

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ КОНФЛИКТНЫМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ТРАНСПОРТНЫМИ ПОТОКАМИ

Аннотация. Рассмотрена модель сети, узлами которой являются однолинейные системы массового обслуживания. На вход некоторых систем поступают нестационарные пуассоновские потоки требований (транспортные потоки). Предложен алгоритм статистического моделирования, который позволяет выявлять наиболее проблемные участки сети и сформулировать эвристический алгоритм управления потоками, способствующий уменьшению времени пребывания в очередях. Данный алгоритм проиллюстрирован на примере транспортной сети, состоящей из 20 перекрестков.

Ключевые слова: система обслуживания, нестационарный пуассоновский поток, метод статистического моделирования, цепь Маркова, управление потоками.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема управления транспортными потоками, особенно в современных мегаполисах, уже на протяжении нескольких десятилетий весьма актуальна. Возрастающее с каждым годом количество транспортных средств (как личных, так и общественных) приводит к перегрузкам транспортной сети и многочасовым пробкам. По сути транспортные потоки являются, во-первых, стохастическими, а во-вторых, — нестационарными. При этом нестационарность может проявляться не только в суточном измерении, но и в недельном, а также в сезонном. Построение адекватной математической модели, разработка методов оценки основных ее статистических характеристик и выработка рекомендаций для рационального управления транспортными потоками являются не только весьма сложными, но и чрезвычайно актуальными задачами.

Первые работы об исследовании транспортных потоков публиковались более 80 лет тому назад. С тех пор интерес к этой тематике неизменно возрастал. Вследствие многогранности проблемы не удалось до сих пор (и вряд ли удастся в дальнейшем) построить некую «универсальную» модель, способную хотя бы в первом приближении учесть основные особенности организации и оптимального управления транспортными потоками. Особое внимание в исследованиях уделялось частным моделям, учитывающим лишь определенные аспекты организации транспортных потоков. При этом наиболее распространенными были системы массового обслуживания с хорошо развитой методологией исследования [1].

Значительные усилия предпринимались для создания аналитических методов исследования конфликтных транспортных потоков [2–9]. Разрабатывался ряд частных моделей, описывающих взаимодействие транспортных потоков, поступающих на перекрестки автомобильных магистралей. При этом поведение систем описывалось цепью Маркова весьма сложной структуры. Далее применялась эргодическая теория марковских цепей. Предлагался итеративно-мажоритарный метод (см., например, [2, 5, 8]), позволяющий устанавливать необходимые и/или достаточные условия эргодичности распределения цепи Маркова. Из последних работ этого направления отметим [9–11], в которых получены необходимые условия существования стационарного распределения цепи Маркова, описывающей функционирование тандема из двух перекрестков. Обобщение данных

результатов для нескольких перекрестков сопряжено с существенными трудностями, связанными с необозримым расширением пространства состояний цепи Маркова. Преодолеть вычислительные сложности не позволяют даже современные многопроцессорные комплексы.

Поэтому, когда речь идет о решении реальных практических задач, все чаще применяется метод статистического моделирования (или метод Монте-Карло), разработанный приблизительно 70 лет тому назад для моделирования процессов чрезвычайной сложности. По мере развития вычислительной техники сфера применения метода Монте-Карло существенно расширилась. Ввиду сложности взаимозависимых случайных процессов, используемых для описания конфликтных потоков в сети из n перекрестков, метод статистического моделирования является едва ли не единственным инструментом численного исследования параметров сети [12, 13].

В работе [13] в качестве модели, описывающей функционирование транспортной сети, предложено использовать сеть из n однолинейных систем массового обслуживания со многими входящими потоками требований и с определенными вероятностными законами перераспределения требований внутри сети. Имитационное моделирование позволило достаточно полно и наглядно показать проблемы, возникающие в отдельных узлах сети, и сформулировать алгоритм управления параметрами сети для обеспечения ее максимально надежного и устойчивого функционирования на протяжении большого промежутка времени.

Настоящая статья — продолжение исследований, начатых в [13]. Рассматривается та же самая модель сети, узлами которой являются однолинейные системы массового обслуживания. Существенное отличие состоит в том, что на вход некоторых систем поступают нестационарные пуассоновские потоки требований (транспортные потоки), что не позволяет использовать стационарный режим работы сети. Разработка механизмов уменьшения очередей при возрастающих интенсивностях входящих потоков является целью настоящего исследования. Предложен алгоритм статистического моделирования, позволяющий выявлять наиболее проблемные участки сети и сформулировать эвристический алгоритм управления потоками, способствующий уменьшению времени пребывания в очередях. Данный алгоритм проиллюстрирован на примере транспортной сети, состоящей из 20 перекрестков. Практическое применение алгоритма управления потоками можно эффективно поддержать с помощью датчиков сбора всех необходимых статистических данных, разработанных в Институте кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины [14, 15].

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассматриваемая далее модель описывает функционирование фрагмента городской транспортной сети, состоящей из взаимосвязанных перекрестков. Очевидно, что предлагаемая модель перекрестка не может включать в себя все возможные алгоритмы управления движением. В то же время модель является достаточно общей и позволяет учитывать одностороннее движение, режим поворота «зеленая стрелка», неэкспоненциальность распределения времени прохождения перекрестка и времени передвижения между взаимосвязанными перекрестками. Кроме того, вероятностные распределения дают возможность перераспределять потоки транспорта на каждом перекрестке со светофором. Потоки машин (требования), поступающие извне сети на различные ее узлы, предполагаются нестационарными пуассоновскими. Предлагаемая модель транспортной сети основана на таких постулатах.

Задается структура сети перекрестков (однолинейные системы обслуживания):

- имеется n взаимосвязанных перекрестков ($i = 1, \dots, n$), на каждом из которых расположен светофор;
- модель каждого перекрестка имеет по четыре входа/выхода ($j = 1, 2, 3, 4$), пронумерованных по часовой стрелке. Светофоры на перекрестках работают в циклическом режиме, а именно $1 \leftrightarrow 3$ (зеленый свет), переключение (желтый свет), $2 \leftrightarrow 4$ (зеленый свет), переключение (желтый свет), $1 \leftrightarrow 3$ (зеленый свет) и т.д. (в дальнейшем запись «перекресток (i, j) » означает, что речь идет о j -м входе/выходе i -го перекрестка);
- задается коммутация перекрестков $(i, j) \leftrightarrow (k, l)$, т.е. поток требований (транспортных средств) с j -го выхода i -го перекрестка поступает на l -й вход k -го перекрестка, аналогично поток требований с l -го выхода k -го перекрестка поступает на j -й вход i -го перекрестка. Иначе говоря, задано отображение на пространстве пар: $h(i, j) = (k, l)$ и $h(k, l) = (i, j)$;
- задается множество $I = \{(i, j)\}$ входов перекрестков, на которые извне сети поступают нестационарные пуассоновские потоки требований;
- задается множество $O = \{(i, j)\}$ выходов перекрестков, которые одновременно являются выходами из сети (поступившее на данный выход требование покидает сеть);
- в начальный момент в сети не имеется требований (это условие можно изменять в зависимости от реальной ситуации).

Задаются численные характеристики сети:

- для каждого $(i, j) \in I$ задается интенсивность $\lambda_{ij}(t)$, $t \in [0, T]$, потока требований, поступающего на j -й вход i -го перекрестка в момент t из промежутка $[0, T]$, в котором исследуется функционирование транспортной сети;
- для каждого $i = 1, \dots, n$ задаются начальные значения величин $\tau_i^{(1)}$, $\tau_i^{(2)}$ и $\tau_i^{(0)}$ — продолжительности работы i -го светофора в режимах пропуска потоков $1 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 4$ (зеленый свет) и переключения между этими режимами (желтый свет) соответственно. Величины $\tau_i^{(1)}$, $\tau_i^{(2)}$ и $\tau_i^{(0)}$ предполагаются детерминированными. Для уменьшения общей загруженности сети величины $\tau_i^{(1)}$ и $\tau_i^{(2)}$ можно изменять, однако при этом должны выполняться неравенства $\tau_{i \min}^{(1)} \leq \tau_i^{(1)} \leq \tau_{i \max}^{(1)}$, $\tau_{i \min}^{(2)} \leq \tau_i^{(2)} \leq \tau_{i \max}^{(2)}$;
- при поступлении на вход (i, j) поток разделяется на три: левый, правый и центральный. Соответствующие вероятности равны $p_{ij}^{(l)}$, $p_{ij}^{(r)}$ и $p_{ij}^{(c)}$, причем $p_{ij}^{(l)} + p_{ij}^{(r)} + p_{ij}^{(c)} = 1$;
- требования правого потока проходят в режиме «зеленая стрелка», т.е. без ожидания разрешающего сигнала светофора. Время обслуживания (прохождение перекрестка (i, j)) требований данного потока имеет распределение $F_{ij}^{(r)}(x)$, $x \geq 0$;
- требования левого и центрального потоков обслуживаются только при разрешающем сигнале светофора и время обслуживания этих требований имеет распределения $F_{ij}^{(l)}(x)$, $x \geq 0$, и $F_{ij}^{(c)}(x)$, $x \geq 0$, соответственно;
- для каждой пары взаимосвязанных перекрестков $(i, j) \leftrightarrow (k, l)$ задается функция распределения $F_{(ij),(kl)}(x)$, $x \geq 0$, времени прохождения требований — от выхода одного из них до входа другого.

Описанная модель имеет достаточно сложную структуру, задаваемую многочисленными параметрами. В теории статистического моделирования широко

применяются два подхода: метод узловых моментов и Δt -метод. Первый метод более популярный. Он основан на моделировании изменений состояний системы, происходящих в моменты окончания тех или иных операций (обслуживание и поступление требования, профилактика и т.п.). Этот подход особенно эффективен, когда частота узловых моментов не очень велика. Второй метод моделирует изменение состояния системы за малый промежуток времени Δt (например, $\Delta t = 1$ с). Это, по сути, дискретизация времени, позволяющая описывать поведение системы (а затем и моделировать) многомерной цепью Маркова. Именно вторым методом воспользуемся для моделирования поступлений требований в сеть и передвижения их между узлами. Будем считать, что все величины, относящиеся ко времени выполнения той или иной операции, кратны Δt (включая и продолжительность T рассматриваемого промежутка). Иначе говоря, все непрерывные случайные величины ξ заменяем $m^* \Delta t$, где $m^* = \arg \min_m |\xi - m\Delta t|$. Ввиду малости Δt такая аппроксимация не вносит сколь-нибудь заметной погрешности в результат моделирования.

Обозначим $w_{ij}^{(l)}(k)$, $w_{ij}^{(r)}(k)$, $w_{ij}^{(c)}(k)$, $k = 0, 1, \dots, K = T / \Delta t$, число требований, находящихся в очереди на перекрестке (i, j) в момент $k\Delta t$ при повороте налево, направо и при прямолинейном движении соответственно. Если просуммировать по всем возможным значениям (i, j) и k , то получим некий интегральный показатель

$$W = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^K [w_{ij}^{(l)}(k) + w_{ij}^{(c)}(k) + w_{ij}^{(r)}(k)],$$

характеризующий общую загруженность сети в промежутке $[0, T]$. Возникает вопрос, каким образом следует выбирать величины $\{\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}, i = 1, \dots, n\}$, определяющие режимы работы светофоров, чтобы минимизировать среднюю загруженность сети W . В настоящей работе предложен эвристический алгоритм решения поставленной задачи. На численном примере далее проиллюстрированы возможности данного алгоритма.

ПОСТРОЕНИЕ ЦЕПИ МАРКОВА, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ИЗМЕНЕНИЕ СОСТОЯНИЙ СЕТИ

Проведенная дискретизация времени позволяет описывать функционирование сети более простой моделью многомерной цепи Маркова. В каждый момент времени $k\Delta t$ состояние сети однозначно определяется совокупностью переменных:

$$\bullet v_i(k) = \begin{cases} 1, & \text{если на } i\text{-м перекрестке горит зеленый свет в направлении } 1 \leftrightarrow 3, \\ 2, & \text{если горит желтый свет, после которого будет зеленый} \\ & \text{в направлении } 2 \leftrightarrow 4, \\ 3, & \text{если горит зеленый свет в направлении } 2 \leftrightarrow 4, \\ 4, & \text{если горит желтый свет, после которого будет зеленый} \\ & \text{в направлении } 1 \leftrightarrow 3 \end{cases}$$

— дискретная переменная, характеризующая состояние светофора на i -м перекрестке ($i = 1, \dots, n$);

• $\theta_i(k)$ — время, оставшееся до переключения i -го светофора;

• $r_{ij}^{(l)}(k)$, $r_{ij}^{(r)}(k)$, $r_{ij}^{(c)}(k)$ — число требований, обслуживаемых или находя-

щихся в очереди на перекрестке (i, j) (повороты налево, направо и прямолинейное движение). Поскольку система обслуживания предполагается однолинейной, обслуживается не более одного требования;

- $s_{ij}^{(l)}(k)$ — время, необходимое для завершения поворота налево требованием, находящимся на перекрестке (i, j) в момент $k \Delta t$ (аналогично определяются $s_{ij}^{(r)}(k)$ и $s_{ij}^{(c)}(k)$), данная переменная задается лишь в случае $r_{ij}^{(l)}(k) > 0$;
- $r_{ij}^{(0)}(k)$ — число требований, направляющихся к перекрестку (i, j) ;
- $s_{ijm}^{(0)}(k)$, $m = 1, \dots, r_{ij}^{(0)}(k)$, — время, оставшееся для достижения перекрестка (i, j) m -м по счету требованием (после чего требование поступает в одну из трех очередей).

Введенные переменные однозначно определяют текущее состояние сети и дальнейшее ее функционирование. Поэтому

$$\xi(k) = (v_i(k), \theta_i(k), r_{ij}^{(l)}(k), r_{ij}^{(r)}(k), r_{ij}^{(c)}(k), s_{ij}^{(l)}(k), s_{ij}^{(r)}(k), s_{ij}^{(c)}(k), r_{ij}^{(0)}(k), s_{ijm}^{(0)}(k), m = 1, \dots, r_{ij}^{(0)}(k), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, 4), k \geq 0,$$

является цепью Маркова. Для определенности зададим начальное состояние этой цепи в виде

$$v_i(0) = 1, \theta_i(0) = \tau_i^{(1)}, r_{ij}^{(l)}(0) = 0, r_{ij}^{(r)}(0) = 0, r_{ij}^{(c)}(0) = 0, r_{ij}^{(0)}(0) = 0, \\ i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, 4.$$

Алгоритм моделирования цепи Маркова $\{\xi(k), k \geq 0\}$ детально изложен в [13], поэтому далее основное внимание уделим алгоритму выбора величин $\{\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}, i = 1, \dots, n\}$, позволяющему снизить среднюю загрузку сети MW .

АЛГОРИТМ ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ $\{\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}, i = 1, \dots, n\}$

Рассматриваемая модель — это сеть взаимосвязанных однолинейных систем массового обслуживания (конфликтные потоки требований). Однолинейность соответствует конкретному направлению (влево, вправо, прямо) на каждом из четырех входов каждого перекрестка. Если еще учесть нестационарность входящих потоков требований, то количество состояний цепи Маркова становится огромным, что полностью исключает использование аналитических методов (если не рассматривать малоинтересные случаи $n = 1$ или $n = 2$). Поэтому статистическое моделирование является единственным действенным инструментом для оценки характеристик сети.

Пусть N — фиксированное число реализаций алгоритма моделирования сети. Обозначим $\hat{w}_{ij}^{(l)}(k; m)$ ($\hat{w}_{ij}^{(r)}(k; m)$, $\hat{w}_{ij}^{(c)}(k; m)$) оценку числа требований, находящихся в очереди на перекрестке (i, j) в момент $k \Delta t$ при повороте налево (соответственно направо и при прямолинейном движении), в m -й реализации алгоритма. Величины

$$\hat{W}_i^{(1,3)}(m) = \sum_{k=1}^K [\hat{w}_{i1}^{(l)}(k; m) + \hat{w}_{i1}^{(c)}(k; m) + \hat{w}_{i1}^{(r)}(k; m) + \hat{w}_{i3}^{(l)}(k; m) + \\ + \hat{w}_{i3}^{(c)}(k; m) + \hat{w}_{i3}^{(r)}(k; m)], \\ \hat{W}_i^{(2,4)}(m) = \sum_{k=1}^K [\hat{w}_{i2}^{(l)}(k; m) + \hat{w}_{i2}^{(c)}(k; m) + \hat{w}_{i2}^{(r)}(k; m) + \hat{w}_{i4}^{(l)}(k; m) + \\ + \hat{w}_{i4}^{(c)}(k; m) + \hat{w}_{i4}^{(r)}(k; m)]$$

используем для оценки суммарного числа требований, находящихся в очередях на перекрестке на входах 1, 3 и 2, 4 светофора i на протяжении всего промежутка $[0, T]$ (как и ранее, m — текущий номер реализации). В качестве оценки суммарной загруженности сети в $[0, T]$ выберем

$$\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sum_{i=1}^n [\hat{W}_i^{(1,3)}(m) + \hat{W}_i^{(2,4)}(m)], \quad (1)$$

где $\bar{\tau}^{(l)} = (\tau_1^{(l)}, \dots, \tau_n^{(l)})$, $l=1, 2$. Целью исследования является разработка алгоритма выбора векторов параметров $\bar{\tau}^{(1)}$ и $\bar{\tau}^{(2)}$, дающего возможность целенаправленно уменьшать $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$ на каждом шаге алгоритма. Для этого необходимо разработать критерий, позволяющий определять, какие именно из компонент векторов $\bar{\tau}^{(1)}$, $\bar{\tau}^{(2)}$ следует изменять и каким образом. Предлагаемый далее критерий основан на идее выравнивания загруженности перекрестка на входах 1, 3 и 2, 4 каждого светофора (если нагрузка распределена неравномерно на входах светофора, то это приводит к неоправданному росту очереди на одном из входов и, следовательно, к увеличению общей загруженности). Обозначим

$$\hat{\rho}_{iN}^{(l)}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \hat{W}_i^{(l, l+2)}(m), \quad l=1, 2, \quad (2)$$

$$\hat{\alpha}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) = \hat{\rho}_{iN}^{(1)}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) / \hat{\rho}_{iN}^{(2)}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}), \quad (3)$$

$$\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) = \max \{ \hat{\alpha}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}), 1 / \hat{\alpha}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) \}. \quad (4)$$

Очевидно, что $\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > 1$. Оптимизационную задачу можно сформулировать следующим образом:

$$\hat{\gamma}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) = \max_{1 \leq i \leq n} \hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) \Rightarrow \min_{\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}}.$$

Поскольку потоки требований взаимосвязанные, любое изменение параметров $\bar{\tau}^{(1)}$, $\bar{\tau}^{(2)}$ приводит к перераспределению потоков, в результате чего уменьшение загруженности на одном перекрестке может увеличить загруженность другого. Однако, как показывают расчеты для конкретных транспортных сетей, на начальном этапе удастся существенно уменьшить $\hat{\gamma}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$, что приводит к уменьшению и суммарной загруженности $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$. В то же время взаимное влияние потоков не позволяет уменьшить $\hat{\gamma}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$ до единицы; при этом на очередном этапе алгоритма и $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$ перестает уменьшаться. Это является признаком того, что полученный набор $\bar{\tau}^{(1)}$, $\bar{\tau}^{(2)}$ в определенном смысле близок к оптимальному.

Введем некоторые параметры, используемые в сформулированном далее алгоритме: Δ — квантиль времени, на который возрастают/убывают $\{\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}\}$; R — количество перекрестков с максимальными значениями $\{\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})\}$, у которых могут одновременно изменяться $\{\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}\}$; q ($q > 1$) — величина, определяющая, стоит ли изменять значение соответствующего параметра ($\bar{\tau}_i^{(1)}$ (или $\bar{\tau}_i^{(2)}$) изменяется на очередном шаге алгоритма лишь в случае, когда $\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > q$);

M — число шагов алгоритма, требуемых для подтверждения минимальности полученного значения $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$, т.е. за M шагов алгоритма не удается получить меньшего значения суммарной загрузки.

Алгоритм выбора параметров $\{\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}\}$ формулируется следующим образом.

Шаг 1. Задаем начальные значения $\tau_i^{(1)} = \tau_{i0}^{(1)}, \tau_i^{(2)} = \tau_{i0}^{(2)}, i = 1, \dots, n$. Кроме того, полагаем $\hat{W}_{\min} = 10^{10}$ (произвольное очень большое число, необходимое в дальнейшем для сравнения с $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$) и $m = 0$ (счетчик числа последовательных значений $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$, превышающих \hat{W}_{\min}).

Шаг 2. Моделируя функционирование транспортной сети, строим N реализаций и усреднением находим $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$ (см. (1)).

Шаг 3. Если $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) \leq \hat{W}_{\min}$, то полагаем $\hat{W}_{\min} = \hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})$, $m = 0$. Далее запоминаем значения $\tau_i^{(1)*} = \tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)*} = \tau_i^{(2)}, i = 1, \dots, n$, и переходим к шагу 4. Если $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > \hat{W}_{\min}$, то переходим к шагу 9.

Шаг 4. Согласно (2)–(4) вычисляем $\{\hat{\rho}_{iN}^{(l)}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})\}, \{\hat{\alpha}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})\}$ и $\{\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})\}$.

Шаг 5. Упорядочиваем $\{\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)})\}$ в порядке убывания, т.е. $\hat{\gamma}_{i_1N}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > \hat{\gamma}_{i_2N}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > \dots$

Шаг 6. Если $\hat{\gamma}_{i_1N}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) \leq q$, то алгоритм завершен. В этом случае полагаем $\tau_i^{(1)*} = \tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)*} = \tau_i^{(2)}, i = 1, \dots, n$.

Шаг 7. Пусть $\hat{\gamma}_{i_1N}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > q$. Находим

$$L = \begin{cases} R, & \text{если } \hat{\gamma}_{i_RN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > q, \\ \max \{l : \hat{\gamma}_{i_lN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > q\}, & \text{если } \hat{\gamma}_{i_RN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) \leq q. \end{cases}$$

Шаг 8. Если $\hat{\alpha}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)}, \bar{\tau}^{(2)}) > 1$, то увеличиваем $\tau_l^{(1)}$ на Δ . В противном случае увеличиваем $\tau_l^{(2)}$ на Δ . При этом учитываем верхние ограничения $\tau_{l\max}^{(1)}$ и $\tau_{l\max}^{(2)}$, $l = 1, \dots, L$. Далее переходим к шагу 2.

Шаг 9. Увеличиваем m на единицу. Если $m = M$, то алгоритм завершен. В противном случае переходим к шагу 2.

При найденных $\{\tau_i^{(1)*}\}$ и $\{\tau_i^{(2)*}\}$ рекомендуется проверять устойчивость моделирования, значительно увеличивая количество реализаций (например, в 10 раз). Полученное решение может существенно зависеть от начальных значений $\{\tau_{i0}^{(1)}\}$ и $\{\tau_{i0}^{(2)}\}$. Поэтому рекомендуется находить решение при различных начальных значениях, выбрав то из них, которое имеет меньшую суммарную загрузку.

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим фрагмент транспортной сети, состоящей из $n = 20$ перекрестков, расположенных в виде матрицы размера 4×5 (рис. 1). Стрелки на рис. 1 указывают на одностороннее движение. Как отмечалось ранее, входы/выходы ну-

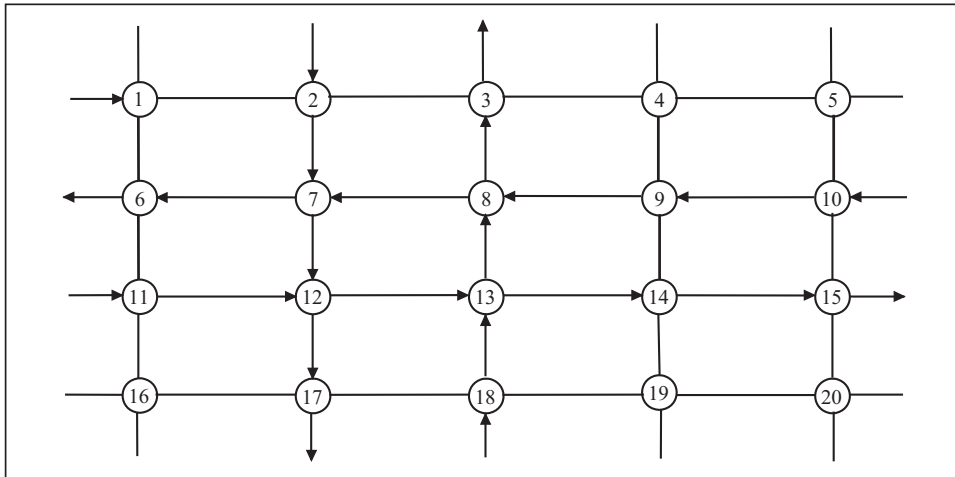


Рис. 1

меруются по часовой стрелке. Номер 1 присвоим западному направлению, тем самым определим множества входов I и выходов O :

$$I = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (4, 2), (5, 2), (5, 3), (10, 3), (11, 1), (16, 1), (16, 4), (18, 4), (19, 4), (20, 3), (20, 4)\},$$

$$O = \{(1, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (5, 3), (6, 1), (15, 3), (16, 1), (16, 4), (17, 4), (19, 4), (20, 3), (20, 4)\}.$$

Функционирование сети рассматриваем на протяжении двух часов, т.е. $T = 7200$ с. Изменение состояния сети будем отслеживать каждую секунду, т.е. $\Delta t = 1$ с. Зададим числовые характеристики. Считаем, что все входящие потоки имеют одну и ту же интенсивность: если $(i, j) \in I$, то

$$L = \begin{cases} 0.01 + 0.08t/T, & \text{если } 0 \leq t \leq T/2, \\ 0.05 - 0.08(t/T - 0.5), & \text{если } T/2 \leq t \leq T. \end{cases}$$

Положим $\tau_0^{(i)} = 3, 1 \leq i \leq n$ (начальные значения векторов $\bar{\tau}^{(1)}$ и $\bar{\tau}^{(2)}$ определены далее). Верхние и нижние границы зададим так: $\tau_{i \min}^{(1)} = \tau_{i \min}^{(2)} = 10$, $\tau_{i \max}^{(1)} = \tau_{i \max}^{(2)} = 100, 1 \leq i \leq n$. Вероятности расщепления потока, входящего на перекресток (i, j) , на левый, правый и центральный задаются следующим образом: $p_{ij}^{(l)} = 0.2, p_{ij}^{(r)} = 0.2$ и $p_{ij}^{(c)} = 0.6$. Если одно из направлений исключается ввиду одностороннего движения, то соответствующая вероятность полагается равной нулю, а остальные вероятности перераспределяются (например, $p_{12}^{(r)} = 0, p_{12}^{(l)} = 0.25, p_{12}^{(c)} = 0.75$).

В качестве распределений $F_{ij}^{(l)}(x), F_{ij}^{(r)}(x), F_{ij}^{(c)}(x)$ и $F_{(ij),(kl)}(x)$ выберем усеченные нормальные распределения соответственно с параметрами $a_{ij}^{(l)} = 8, \sigma_{ij}^{(l)^2} = 0.64, a_{ij}^{(r)} = 4, \sigma_{ij}^{(r)^2} = 0.16, a_{ij}^{(c)} = 6, \sigma_{ij}^{(c)^2} = 0.36$ и $a_{(ij),(kl)} = 60, \sigma_{(ij),(kl)}^2 = 36$ (условием усечения нормально распределенных случайных величин является их положительность).

Таблица 1. Результаты статистического моделирования при начальных значениях $\tau_{i0}^{(1)}, \tau_{i0}^{(2)}, i=1, \dots, n$

Светофор, i	Время работы светофоров, с					
	начальные значения $\tau_{i0}^{(1)} = 10, \tau_{i0}^{(2)} = 10$		начальные значения $\tau_{i0}^{(1)} = 20, \tau_{i0}^{(2)} = 20$		начальные значения $\tau_{i0}^{(1)} = 30, \tau_{i0}^{(2)} = 30$	
	длительность режимов		длительность режимов		длительность режимов	
	$\tau_i^{(1)*}$	$\tau_i^{(2)*}$	$\tau_i^{(1)*}$	$\tau_i^{(2)*}$	$\tau_i^{(1)*}$	$\tau_i^{(2)*}$
1	25	30	20	25	30	35
2	40	20	45	25	55	30
3	20	35	25	45	30	50
4	30	35	30	35	40	45
5	20	15	25	20	45	35
6	30	25	25	25	45	45
7	55	45	40	35	50	45
8	40	55	30	45	35	55
9	40	35	30	25	50	45
10	25	40	25	40	30	45
11	20	45	25	50	35	60
12	40	65	50	75	50	80
13	70	45	45	30	70	40
14	35	20	35	20	50	30
15	40	20	40	20	60	30
16	15	15	25	25	30	30
17	30	30	30	30	35	35
18	40	25	40	25	50	30
19	15	20	20	30	30	40
20	15	15	20	20	30	30

Конкретизируем параметры, используемые в сформулированном алгоритме: $N = 100, \Delta = 5 \text{ с}, R = 10, q = 1.1$ и $M = 10$. Результаты статистического моделирования при различных начальных данных представлены в табл. 1.

В процессе моделирования при начальных значениях $\tau_{i0}^{(1)} = 10, \tau_{i0}^{(2)} = 10, i = 1, \dots, n$, общую загруженность сети удалось уменьшить с 1242024 до 417209, т.е. почти в три раза. При этом значения $\{\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)*}, \bar{\tau}^{(2)*})\}$ находятся в интервале от 1.00 ($i=3$) до 1.40 ($i=13$).

При начальных значениях $\tau_{i0}^{(1)} = 20, \tau_{i0}^{(2)} = 20, i = 1, \dots, n$, предложенный алгоритм позволил уменьшить общую загруженность сети с 671104 до 398525. При этом значения $\{\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)*}, \bar{\tau}^{(2)*})\}$ находятся в интервале от 1.00 ($i=19$) до 1.18 ($i=12$). Для проверки устойчивости моделирования при начальных значениях $\tau_{i0}^{(1)} = \tau_i^{(1)*}, \tau_{i0}^{(2)} = \tau_i^{(2)*}, i = 1, \dots, n$, проводилось дополнительное моделирование общей загруженности сети. Оказалось, что $\hat{W}_N(\bar{\tau}^{(1)*}, \bar{\tau}^{(2)*}) = 401587$ при $N = 1000$, т.е. отклонение значений при $N = 100$ и $N = 1000$ не превышает 0.8 %. Иначе говоря, результаты моделирования при относительно небольшом числе реализаций $N = 100$ обеспечивают достаточно точные оценки.

При начальных значениях $\tau_{i0}^{(1)} = 30$, $\tau_{i0}^{(2)} = 30$, $i = 1, \dots, n$, использование алгоритма оптимизации позволило уменьшить общую загруженность сети с 566071 до 425164. При этом значения $\{\hat{\gamma}_{iN}(\bar{\tau}^{(1)*}, \bar{\tau}^{(2)*})\}$ находятся в интервале от 1.00 ($i=1$) до 1.15 ($i=13$).

Сравнение наборов $\{\bar{\tau}^{(1)*}, \bar{\tau}^{(2)*}\}$ для всех трех случаев показывает их согласованность. Иначе говоря, если при каком-либо режиме светофора определенное направление приоритетное (зеленый свет горит дольше), то эта тенденция прослеживается в каждом варианте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Транспортная сеть — это сеть перекрестков, на каждом из которых находится светофор. Проведенные исследования позволили выделить интегральный показатель, оптимизация которого способствует снижению общей загруженности сети в заданном промежутке $[0, T]$. Предложен эвристический алгоритм минимизации средней загруженности сети, основанный на перераспределении потоков требований на каждом светофоре. Применение алгоритма для сети из 20 перекрестков позволило добиться трехкратного уменьшения суммарного времени пребывания требований в сети.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. Москва: ЛКИ, 2007. 400 с.
2. Федоткин М.А. Процессы обслуживания и управляющие системы. Математические вопросы кибернетики. Москва: Наука, 1996. С. 51–70.
3. Литвак Н.В., Федоткин М.А. Вероятностная модель адаптивного управления конфликтными потоками. *Автоматика и телемеханика*. 2000. № 5. С. 67–76.
4. Зорин А.В., Федоткин М.А. Оптимизация управления дважды стохастическими неординарными потоками в системах с разделением времени. *Автоматика и телемеханика*. 2005. № 7. С. 102–111.
5. Семенов В.В. Математическое моделирование транспортного потока на нерегулируемом пересечении. *Матем. моделирование*. 2008. Т. 20, № 10. С. 14–22.
6. Afanaseva L., Bulinskaya E. Stochastic models of transport flows. *Proc. of the XIII Int. Conf. "Applied Stochastic Models and Data Analysis"* (Vilnius, 2009). P. 320–324.
7. Федоткин М.А., Федоткин А.М. Анализ и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными транспортными потоками Гнеденко–Коваленко. *Автоматика и телемеханика*. 2009. № 12. С. 92–108.
8. Федоткин М.А., Федоткин А.М. Изучение свойств потока Гнеденко–Коваленко. *Вест. Нижегородского гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского*. 2008. № 6. С. 156–160.
9. Zorin A.V. Stability of a tandem of queueing systems with Bernoulli noninstantaneous transfer of customers. *Theory of Probability and Mathematical Statistics*. 2012. P. 173–188.
10. Зорин А.В. Стохастическая модель сообщающихся систем массового обслуживания с повторными вызовами и циклическим управлением в случайной среде. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. № 6. С. 100–109.
11. Зорин А.В., Кузнецов Н.Ю., Кузнецов И.Н. Анализ стохастической модели сообщающихся систем массового обслуживания с повторными вызовами и циклическим алгоритмом управления в случайной среде. *Вест. Нижегородского гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского*. 2013. № 5. С. 54–65.
12. Balsys K., Valinevicius A., Zilyys M. Crossroads load modeling. *Proc. of the ITI. The 30th Int. Conf. on Information Technology Interfaces*. 2008. P. 685–690.

13. Кузнецов Н.Ю., Федоткин М.А. Моделирование конфликтных транспортных потоков. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. № 6. С. 32–39.
14. Boyun V. Intelligent selective perception of visual information in vision systems. *Proc. of the 6-th IEEE Int. Conf. on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Application* (Prague, 2011). Vol. 1. P. 412–416.
15. Boyun V. Directions of development of intelligent real time video systems. *Application and Theory of Computer Technology*. 2017. Vol. 2, N 3. P. 48–66.

Надійшла до редакції 10.10.2017

М.Ю. Кузнецов

ЕВРИСТИЧНИЙ АЛГОРИТМ КЕРУВАННЯ КОНФЛІКТНИМИ НЕСТАЦІОНАРНИМИ ТРАНСПОРТНИМИ ПОТОКАМИ

Анотація. Розглянуто модель мережі, вузлами якої є однолінійні системи масового обслуговування. На вхід деяких систем надходять нестационарні пуассонівські потоки вимог (транспортні потоки). Запропоновано алгоритм статистичного моделювання, який дозволяє виявити найбільш проблемні місця у мережі та сформулювати евристичний алгоритм керування потоками, який сприяє зменшенню часу перебування у чергах. Цей алгоритм проілюстровано на прикладі транспортної мережі, яка налічує 20 перехресть.

Ключові слова: система обслуговування, нестационарний пуассонівський потік, метод статистичного моделювання, ланцюг Маркова, керування потоками.

N.Yu. Kuznetsov

HEURISTIC CONTROL ALGORITHM FOR CONFLICTING NONSTATIONARY TRANSPORT FLOWS

Abstract. The paper considers a model of the network with nodes being one-server queueing systems. The non-stationary Poisson flows are input flows to some queueing systems (transport flows). A statistical simulation algorithm is proposed. It identifies weak points of the network and allows formulating a heuristic flow control algorithm that reduces the total waiting time. This algorithm is illustrated by an example of a transport network with 20 crossroads.

Keywords: queueing system, nonstationary Poisson flow, Monte Carlo method, Markov chain, flow control.

Кузнецов Николай Юрьевич,

член-кор. НАН Украины, доктор техн. наук, заведующий отделом Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев; профессор кафедры Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», e-mail: kuznetsov2016@icloud.com.