кутової характеристики дифузного відбивання світла необхідно формулювати у вигляді алгоритму зворотного методу Монте–Карло із прямою Монте–Карло симуляцією проходження “фотонів” у розсіювальному середовищі, представленому дискретно-частинковою моделлю.

Подальші дослідження слід спрямувати на пошук шляхів оптимізації алгоритму Монте–Карло симуляції для конкретних матеріалів, а також на побудову ефективних стратегій зміни конфігурації частинок у зворотному методі Монте–Карло.

1. *Барабаненков Ю. Н.* Многократное рассеяние волн на ансамбле частиц и теория переноса излучения // УФН. – 1975. – **117**, № 1. – С. 49–78.
2. *Бондаренко В. П.* Спечені тверді сплави – високоефективні інструментальні та конструкційні матеріали / Прогресивні матеріали і технології: У 2 т. – К.: Академперіодика, 2003. – **2**. – С. 219–250.
3. *Иванов А. П.* Оптика рассеивающих сред. – Минск: Наука и техника, 1969. – 592 с.
4. *Иванов А. П., Лойко В. А., Дик В. П.* Распространение света в плотноупакованных дисперсных средах. – Минск: Наука и техника, 1988. – 191 с.
5. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Ч. 2 – Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 320 с.
6. *Новиков Н. В., Туркевич В. З.* Развитие технологии сверхтвердых материалов / Прогресивні матеріали і технології: У 2 т. – К.: Академперіодика, 2003. – **2**. – С. 87–103.
7. *Скороход В. В., Рагуля А. В.* Наноструктурная керамика и нанокompозиты / Прогресивні матеріали і технології: У 2 т. – К.: Академперіодика, 2003. – **2**. – С. 7–34.
8. *Сопрунюк П., Івасів І.* Моделювання однорядного щільного полідисперсного шару частинок // Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. Вісник Національного ун-ту “Львівська політехніка”. – Львів: Вид. НУ “Львівська політехніка”, 2004. – № 521. – С. 92–98.
9. *Cortese R. A., Perlee H. E.* Full-Scale Testing of the Float Dust Deposition Meter. NIOSH Report of Investigations 9643. – Pittsburg, 1998. – 15 p.
10. *Kudrolli A.* Size separation in vibrated granular matter // Rep. on progress in phys. – 2004. – **67**. – P. 209–247
11. *Lax M.* Multiple scattering of waves. II. The effective field in dense systems // Phys. Rev. – 1952. – **86**, № 4. – P. 621–629.
12. *McGreevy R. L., Pusztai L.* Reverse Monte Carlo simulation: a new technique for the determination of disordered structures // Mol. Simul. – 1988. – **1**. – P. 359–367.
13. *Mishchenko M. I.* Radiative transfer: A new look of the old theory // Radiative Transfer-V. Proceeding of the Fifth International Symposium on Radiative Transfer, Bodrum, Turkey, June 17–22, 2007. – **17**. – Begell House, 2007. – P. 1–30.
14. *A Monte Carlo model of light propagation in tissue / S. A. Prahl, M. Keijzer, S. L. Jacques, A. J. Welch* // SPIE Institute Series. – 1989 – IS 5. – P. 102–111.
15. *Whitehouse D. J.* Surface metrology // Meas. Sci. Technol. – 1997. – **8**. – P. 955–972.