Компьютерная Математика

УДК 519.8

В.М. ГОРБАЧУК, А.А. СИРКУ, С.-Б. СУЛЕЙМАНОВ

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗШИРЕННЯ ЕНЕРГОПОТУЖНОСТЕЙ ЗА НЕВІДОМОГО ПОПИТУ

Показано, що задачу розширення енергопотужностей за невідомого попиту можна зводити до задачі лінійного програмування.

Вступ. Аналіз рішень можна вважати частиною теорії оптимальних статистичних рішень, де головна увага звертається на отримання інформації про можливі наслідки, оцінювання корисності, пов’язаної з різними наслідками, визначення обмеженої множини допустимих дій (як правило, у формі дерева рішень). Розглянемо, наприклад, задачу розширення потужностей – модель оптимальних рішень про періоди часу й обсяги інвестицій для задоволення рівнів майбутнього попиту на даний продукт. Очевидно, подібні моделі мають широке коло застосувань. Задачу оптимізації інвестицій в генерацію електроенергії можна формулювати як багатоетапну стохастичну модель, що за деяких припущень зводиться до двоетапної моделі. Нехай потужності розширює енергогенеруюча компанія, яка виробляє електрику на своїх електростанціях. Розпочнемо із статичного детерміністичного аналізу з єдиним періодом прийняття (одномоментністю) рішення та повністю і досконало відомим майбутнім. Перехід від статичної постановки задачі до динамічної задачі інвестицій у виробництво електрики мотивується такими спостереженнями: довгострокова еволюція вартості обладнання (внаслідок технологічного прогресу чи еволюції вартості палива); довгострокова еволюція кривої навантаження; поява нових технологій; старіння наявного обладнання [1]. Спостерігаються сезонні й добові коливання попиту на електроенергію [2]. Електрику можна вважати однорідним продуктом, попит на який змінюється за часом (time).

При статичному аналізі кожна електростанція (ЕС) $i = 1,...,n$ (n – це число наявних технологій) характеризується трьома величинами – інвестиційними витратами r_i, експлуатаційними витратами q_i, фактором наявності (availability) a_i (відсотком часу, коли ЕС може ефективно працювати). Виробники електроенергії зазвичай розглядають цей попит (demand) як (строго монотонно спадну) криву тривалості навантаження $D(t)$, що встановлює залежність рівня попиту від тривалості. Для довгострокових інвестицій береться до уваги крива тривалості навантаження протягом року. Серед різних проблем генерації електроенергії виділяється інвестиційна проблема, що полягає у пошуку оптимальних рівнів інвестицій в ЕС різних типів, які задовольнятимуть майбутній попит [3].

Криву $D(t)$ можна наблизити кусково-постійною залежністю з m сегментів, яким відповідають рівні попиту $D_1 < D_2 < ... < D_m$. Тоді тривалості $\tau_1 = t(D_1)$ відповідає (операційна) мода $d_1 = D_1 - 0$, тривалості $\tau_2 = t(D_2)$ відповідає мода $d_2 = D_2 - D_1$, а тривалості $\tau_j = t(D_j)$ відповідає мода $d_j = D_j - D_{j-1}$, $j = 2,...,m$: кожна мода означає приріст попиту на електроенергію з відповідною тривалістю. Краще наближення кривої $D(t)$ означатиме більше число m. У статичній постановці задачі треба знайти оптимальні інвестиції (конкретний тип $i = 1,...,n$ ЕС) для кожної моди $j = 2,...,m$, які мінімізують загальні витрати на ефективне виробництво 1 MW (megawatt, мегавата) електрики протягом часу τ_j, тобто мінімізують по $i = 1,...,n$ відношення

$$\frac{r_i + q_i \tau_j}{a_i}. \tag{1}$$

Цільова функція (1) статичної моделі бере до уваги те, що базове навантаження попиту (при великих значеннях τ_j і при малих індексах j) покривається обладнанням з низькими експлуатаційними витратами на одиницю свого фактора наявності, а пікове навантаження попиту (при малих значеннях τ_j і при великих індексах j) покривається обладнанням з низькими інвестиційними витратами на одиницю свого фактора наявності (таке обладнання з низькими інвестиційними витратами має також передбачати експлуатаційну гнучкість).

Важливою є еволюція загального попиту на енергію (площі під кривою $D(t)$) та пікового попиту D_m (який визначає загальну наявну потужність для задоволення попиту). Еволюцію кривої навантаження визначають кілька факторів – рівень промислової активності, рівень енергоефективності, цінова стратегія виробників електрики. Поява нових технологій залежить від технічного та комерційного успіху досліджень і розробок, а старіння наявного обладнання (наявної технології) i залежить від минулих рішень і тривалості L_i його технічного життєвого циклу (lifetime). Тому мінімізація по $i = 1,...,n$ функції (1) може не вести до довгострокової оптимальної стратегії. У довгостроковій перспективі слід обирати вектори рішення $\vec{x} \geq \vec{0}$ (кожний елемент якого – це нова потужність x_i^t для технології i у період (етап) $t = 1,...,H$), $\vec{w} \geq \vec{0}$ (кожний елемент якого – це загальна потужність w_i^t технології i, наявна у період t), $\vec{y} \geq \vec{0}$ (кожний елемент якого – це потужність y_{ij}^t технології i, що ефективно використовується у період t з модою j), які мінімізують суму

$$\sum_{t=1}^{H} \left(\sum_{i=1}^{n} r_i^t w_i^t + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} q_i^t \tau_j^t y_{ij}^t \right), \tag{2}$$

де r_i^t – питомі інвестиційні витрати (включаючи фіксовані експлуатаційні витрати) для технології i у період t (при фіксованій величині L_i $\forall$ $i = 1,...,n$), q_i^t – питомі виробничі витрати для технології i у період t, τ_j^t – тривалість моди j у період t, при обмеженнях

$$w_i^t = w_i^{t-1} + x_i^t - x_i^{t-L_i}, \ i = 1,...,n, \ t = 1,...,H, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^t = d_j^t, \ j = 1,...,m, \ t = 1,...,H, \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{m} y_{ij}^t \leq a_i (g_i^t + w_i^t), \ i = 1,...,n, \ t = 1,...,H, \tag{5}$$

де d_j^t – максимальний попит на енергію з модою j у період t, g_i^t – існуюча потужність технології i у період t (відома раніше початкового періоду $t = 1$ планування). Рішення у кожний період t включають нові потужності x_i^t, що стають доступними за кожною технологією, та потужності y_{ij}^t, що експлуатуються за кожною модою кожної технології. Нові потужності x_i^t збільшують загальну потужність w_i^t, що стає доступною відповідно до співвідношення (3), яке враховує життєвий цикл технології i через припущення $x_i^t = 0$ при $t \leq 0$.

Відповідно до співвідношення (4) оптимальний рівень y_{ij}^t експлуатації обирається для задоволення попиту за всіма модами, виходячи з наявних потужностей w_i^t, які в силу нерівності (5) залежать від існуючих потужностей g_i^t та фактора наявності a_i, а в силу рівності (3) – від нових потужностей x_i^t.

Цільова функція (2) є сумою інвестиційних та операційних витрат. Якщо в задачі мінімізації функції (1) фактор наявності a_i входить у цільову функцію, то в задачі мінімізації функції (2) цей фактор наявності входить в обмеження (5). В задачах мінімізації функцій (1) і (2) операційні витрати однакові, виходячи з y_{ij}^t, але в задачі мінімізації функції (2) замість загальних інвестиційних витрат r_i використовуються питомі інвестиційні витрати r_i^t для досягнення наявних (кумулятивних) потужностей w_i^t, дозволяючи брати до уваги ефекти виходу енергогенеруючих потужностей з експлуатації (ефекти ліквідаційної вартості). Заміна повних інвестиційних витрат на щорічні вартості кумулятивної потужності спрощує питання завершення інвестиційного проекту, використовуючи підхід залишкової вартості [4]. Перехід від задачі статичної мінімізації функції (1) до задачі багатоетапної мінімізації функції (2) при обмеженнях (3) – (5) зумовлений еволюцією вартості обладнання (зокрема, вартості палива), еволюцією загального попиту, моментом появи нових технологій, життєвим циклом існуючого устаткування, які можна вважати не лише змінюваними за часом, а й випадковими. Основна відмінність між стохастичною моделлю та її детерміністичним аналогом полягає у визначенні змінних x_i^t, w_i^t. У стохастичній моделі x_i^t – це нова потужність для технології i внаслідок рішення у період t, яка стає доступною у період $(t+\Delta_i)$, де Δ_i – тривалість затримки для технології i через потребу часу для її введення та побудови. Іншими словами, доступність додаткової потужності у період t означає прийняття рішення про це у деякий попередній період $(t-\Delta_i)$, коли менше відомо про еволюцію попиту та еволюцію вартості обладнання. Тому нерідко подібні рішення приймаються в останній момент з метою врахування максимального обсягу інформації.

Базова стохастична модель враховує, насамперед, невизначеність попиту і витрат. Якщо невід’ємні вектори $\vec{x}$, $\vec{w}$, $\vec{y}$ є випадковими (залежними від випадкового вектора $\vec{\omega}=(\omega_1,\dots,\omega_H)$), то витрати r_i^t та q_i^t також є випадковими, а цільова функція (2) записується як математичне сподівання (expectation)

$$E\sum_{t=1}^{H}\left(\sum_{i=1}^{n} r_i^t(\omega_t)w_i^t(\omega_t)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_i^t(\omega_t)\tau_j^t(\omega_t)y_{ij}^t(\omega_t)\right), \qquad (6)$$

обмеження (3), (4), (5) переписуються відповідно як

$$w_i^t(\omega_t)=w_i^{t-1}(\omega_{t-1})+x_i^t(\omega_t)-x_i^{t-L_i}(\omega_{t-L_i}),\ i=1,\dots,n,\ t=1,\dots,H, \qquad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^t(\omega_t)=d_j^t(\omega_t),\ \ j=1,\dots,m,\ t=1,\dots,H, \qquad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{m} y_{ij}^t(\omega_t)\le a_i(g_i^t+w_i^{t-\Delta_i}(\omega_t)),\ i=1,\dots,n,\ t=1,\dots,H. \qquad (9)$$

Внаслідок присутності параметрів L_i, Δ_i затримки і випадкових змінних попиту і витрат модель втрачає свою властивість відносної повної рекурсії, через що вибір інвестиційних рішень не дає допустимої операційної стратегії. Для відновлення такої рекурсії слід припустити, що існує певна технологія n з високими операційними витратами і нульовою затримкою $\Delta_n = 0$. Для довільного періоду часу t та будь-якої реалізації випадкового вектора $\vec{\omega} = (\omega_1, ..., \omega_H)$ інвестиція здійснюється у певну технологію n, якщо рівень інвестицій в енергопотужності за попередні періоди є недостатнім для покриття поточного попиту:

$$a_n[g_n^t + w_n^{t-1}(\omega_{t-1}) + x_n^t(\omega_t)] \geq D_m^t - \sum_{i=1}^{n-1} a_i[g_i^t + w_i^{t-\Delta_i}(\omega_{t-\Delta_i})]. \qquad (10)$$

Особливістю стохастичного процесу рішень є те, що рішення $w_i^t(\omega_t)$, $y_{ij}^t(\omega_t)$, які приймаються у період часу t, залежать від конкретної реалізації випадкового вектора $\vec{\omega} = (\omega_1, ..., \omega_H)$, але не можуть залежати від його майбутніх реалізацій: якщо очікується вищий попит для кількох періодів часу, то можна сподіватися, що інвестори збільшуватимуть нові потужності $x_i^t(\omega_t)$.

Якби змінні рішення $w_i^t(\omega_t) = w_i^t$, $y_{ij}^t(\omega_t) = y_{ij}^t$ не залежали від $\vec{\omega} = (\omega_1, ..., \omega_H)$, то цільову функцію (6) можна було б замінити функцією

$$\sum_{t=1}^{H} \sum_{i=1}^{n} \left(w_i^t E\, r_i^t(\omega_t) + \sum_{j=1}^{m} y_{ij}^t E\, [q_i^t(\omega_t) \tau_j^t(\omega_t)] \right), \qquad (11)$$

переходячи до детерміністичної задачі (7) – (11), де значення математичних сподівань вважаються заданими параметрами.

Залежності $w_i^t(\omega_t)$, $y_{ij}^t(\omega_t)$ можна виписувати в явному вигляді. Постановки задач (6) – (10) та (7) – (11) допускають як неперервність, так і дискретність випадкових змінних. Цільові функції обох задач є неперервними й опуклими для неперервних і дискретних випадкових змінних, але процедури розв'язання задач для неперервних і дискретних випадкових змінних відрізняються.

Джерелами стохастичності є попит d_i^t та витрати r_i^t, q_i^t, від яких залежать вектори $\vec{x}$, $\vec{w}$, $\vec{y}$ рішення. Модель (6) – (10) має фіксовану рекурсію завдяки фіксованим значенням H, n, m, τ_j^t та відносну повну рекурсію завдяки нерівності (10). У більшості випадків, коли значення H є невеликим (відповідає, скажімо, п'ятирічці), а значення n є досить малим, то замість рівності (3) (та відповідної рівності (7)) можна використовувати спрощену рівність

$$w_i^t = w_i^{t-1} + x_i^t, \; i = 1, ..., n, \; t = 1, ..., H. \qquad (12)$$

Коли вважати випадковою подією момент появи нової технології, то можна додати обмеження вигляду $x_i^t \le \eta_i^t u_i,$, де u_i – задана верхня межа на інвестиції $\forall \; t$, $\vec{\eta}_i = (\eta_i^1, ..., \eta_i^H)$ – стохастичний вектор, компоненти якого приймають булеві величини і впорядковані від менших до більших значень. Таке обмеження дозволяє моделі зберігати структуру фіксованої рекурсії. Модель втрачає цю структуру, якщо вважати випадковими невідомі майбутні значення L_i, Δ_i, a_i.

Чисельні методи розв'язання задачі (6) – (10) [5] основані на точному наближенні кривої $D(t)$ навантаження кусково-постійною залежністю, що передбачає використання досить великої кількості m різних мод (скажімо, $20 \le m \le 40$). Оскільки збільшення m означає зростання вимірності задачі, то замість кусково-постійної залежності пропонується кусково-лінійна залежність [5], що веде до квадратичності цільової функції (6) за y_{ij}^t.

Задача (6) – (10) є задачею багатоетапного стохастичного лінійного програмування з кількома випадковими змінними, яка характеризується властивістю блочної сепарабельної рекурсії [5]. Ця властивість походить від поділу, який можна проводити між рішеннями $x_i^t(\omega_t)$, $w_i^t(\omega_t)$ вищого (агрегованого) рівня та рішеннями $y_{ij}^t(\omega_t)$ нижчого (детального, операційного) рівня. Для даної реалізації ω_t у даний період часу t рішення щодо операційних змінних y_{ij}^t не залежать від рішень щодо інвестиційних змінних x_i^t і не впливають на рішення щодо інвестиційних змінних у майбутньому. В окремому випадку $\Delta_n = 0$ для даного періоду часу t рішення щодо інвестиційної змінної x_n^t може впливати на рішення щодо операційної змінної y_{nj}^t [5].

Блочна сепарабельність є загальною властивістю задачі (6) – (10). Якщо майбутній попит завжди не залежить від минулого, то рішення $x_i^t(\omega_t)$ про встановлення потужності у деякий майбутній період часу t залежить лише від наявної потужності й не залежить від спостережень до цього періоду. Тоді оптимальні значення $x_i^t(\omega_t) = x_i^t$, $i = 1, ..., n$, не залежать від реалізації випадкового вектора $\vec{\omega} = (\omega_1, ..., \omega_H)$. Від такої реалізації залежить лише $y_{ij}^t(\omega_t)$ при обмеженнях (8) і (9). Чисельні методи розв'язання задачі (6) – (10) використовують блочну сепарабельність при $H = 5$ і кількості випадкових реалізацій, яка не перевищує 32. Як окремий приклад багатоперіодної задачі (6) – (10) можна розглянути двоперіодну лінійну задачу – двоетапну стохастичну задачу, де стохастика присутня лише в правих частинах обмежень.

Розглянемо задачу [5], де $H = 2$, $m = 3$, $n = 4$, $\Delta_i = 1$, $a_i \equiv 1$, $g_i^1 \equiv 0$, $d_2^t(\omega_t) = 3$, $d_3^t(\omega_t) = 2$, а єдина випадкова змінна ξ – це $d_1^t(\omega_t)$, яка приймає значення 3, 5, 7 з ймовірностями 0.3, 0.4, 0.3 відповідно; $\tau_1^2 = 10$, $\tau_2^2 = 6$, $\tau_3^2 = 1$; інвестиційні витрати для технології i $(=1, 2, 3, 4)$ у період 1 становлять відповідно $r_1^1 = 10$, $r_2^1 = 7$, $r_3^1 = 16$, $r_4^1 = 6$; експлуатаційні витрати для технології i у період 2 рівні відповідно $q_1^2 = 40$, $q_2^2 = 45$, $q_3^2 = 32$, $q_4^2 = 55$.

При $H = 2$ та $\Delta_i = 1$ обмеження (7) зводиться до рівності $w_i^t = x_i^t$ (дозволяючи замінювати змінну w_i^t на x_i^t), а обмеження (10) – до нерівності

$$x_4^{t-1} + x_4^t - (x_1^0 + x_2^1 + x_3^2 + x_4^3) =$$

$$= a_n[g_n^t + w_n^{t-1}(\omega_{t-1}) + x_n^t(\omega_t)] - \sum_{i=1}^{n-1} a_i[g_i^t + w_i^{t-\Delta_i}(\omega_{t-\Delta_i})] \ge D_m^t = d_m^t + D_{m-1}^t,$$

$$\sum_{i=1}^{4} x_i^1 \ge d_3^1 + d_2^1 + \max d_1^1(\omega_t) = 3 + 2 + 7 = 12. \qquad (13)$$

Тоді цільова функція (11) дорівнює

$$E\sum_{t=1}^{H}\left(\sum_{i=1}^{n} r_i^t(\omega_t) w_i^t(\omega_t) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_i^t(\omega_t)\tau_j^t(\omega_t) y_{ij}^t(\omega_t)\right) =$$

$$= 10\,x_1^1 + 7\,x_2^1 + 16\,x_3^1 + 6\,x_4^1 + E_\xi\,\{10 \times (4\,y_{11}^2 + 4.5\,y_{21}^2 + 3.2\,y_{31}^2 + 5.5\,y_{41}^2) +$$
$$+6 \times (4\,y_{12}^2 + 4.5\,y_{22}^2 + 3.2\,y_{32}^2 + 5.5\,y_{42}^2) +$$
$$+1 \times (4\,y_{13}^2 + 4.5\,y_{23}^2 + 3.2\,y_{33}^2 + 5.5\,y_{43}^2)\}. \qquad (14)$$

Нехай бюджетне обмеження на інвестиції має вигляд

$$10\,x_1^1 + 7\,x_2^1 + 16\,x_3^1 + 6\,x_4^1 = r_1^1 x_1^1 + r_2^1 x_2^1 + r_3^1 x_3^1 + r_4^1 x_4^1 \le 120. \qquad (15)$$

Замість умов (7), (9)

$$\sum_{j=1}^{3} y_{ij}^t(\omega_t) \le a_i(g_i^t + w_i^t(\omega_t)) = 1 \times (0 + x_i^t),\ i = 1,\dots,4,\ t = 1,2,$$

$$w_i^1(\omega_1) = w_i^0(\omega_0) + x_i^1(\omega_1) - x_i^0(\omega_0) = x_i^1,$$

$$w_i^2(\omega_t) = w_i^1(\omega_1) + x_i^2(\omega_2) - x_i^1(\omega_1)$$

використовуємо обмеження

$$x_1^1 \ge y_{11}^2 + y_{12}^2 + y_{13}^2, \qquad x_2^1 \ge y_{21}^2 + y_{22}^2 + y_{23}^2,$$

$$x_3^1 \ge y_{31}^2 + y_{32}^2 + y_{33}^2, \qquad x_4^1 \ge y_{41}^2 + y_{42}^2 + y_{43}^2; \qquad (16)$$

замість умов (8)

$$\sum_{i=1}^{4} y_{ij}^{t}(\omega_t) = d_j^t(\omega_t), \quad j = 1,...,3, \; t = 1,2,$$

використовуємо обмеження

$$y_{12}^2 + y_{22}^2 + y_{32}^2 + y_{42}^2 = 3, \tag{17}$$

$$y_{13}^2 + y_{23}^2 + y_{33}^2 + y_{43}^2 = 2, \tag{18}$$

$$y_{11}^2 + y_{21}^2 + y_{31}^2 + y_{41}^2 = d_1^1(\omega_t) = \xi. \tag{19}$$

Очевидно,

$$x_i^1 \geq 0, \quad y_{ij}^2 \geq 0, \; i = 1, 2, 3, 4, \; j = 1, 2, 3. \tag{20}$$

За обмежень (15) – (20) функція (14) мінімізується по x_i^1, i = 1, 2, 3, 4, при

$$x_1^1 = \frac{8}{3}, \; x_2^1 = 4, \; x_3^1 = \frac{10}{3}, x_4^1 = 2, \tag{21}$$

досягаючи мінімального значення 381.853 [6]. Відносна простота обчислення рішень y_{ij}^2 другого етапу задачі (14) – (20) важлива для побудови і перевірки нових алгоритмів або комп'ютерних програм, застосування переваг блочної сепарабельності багатоетапних задач [2, 5]. Покажемо, як рішеннями другого етапу можна скористатися для побудови одного перерізу в методі *L*-форми (для відповідної матриці задачі) [6]. У задачі (14) – (20) оптимальні рішення другого етапу при даній реалізації випадкової величини ξ можна отримати за допомогою простого правила – правила порядку вартості: оптимальним є використання обладнання (технології) у порядку зростання експлуатаційних витрат.

Нехай рішення $\vec{x} = (x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1)$ першого етапу задаються рівностями (21), а $\xi = 5$. За правилом зростання вартості у моді 1 спочатку слід використовувати найдешевше обладнання з $q_3^2 = 32$ (технологію $j = 3$); оскільки $x_3^1 = \frac{10}{3} \leq 5 = \xi = d_1^1$, то $y_{31}^2 = x_3^1$ в силу обмеження (16). Потім слід використовувати обладнання з $q_1^2 = 40$, звідки $y_{11}^2 = d_1^1 - x_3^1$ в силу обмеження (19), $y_{12}^2 = x_1^1 - y_{11}^2 = x_1^1 - (d_1^1 - x_3^1) = x_1^1 + x_3^1 - 5$ в силу обмеження (16).

У моді 2, крім технології $j = 1$, необхідно використовувати технологію $j = 2$: $y_{22}^2 = d_2^1 - y_{12}^2 = 3 - (x_1^1 + x_3^1 - 5) = 8 - x_1^1 - x_3^1$, $y_{23}^2 = d_3^1 = 2$ в силу обмеження (19); тоді при $\xi = 5$ маємо значення другого етапу:

$$Q(\vec{x},\xi=5)=10\times(4\,y_{11}^2+4.5\,y_{21}^2+3.2\,y_{31}^2+5.5\,y_{41}^2)+$$
$$+6\times(4\,y_{12}^2+4.5\,y_{22}^2+3.2\,y_{32}^2+5.5\,y_{42}^2)+$$
$$+1\times(4\,y_{13}^2+4.5\,y_{23}^2+3.2\,y_{33}^2+5.5\,y_{43}^2)=$$
$$=40\,(5-x_3^1)+45\times 0+32\,x_3^1+55\times 0+24\,(x_1^1+x_3^1-5)+$$
$$+27\,(8-x_1^1-x_3^1)+19.2\times 0+33\times 0+4\times 0+4.5\times 2+3.2\times 0+5.5\times 0=$$
$$=200-40\,x_3^1+32\,x_3^1+24\,x_1^1+24\,x_3^1-120+\ 216-27\,x_1^1-27\,x_3^1+9=$$
$$=305-3\,x_1^1-11\,x_3^1\,.$$

Аналогічно при $\xi=3$ знаходимо оптимальні рішення другого етапу:

$$y_{31}^2=3,\quad y_{32}^2=x_3^1-3,\quad y_{12}^2=x_1^1,\quad y_{22}^2=6-x_1^1-x_3^1,\quad y_{23}^2=2;$$

тоді значення другого етапу становить

$$Q(\vec{x},\xi=3)=40\times 0+45\times 0+32\times 3+55\times 0+24\,x_1^1+$$
$$+27\,(6-x_1^1-x_3^1)+19.2\,(x_3^1-3)+33\times 0+4\times 0+4.5\times 2+3.2\times 0+5.5\times 0=$$
$$=96+24\,x_1^1+162-27\,x_1^1-27\,x_3^1+19.2\,x_3^1-57.6+9=209.4-3\,x_1^1-7.8\,x_3^1\,.$$

Аналогічно при $\xi=7$ знаходимо оптимальні рішення другого етапу:

$$y_{31}^2=x_3^1\,,\quad y_{11}^2=x_1^1,\quad y_{21}^2=7-x_1^1-x_3^1\,,\quad y_{22}^2=3\,,$$
$$y_{23}^2=x_1^1+x_2^1+x_3^1-10\,,\quad y_{43}^2=12-x_1^1-x_2^1-x_3^1\,;$$

тоді значення другого етапу становить

$$Q(\vec{x},\xi=7)=40\,x_1^1+45(7-x_1^1-x_3^1)+32\,x_3^1+55\times 0+24\times 0+27\times 3+19.2\times 0+33\times 0+$$
$$+4\times 0+4.5\,(x_1^1+x_2^1+x_3^1-10)+3.2\times 0+5.5\,(12-x_1^1-x_2^1-x_3^1)=$$
$$=40\,x_1^1+315-45\,x_1^1-45\,x_3^1+32\,x_3^1+81-45+66-x_1^1-x_2^1-x_3^1=$$
$$=417-6\,x_1^1-x_2^1-46\,x_3^1\,.$$

Тоді сподіване значення другого етапу становить

$$E_\xi\,\{10\times(4\,y_{11}^2+4.5\,y_{21}^2+3.2\,y_{31}^2+5.5\,y_{41}^2)+$$
$$+6\times(4\,y_{12}^2+4.5\,y_{22}^2+3.2\,y_{32}^2+5.5\,y_{42}^2)+$$
$$+1\times(4\,y_{13}^2+4.5\,y_{23}^2+3.2\,y_{33}^2+5.5\,y_{43}^2)\}=$$
$$=0.3\times Q(\vec{x},\xi=3)\ +0.4\times Q(\vec{x},\xi=5)\ =0.3\times Q(\vec{x},\xi=7)=$$
$$=0.3\ (209.4-3\,x_1^1-7.8\,x_3^1)+0.4\ \ (305-3\,x_1^1-11\,x_3^1)+$$
$$+0.3(417-6\,x_1^1-x_2^1-46\,x_3^1)=309.92-3.9\,x_1^1-0.3\,x_2^1-20.54\,x_3^1\,.$$

Отже, задачу (14) – (20) можна зводити до задачі лінійного програмування.

В.М. Горбачук, А.А.Сырку, С.-Б.Сулейманов

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСШИРЕНИЯ ЭНЕРГОМОЩНОСТЕЙ ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ СПРОСЕ

Показано, что задачу расширения энергомощностей при неизвестном спросе можно сводить к задаче линейного программирования.

V.M. Gorbachuk, A.A. Syrku, S.-B. Suleimanov

ENERGY CAPACITY EXPANSION WITH UNKNOWN DEMAND MODELING

It is shown that the energy capacity expansion with unknown demand problem can be reduced to the linear programming problem.

Список літератури

1. Горбачук В.М., Єрмольєв Ю.М., Єрмольєва Т.Ю. Двоетапна модель еколого-економічних рішень. Вісник Одеського національного університету. *Економіка*. 2016. Т. 21, Вип. 9. С. 142 – 147.
2. Лаптин Ю.П., Лиховид П.П. Некоторые модели перспективного планирования в электро-энергетике с учетом суточных неравномерностей потребления электроэнергии. *Компьютерная математика*. 2015. № 2. С. 51 – 62.
3. Anderson D. Models for determining least cost investment in electricity supply. *Bell journal of economics and management science*. 1972. 3. P. 267 – 299.
4. Grinold R.C. Model building techniques for the correction of end effects in multistage convex programs. *Operations research*. 1983. **31**. P. 407 – 431.
5. Louveaux F.V., Smeers Y. Optimal investments for electricity generation: a stochastic model and a test-problem. Numerical techniques for stochastic optimization. Y.Ermoliev, R.J.-B.Wets (eds.). Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1988. P. 445 – 453.
6. Birge J. Decomposition and partitioning methods for multi·stage stochastic linear programs. *Operations research*. 1985. **33**. P. 989 – 1007.

Одержано 16.04.2018

Про авторів:

Горбачук Василь Михайлович,
доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України,
E-mail: GorbachukVasyl@netscape.net

Сирку Андрій Анатолійович,
аспірант Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України,

Сулейманов Сеїт-Бекір,
аспірант Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України.