УДК 519.622; 517.5

В.І. БІЛЕНКО, К.В. БОЖОНОК, С.Ю. ДЗЯДИК, О.Б. СТЕЛЯ

КУСКОВО-ПОЛІНОМІАЛЬНІ АЛГОРИТМИ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ У НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Анотація. Запропоновано, теоретично обґрунтовано та програмно реалізовано високоточні чисельно-аналітичні алгоритми апроксимації розв'язків задач у неоднорідних середовищах на основі застосування лінійних поліноміальних операторів.

Ключові слова: кусково-поліноміальна апроксимація, неоднорідні середовища, ненасичуваність, найкраще наближення, алгебраїчно-нелінійні рівняння, оптимальні алгоритми, оптимізація обчислень, параболічні сплайни спеціального вигляду.

ВСТУП

Статтю присвячено розв'язанню проблеми підвищення точності кількісного дослідження (аналізу та прогнозу) процесів у багатокомпонентних середовищах і неоднорідних складних інженерних об'єктах, а також визначення їхніх динамічних характеристик. Ця проблема була сформульована та розв'язувалася на основі різницевих методів у роботах академіків НАН України І.В. Сергієнка та В.С. Дейнеки [1, 2], а також їхніх учнів і послідовників.

Метою роботи є конструювання та теоретичне обґрунтування двох взаємодоповняльних алгоритмів на основі відомого апроксимаційного методу В.К. Дзядика та параболічних сплайнів для розв'язання задач у неоднорідних середовищах, моделями яких є рівняння параболічного типу з початково-крайовими умовами. Такі алгоритми мають важливі властивості ненасичуваності за точністю та оптимальності в сенсі найкращого поліноміального наближення у квадратичній та рівномірній метриках.

Актуальність подальшого розвитку та застосування апроксимаційного методу В.К. Дзядика [3, 4] зумовлена зростанням вимог до трьох основних характеристик обчислювальних алгоритмів: точності, швидкодії та інформаційної складності [2, 5] під час розв'язання сучасних задач математичного та комп'ютерного моделювання. Для розв'язування подібних задач, як правило, використовуються потужні різницеві методи, методи скінченних елементів, сплайн-функції, інтегро-інтерполяційні методи та інші [6–9]. Ці методи мають основний недолік — явище насичення (відома проблема Фавара–Колмогорова в теорії наближення функцій та насичення в чисельному аналізі), наслідком якого може бути «вибух» похибок [3, 10, 11]. Зазначимо також, що ці алгоритми є зручними для комп'ютерної реалізації в системах комп'ютерної алгебри [12].

Вивчаються питання щодо застосування розроблених алгоритмів до прикладних задач охорони навколишнього середовища та суміжних областей, зокрема, для інформаційно-математичного моделювання та прогнозування екологічного стану ґрунтових вод [13].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай X — банахів простір векторнозначних функцій u, $A(x,t)u = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(a(x,t)\dfrac{\partial u}{\partial x}\right) + b(x,t,u)\dfrac{\partial u}{\partial x}$ — алгебраїчно-нелінійний диференціальний оператор, що діє в X, $a, b, f(x, t, u)$ — кусково-поліноміальні функції відповідного числа змінних на відрізках $[\xi_l; \xi_{l+1}]$, де $x = \xi_l$ $(l = \overline{0, s})$ — точки спряження [1, 2].

Розглянемо операторне рівняння

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A(x, t)u + f(x, t, u) \tag{1}$$

в області $\Pi = [0, H] \times [0, \Theta]$, $H, \Theta > 0$, з початковою умовою $u(x, 0) = u_0(x)$ і крайовими умовами $u(0, t) = \mu_1(t)$, $u(H, t) = \mu_2(t)$.

Нехай у точках $x = \xi_l$, $l = \overline{1, s}$, задані умови спряження [2]

$$R_{1l} q^-(\xi_l) + R_{2l} q^+(\xi_l) = [u](\xi_l) + \gamma_l, \tag{2}$$

$$[q](\xi_l) = \lambda_l, \ [u](\xi_{l+1}) = \gamma_{l+1}, \tag{3}$$

де $R_{1l}, R_{2l} \geq 0$, $R_{1l} + R_{2l} > 0$, λ_l, γ_l — відомі сталі, $[\varphi](\xi_l) = \varphi^+(\xi_l) - \varphi^-(\xi_l)$, $\varphi^{\pm}(\xi_l) = \varphi(\xi_l \pm 0)$.

АЛГОРИТМ

Запропонований алгоритм, який узагальнює алгоритми, побудовані у попередніх роботах авторів [4, 14–16] на основі застосування апроксимаційного методу В.К. Дзядика [3] (a-методу) полягає у реалізації такої схеми:

1. На кожному відрізку $[\xi_l; \xi_{l+1}]$, де $x = \xi_l$ $(l = \overline{0, s})$ — точки спряження, задачу (1) запишемо в еквівалентній інтегро-функціональній формі [4, 16]

$$Lu = F(x, t, u), \tag{4}$$

де Lu — алгебраїчно-нелінійний інтегральний оператор, $F(x, t, u)$ — алгебраїчна функція трьох змінних, отримана в результаті еквівалентного переходу, виду

$$F(x, t, u) = \sum_{i=0}^{I} \sum_{j=0}^{J} \sum_{k=0}^{K} A_{ijk} x^i t^j u^k, \tag{5}$$

A_{ijk} — відомі коефіцієнти.

2. Наближений розв'язок інтегро-функціонального рівняння (4) шукаємо у вигляді поліномів

$$u_{mn}(x, t) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} \omega_i(x) \cdot \omega_j(t), \tag{6}$$

де $\{\omega_k(\cdot)\}_{k=0}^{\infty}$ — класичні ортогональні многочлени (Лежандра, Чебишова–Ерміта, Чебишова–Лагерра та узагальнені многочлени Якобі).

3. Інтегро-функціональне рівняння (4) замінюємо операторним рівнянням

$$Lu_{mn}(x, t) = F(x, t, u_{mn}(x, t)) + \varepsilon_{mn}(x, t) \tag{7}$$

відносно поліноміального розв'язку (6) з невідомою нев'язкою

$$\varepsilon_{mn}(x, t) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \delta_{ij} \tau_{ij} \omega_i(x) \omega_j(t), \tag{8}$$

де $\delta_{00} = \frac{1}{4}$, $\delta_{0j} = \delta_{i0} = \frac{1}{2}$, якщо $i \geq 1$ і $j \geq 1$, та $\delta_{ij} = 1$, якщо $ij > 0$.

4. Конструюємо ітераційний процес, який враховує особливості алгебраїчних нелінійностей для знаходження розв'язку рівняння (7)

$$Lu_{mn}^{\nu+1}(x,t) = F(x,t,u_{mn}^{\nu}(x,t)) + \varepsilon_{mn}^{\nu}(x,t). \tag{9}$$

5. Після виконання операцій множення та інтегрування в (7) на кожному кроці ітерації ν прирівнюємо коефіцієнти при однакових членах $x^i t^j$ і в отриманій таким чином системі нелінійних алгебраїчних рівнянь визначаємо всі невідомі коефіцієнти c_{ij} через τ_{ij}, $i=\overline{0,m}$, $j=\overline{0,n}$.

ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ АЛГОРИТМУ

Оцінку похибки алгоритму дослідимо для випадку, коли функції ω_i та ω_j у формулах (6), (8) — це многочлени Чебишова першого роду $T_k(\cdot) = \cos(k\arccos(\cdot))$, $k=0,1,2,\ldots$, зміщені відповідно на сегменти $[0,H]$ і $[0,\Theta]$: $T_i(2x/H-1)$ та $T_j(2t/\Theta-1)$.

Позначимо $L_g^2[\pi]$ простір сумовних з квадратом функцій при чебишовській вазі

$$g(h,\theta) := 1\Big/\sqrt{1-\left(\frac{2x}{h}-1\right)^2}\sqrt{1-\left(\frac{2t}{\theta}-1\right)^2} \tag{10}$$

на прямокутнику $\pi=[0,h]\times[0,\theta]$ з загальновідомою нормою $\|\cdot\|_{L_g^2[\pi]}$.

На основі результатів [4, 14–16] справедливі такі твердження:

Теорема 1. Існують скінченні числа $h\in(0,H]$, $\theta\in(0,\Theta]$ і $B=B(h,\theta)=\text{const}$ такі, що для $\forall\tilde{h}\in(0,h]$, $\tilde{\theta}\in(0,\theta]$ і довільних натуральних m і n таких, що $\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}<\frac{B}{h\theta}$, справедливі твердження:

а) операторне рівняння (7) має розв'язок;

б) у прямокутнику $\pi=[0,h]\times[0,\theta]$ мають місце оцінки

$$|u(x,t)-u_{mn}(x,t)| \le A\sqrt{m+n}E_{m,n}(u)_{C(\pi)},\ A=A(h,\theta)=\text{const}>0. \tag{11}$$

Теорема 2. Нехай для деяких $h\in(0,H]$, $\theta\in(0,\Theta]$ і деяких $m,n=1,2,3,\ldots$ в кулі

$$\sigma(\rho) := \left\{\psi\in L_g^2[\pi] : \|\psi\|_{L_g^2[\pi]}\le\rho\right\}$$

на кожному кроці ν ітераційного процесу існує єдиний розв'язок $u(x,t)$ задачі (1) і єдиний розв'язок (6) операторного рівняння (7) на π. Тоді для вказаних m і n на π справедливі оцінки:

а) $\|u(x,t)-u_{mn}^{\nu}(x,t)\|_X \le C_1\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}\delta_{ij}|\tau_{ij}^{\nu}| + K_1\sigma_\nu(h)$;

б) $\|u(x,t)-u_{mn}^{\nu}(x,t)\|_X \le C_2E_{m,n}^{h\theta}(u)_X + K_2\sigma_\nu(h)$,

де $X=L_g^2[\pi]$ з вагою (10); $E_{m,n}^{h\theta}(u)_X$ — максимальне значення найкращих наближень функцій $u(x,t)$ алгебраїчними поліномами двох змінних степеня не вище, ніж m і n, на прямокутниках $\pi_l=[\xi_l,\xi_{l+1}]\times[0,\theta]$ відповідно; $C_i=C_i(h,\theta,s)=\text{const}$ $(i=1,2)$, $K_j=K_j(h,\theta,s)=\text{const}$ $(j=1,2)$; $\sigma_\nu(h)$ визначається формулою

$$\sigma_\nu(h) = \|f\|_{L_g^2[\Pi]}\frac{[2h(4+h)]^\nu}{\nu!}\exp[2h(4+h)],\ \text{де}\ h=\max(H,\Theta).$$

РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

1. Нехай в області $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, $(\Omega_1 = (-1,0), \Omega_2 = (0,1))$ задано рівняння параболічного типу (1), а на кінцях відрізка $[-1,1]$ задані умови Діріхле

$$u(-1,t) = e^{-1} + c^2 \ , \ u(1,t) = 5 + t^2,$$

де $k(x,t) = \begin{cases} 1, & x \in [-1,0], \\ 2, & x \in [-0,1], \end{cases}$ $f(x,t) = \begin{cases} -e^x + 2t, & x \in [-1,0], \\ -40x^3 + 2t, & x \in [0,1], \end{cases}$ $t \in [0,1].$

У точці $x = \psi = 0$ неоднорідні умови спряження мають вигляд (2), (3), де $R_1 = 0{,}5$, $R_2 = 0{,}25$, $\Omega = 3$, $\delta = 0{,}5$.

Початкова умова має вигляд

$$u_0(x) = \begin{cases} e^x, & x \in [-1,0], \\ x^5 + 2x + 2, & x \in [0,1]. \end{cases}$$

Класичний точний розв'язок задачі, що розглядається, має вигляд

$$u(x,t) = \begin{cases} e^x + t^2, & x \in [-1,0], \\ x^5 + 2x + 2 + t^2, & x \in [0,1], \end{cases} \quad t \in [0,1].$$

Ця початково-крайова задача була розв'язана чисельно за допомогою запропонованого вище алгоритму.

Тут для кожного $t \in [0,1]$ використані значення $h = 0{,}125$, $\tau = 0{,}1$. У роботі [1] застосовано метод кінцевих елементів та різницеву схему Кранка–Ніколсона.

Відносна похибка на кожному часовому шарі не перевищувала 10^{-4}%, де u_T і u_n — точний і наближений розв'язок відповідно.

2. Розв'язується операторне рівняння для $m = n = 2$ на квадраті $D = [0,1/2]^2$. Знаходимо наближений поліноміальний розв'язок

$$u_{2,2}(x,t) = 0{,}000289 - 0{,}005290(x+t) - 0{,}952230xt + 0{,}518436(x^2 + t^2) -$$

$$-\| u(x,t) - u_{2,2}(x,t) \|_{C[D]} < 0{,}0043, \text{ де } u(x,t) = csh(x-t) - 1.$$

СПЛАЙНОВА СХЕМА РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО РІВНЯННЯ КОНВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ

Розглянемо крайову задачу для нестаціонарного рівняння конвекції-дифузії

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = D(x,t)\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - V(x,t)\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + f(x,t), \ x \in (0,L), \ t > 0, \tag{12}$$

$$u(0,t) = U_0(t), \tag{13}$$

$$u(L,t) = U_L(t), \tag{14}$$

$$u(x,0) = g(x), \tag{15}$$

де $V(x,t) \neq 0$, $0 < D(x,t) << 1$.

Введемо рівномірну сітку за часовою змінною

$$\Delta_t : t_{k+1} = t_k + \Delta t, \ k = 0,1,2,\ldots, \ t_0 = 0, \ \Delta t = \text{const}.$$

Запишемо дискретизовану за часовою змінною задачу:

$$D(x,t_{k+1})\frac{d^2 u(x,t_{k+1})}{dx^2} - V(x,t_{k+1})\frac{du(x,t_{k+1})}{dx} - \frac{1}{\Delta t}u(x,t_{k+1}) =$$

$$= -f(x,t_{k+1}) - \frac{1}{\Delta t}u(x,t_k), \tag{16}$$

$$u(0, t_{k+1}) = U_0(t_{k+1}), \tag{17}$$

$$u(L, t_{k+1}) = U_L(t_{k+1}), \tag{18}$$

$$u(x, t_0) = g(x), \ k = 0, 1, 2, 3 \ldots \tag{19}$$

Нехай на відрізку $[0, L]$ задані розбиття Δ_x і Δ_τ

$$\text{а) } \Delta_x : 0 = x_0 < x_1 < \ldots < x_N = L, \ \text{б) } \Delta_\tau : 0 = \tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_{N-1} = L, \tag{20}$$

де $x_i < \tau_i < x_{i+1}$, $i = \overline{1, N-2}$.

Позначимо C_i та φ_i значення деяких сіткових функцій, відповідно, на сітках а) та б), причому $\varphi_0 = C_0$, $\varphi_{N-1} = C_N$. Будемо шукати розв'язок задачі у вигляді параболічного сплайна [17, 18]. Для цього запишемо кусково-квадратичну функцію $C(x)$ в $k+1$-й момент часу, $x \in [\tau_i, \tau_{i+1}]$, $i = \overline{0, N-2}$, та знайдемо першу та другу похідні цієї функції на кожному відрізку, підставимо їх разом із самою функцією у рівняння (16). Не обмежуючи загальності алгоритму, покладемо $D = \text{const}$, $V = \text{const}$, та розглянемо рівномірну сітку Δ_τ з кроком h. З неперервності перших похідних функції $C(x)$ у внутрішніх вузлах сітки Δ_τ одержуємо для внутрішніх вузлів сіткової області на момент часу t_{k+1}:

$$\alpha\varphi_{\tau_{i-1}}^{k+1} - \gamma\varphi_{\tau_i}^{k+1} + \beta\varphi_{\tau_{i+1}}^{k+1} = -(f_{x_{i+1}}^{k+1} + f_{x_i}^{k+1})/2 - (\varphi_{x_{i+1}}^{k} + \varphi_{x_i}^{k})/2\rho, \ i = \overline{1, N-2}, \tag{21}$$

де

$$\alpha = a - \frac{1}{2h^2\rho}\mu^2, \ \gamma = a + b + \frac{1}{2h^2\rho}(2h^2 - \mu^2 - (h-\mu)^2), \ \beta = b - \frac{1}{2h^2\rho}(h-\mu)^2,$$

де ρ є позначенням Δt.

Нехай для розбиття (20) виконуються умови

$$\tau_{i+1} = \tau_i + h, \ i = \overline{0, N-2}, \ h > 0, \ N = L/h + 1,$$

$$x_1 = x_0 + h - \mu, \ x_{i+1} = x_i + h, \ i = \overline{1, N-2}, \ x_N = x_{N-1} + \mu, \ 0 < \mu < h,$$

$$V > 0, \ \mu > h - \frac{D}{|V|}.$$

Тоді виконуються нерівності $a > 0$ та $b > 0$, де

$$a = \frac{D}{h^2} + \frac{V}{h^2}\mu, \ b = \frac{D}{h^2} - \frac{V}{h}\left(1 - \frac{\mu}{h}\right).$$

За умови $\rho > \max(\rho_1, \rho_2)$, де $\rho_1 = \dfrac{\mu^2}{2(D + V\mu)}$, $\rho_2 = \dfrac{(h-\mu)^2}{2(D + V\mu - Vh)}$, маємо $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$,

$$|\alpha| \le a + \frac{1}{2h^2\rho}\mu^2, \ |\beta| \le b + \frac{1}{2h^2\rho}(h-\mu)^2, \ |\gamma| = a + b + \frac{1}{2h^2\rho}(h^2 + 2\mu(h-\mu)).$$

Тоді

$$|\alpha| + |\beta| \le a + b + \frac{1}{2h^2\rho}(h^2 + 2\mu(\mu - h)) < a + b + \frac{1}{2h^2\rho}(h^2 + 2\mu(h-\mu)) = |\gamma|.$$

Таким чином, за визначених умов різницева схема (21) є монотонною. Так само це можна показати для від'ємної швидкості.

ПРИКЛАД РОЗРАХУНКІВ

Нехай для задачі (12)–(16) задані крайові умови першого роду та початкова умова $U_0(t) = 1$, $\mathrm{U}_L(t) = 0$, $\mathrm{g}(x) = 0$. У чисельних розрахунках коефіцієнти та параметри задачі набували значень $D = 0.0005$, $V = 1$, $0 \le t \le 10$, $L = 12$.

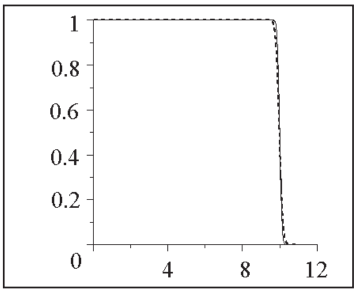

Рис. 1

Обчислення за запропонованою схемою порівнювали з точним розв'язком задачі. Результати порівняння точного та розрахованого розв'язків для моменту часу $T = 10$ наведено на рис. 1 (суцільна лінія — точний розв'язок; штрихова лінія — чисельний розв'язок).

ВИСНОВКИ

1. На основі апроксимаційного методу В.К. Дзядика [3] сконструйовано та теоретично обґрунтовано високоточний алгоритм без насичення точності для аналізу процесів у неоднорідних середовищах.

2. Сформульовано теореми про існування розв'язків та оцінки похибок відповідних задач на основі запропонованого алгоритму у рівномірній та квадратичній метриках, що можуть бути доведені аналогічно відповідним теоремам за схемами та міркуваннями, наведеними в роботах [3, 15, 16].

3. Проведено обчислювальні експерименти на тестових задачах [16, 19], які добре проілюстрували теоретично прогнозовані властивості ненасичуваності та оптимальності в сенсі найкращих наближень побудованого алгоритму і, отже, ефективності у випадку задач в неоднорідних середовищах за неповної інформації щодо початкових даних.

4. Розроблено на основі параболічних сплайнів алгоритм розв'язування крайової задачі для нестаціонарного рівняння конвекції-дифузії [17, 18]. Проведено обчислювальний експеримент для тестових задач.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дейнека В.С., Сергиенко И.В. Модели и методы решения задач в неоднородных средах. Киев: Наук. думка, 2001. 606 с.
2. Сергієнко І.В. Методи оптимізації та системного аналізу для задач трансобчислювальної складності. Київ: Академперіодика, 2010. 239 с.
3. Дзядык В.К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. Киев: Наук. думка, 1988. 304 с.
4. Біленко В.І., Божонок К.В., Дзядик С.Ю., Стеля О.Б. Наближення поліномами розв'язків алгебраїчно-нелінійних рівнянь математичної фізики. *Збірник праць Інституту математики НАН України*. 2016. Т. 13, № 3. С. 7–27.
5. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. Киев: Наук. думка, 1986. 584 с.
6. Сергиенко И.В., Дейнека В.С. Численный системный анализ многокомпонентных распределенных систем. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. Т. 49, № 4. С. 46–61.
7. Сергієнко І.В., Задірака В.К., Литвин О.М. Елементи загальної теорії оптимальних алгоритмів та суміжні питання. Київ: Наук. думка, 2012. 400 с.
8. Сергиенко И.В., Химич А.Н., Яковлев М.Ф. Методы получения достоверных решений систем линейных алгебраических уравнений. *Кибернетика и системный анализ*. 2011. Т. 47, № 1. С. 62–73.
9. Бабич М.Д., Задирака В.К., Людвиченко В.А., Сергиенко И.В. Об использовании резервов оптимизации вычислений в компьютерных технологиях решения задач прикладной и вычислительной математики с требуемыми значениями характеристик качества. *Журн. вычисл. математики и мат. физ*. 2010. Т. 50, № 12. С. 2285–2295.
10. Бабенко К.И. О явлении насыщения в численном анализе. Докл. АН СССР. 1978. Т. 241, № 3. С. 505–508.
11. Гаврилюк И.П., Макаров В.Л. Сильно позитивные операторы и численные алгоритмы без насыщения точности. Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2004. 500 с.
12. Летичевский А.А., Летичевский А.Ал., Песчаненко В.С., Губа А.А. Генерация символьных трасс в системе инсерционного моделирования. *Кибернетика и системный анализ*. 2015. Т. 51, № 1. С. 7–19.
13. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. Москва: Наука, 1977. 664 с.

14. Волков В.А., Летичевский А.А., Денисенко П.Н., Биленко В.И. Реализация численно-аналитических методов приближения функций, заданных обыкновенными дифференциальными уравнениями. *Кибернетика и системный анализ*. 1997. № 1. С. 108–112.

15. Биленко В.И. Аппроксимационный метод для решения интегральных уравнений типа Вольтерра–Урысона с полиномиальными нелинейностями. *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 1989. Т. 29, № 10. С.1577–1581.

16. Біленко В.І., Дерієнко А.І., Кирилаха Н.Г. Кусково-поліноміальні наближення розв'язків жорстких задач на основі апроксимаційного методу В.К. Дзядика. *Журн. обчисл. та приклад. математики*. 2013. № 2. С. 68–77.

17. Стеля О.Б. Розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь за допомогою параболічних сплайнів. *Журн. обчисл. та приклад. математики*. 2007. 1(94). С. 91–98.

18. Стеля О.Б. Моделирующий комплекс для расчета потока грунтовых вод в сложных гидрогеологических условиях. *Математическае моделирование*. 2011. Т. 23, № 4. С. 120–130.

19. Bozhonok E.V. Some existence conditions for the compact extrema of variational functionals of several variables in Sobolev space W_2^1. *Operator Theory: Advances and Applications*. 2009. Vol. 190. P. 141–155.

Надійшла до редакції 20.12.2017

В.И. Биленко, Е.В. Божонок, С.Ю. Дзядык, О.Б. Стеля

КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Аннотация. Предложены, теоретически обоснованы и программно реализованы высокоточные численно-аналитические алгоритмы аппроксимации решений задач в неоднородных средах на основе применения линейных полиномиальных операторов.

Ключевые слова: кусочно-полиномиальная аппроксимация, неоднородные среды, ненасыщаемость, наилучшее приближение, алгебраически-нелинейные уравнения, оптимальные алгоритмы, оптимизация вычислений, параболические сплайны специального вида.

V.I. Bilenko, K.V. Bozhonok, S.Yu. Dzyadyk, O.B. Stelya

PIECEWISE POLYNOMIAL ALGORITHMS FOR ANALYSIS OF PROCESSES IN INHOMOGENEOUS MEDIUM

Abstract. The authors propose, theoretically substantiate, and programmatically implemented high-precision numerical-analytical algorithms for approximation of problems solutions in inhomogeneous media on the basis of linear polynomial operators.

Keywords: piecewise polynomial approximation, inhomogeneous medium, unsaturation, best approximation, algebraic-nonlinear equations, optimal algorithms, computational optimization, parabolic splines of special kind.

Біленко Валентин Іванович,
кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник, професор кафедри Національного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова, Київ, e-mail: v.i.bilenko@npu.edu.ua.

Божонок Катерина Валеріївна,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри Національного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова, Київ, e-mail: katboz2014@gmail.com.

Дзядик Світлана Юріївна,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент Державного університету телекомунікацій, Київ.

Стеля Олег Борисович,
кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник, завідувач лабораторії Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, e-mail: oleg.stelya@gmail.com.