

УДК 004.272.26

В. Я. Лісовець, Г. Г. Цегелик

ОПТИМІЗАЦІЯ m -ПАРАЛЕЛЬНОГО БЛОЧНОГО ПОШУКУ ІНФОРМАЦІЇ У ПОСЛІДОВНИХ ФАЙЛАХ БАЗ ДАНИХ

The optimal search are built with using of the method of m -parallel block search in ordered files of database for probability distribution of record request frequency as: discrete uniform, binomial, Zipf and generalized the partial occasion of witch is the probability distribution approximately satisfying the rule "80 – 20". The mathematical expectation of total time needed for search of a record in file is taken as a criterion of optimality.

Побудовано оптимальний пошук записів з використанням m -паралельного блочного пошуку в послідовних упорядкованих файлах баз даних, які зберігаються в зовнішній пам'яті багатопроцесорної ЕОМ, для таких законів розподілу ймовірностей звертання до записів, як рівномірний, "бінарний", Зіпфа та узагальнений, частковим випадком якого є розподіл, що наближено задовольняє правило "80 – 20". За критерій оптимальності взято математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку запису у файлі.

Завдяки високій надійності та продуктивності багатопроцесорні ЕОМ широко використовують для підтримки й організації великих баз даних (БД). Під час розв'язування різноманітних задач із використанням БД основний акцент переноситься з процедур обробки інформації на процедури організації збереження та пошуку інформації в них. Тому продуктивність обчислювальних систем, орієнтованих на роботу з великими БД, значною мірою визначається ефективністю методів паралельного пошуку інформації в БД.

Дослідження ефективності методів пошуку інформації в базах даних є досить складною задачею. Зазвичай, за критерій ефективності береться середня кількість порівнянь, необхідних для пошуку запису. На практиці це теоретичне середнє досить часто відрізняється від реальної середньої кількості порівнянь. Насамперед це пов'язано з тим, що ймовірності звертання до записів у файлах баз даних підпорядковані нерівномірним законам розподілу: одні записи шукаються досить часто, інші дуже рідко.

У цій роботі припускаємо, що ми можемо визначити закон розподілу, за яким розподілені записи. Це можемо зробити, наприклад, маючи статистичну інформацію конкретної бази даних.

У роботах [2–6] проаналізовано методи m -паралельного послідовного перегляду та двох варіантів методу m -паралельного блочного пошуку записів для різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів, де за критерій ефективності взято математичне сподівання кількості паралельних порівнянь, необхідних для пошуку запису у файлі. Зауважимо, що побудова оптимальних стратегій пошуку інформації в послідовних файлах у випадку використання методів послідовного перегляду і блочного пошуку записів для однопроцесорних ЕОМ та різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів розглянуті в [9]. А в [5] побудовано оптимальні стратегії пошуку записів в послідовних файлах, які зберігаються у зовнішній пам'яті багатопроцесорної ЕОМ, використовуючи метод m -паралельного послідовного перегляду.

У цій роботі, використовуючи метод m -паралельного блочного пошуку записів, побудуємо оптимальний пошук записів в файлах, які зберігаються у зовнішній пам'яті багатопроцесорної ЕОМ.

© В. Я. Лісовець, Г. Г. Цегелик, 2009

Побудову оптимального пошуку проведемо для рівномірного закону розподілу ймовірностей звертання до записів і таких законів нерівномірного розподілу ймовірностей [1–8]:

- “бінарний” розподіл,
- закон Зіпфа,
- узагальнений закон розподілу.

Побудова математичних моделей і виведення співвідношень для знаходження оптимальних параметрів. Нехай послідовний упорядкований файл, який містить N записів, знаходиться у зовнішній пам’яті багатопроцесорної ЕОМ, до складу якої входять m процесорів, які працюють паралельно і мають спільне поле пам’яті. Припустимо, що файл умовно поділений на n блоків по sm записів у кожному ($N = nsm$) і пошук потрібного запису здійснюється так. Спочатку локалізується блок, який містить шуканий запис, шляхом читання в основну пам’ять m останніх записів блоків. Після цього локалізований блок зчитується в основну пам’ять і пошук потрібного запису в ньому відбувається за допомогою методу m -паралельного послідовного перегляду [2, 4].

Нехай $a_0 = b_0 + d_0m$ – час читання m записів в основну пам’ять, де b_0, d_0 – деякі сталі; t_0 – час виконання операції m -паралельного послідовного перегляду записів в основній пам’яті; p_i – ймовірність звертання до i -го запису файла; E_t – математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку запису у файлі. Представимо E_t у вигляді суми математичного сподівання часу, необхідного для локалізації блоку, зчитування блоку в основну пам’ять і математичного сподівання часу, необхідного для пошуку запису в локалізованому блоці. Тоді E_t можна виразити формулою

$$E_t = \sum_{k=1}^n (a_0 + t_0)k \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^m P_{(k-1)ms+(i-1)m+j} + a_0s + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^s t_0i \sum_{j=1}^m P_{(k-1)ms+(i-1)m+j},$$

або

$$E_t = a_0s + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^m ((a_0 + t_0)k + t_0i) P_{(k-1)ms+(i-1)m+j}.$$

Знайдемо явний вираз для E_t у випадку різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів і дослідимо, за яких значень параметрів n і s математичне сподівання досягає мінімуму. Для цього введемо позначення

$$E_1 = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^m iP_{(k-1)ms+(i-1)m+j}, \quad E_2 = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^m kP_{(k-1)ms+(i-1)m+j}.$$

Тоді

$$E_t = a_0s + (a_0 + t_0)E_2 + t_0E_1.$$

Рівномірний розподіл. Нехай розподіл ймовірностей є рівномірним, тобто

$$p_i = \frac{1}{N}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Тоді

$$E_1 = \frac{1}{2}(s+1), \quad E_2 = \frac{1}{2}(n+1)$$

і

$$E_t = a_0s + \frac{1}{2}(n+1)(a_0 + t_0) + \frac{1}{2}(s+1)t_0,$$

або

$$E_t = \left[\frac{N}{nm} + \frac{1}{2}(n+1) \right] (b_0 + d_0 m) + \frac{1}{2} \left(n + \frac{N}{nm} + 2 \right) t_0.$$

Оскільки

$$\frac{dE_t}{dn} = \left[\frac{1}{2} - \frac{N}{n^2 m} \right] (b_0 + d_0 m) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{N}{n^2 m} \right) t_0,$$

то для знаходження параметра n , за якого функція E_t досягає мінімуму (m вважаємо сталим), одержуємо

$$n = \sqrt{\frac{N}{m} \left(\frac{\frac{b_0}{d_0} + m}{\frac{b_0}{d_0} + m + \frac{t_0}{d_0}} + 1 \right)}.$$

Тоді $s = N / mn$.

“Бінарний” розподіл. Якщо ймовірності звертання до записів задовольняють “бінарний” розподіл, тобто

$$p_i = \frac{1}{2^i}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad p_N = \frac{1}{2^{N-1}},$$

то аналогічно, як в [9],

$$E_1 = \frac{s}{2^N} + \left(\frac{2^m}{2^m - 1} - \frac{s}{2^{ms} - 1} \right) (1 - 2^{-N}), \quad E_2 = \frac{2^{ms}}{2^{ms} - 1} (1 - 2^{-N}).$$

Нехтуючи нескінченно малою величиною 2^{-N} , з достатньо високою точністю можемо прийняти

$$E_t = a_0 s + \frac{2^{ms}}{2^{ms} - 1} (a_0 + t_0) + \left(\frac{2^m}{2^m - 1} - \frac{s}{2^{ms} - 1} \right) t_0,$$

або

$$E_t = \left(s + \frac{2^{ms}}{2^{ms} - 1} \right) (b_0 + d_0 m) + \left(\frac{2^m}{2^m - 1} + \frac{2^{ms} - s}{2^{ms} - 1} \right) t_0.$$

Оскільки

$$\frac{dE_t}{ds} = \left(1 - \frac{2^{ms} m \ln 2}{(2^{ms} - 1)^2} \right) (b_0 + d_0 m) + \frac{2^{ms} [(s-1)m \ln 2 - 1] + 1}{(2^{ms} - 1)^2} t_0,$$

та при $m \geq 2$, $s \geq 2$, $m, s \in N$ функція E_t набуває найменшого значення при $s = 2$. В цьому випадку

$$E_t = \left(2 + \frac{4^m}{4^m - 1} \right) (b_0 + d_0 m) + \left(\frac{2^m}{2^m - 1} + \frac{4^m - 2}{4^m - 1} \right) t_0.$$

Закон Зіпфа. Припустимо, що розподіл ймовірностей звертання до записів задовольняє закон Зіпфа, тобто

$$p_i = \frac{1}{i H_N}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

де $H_N = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k}$ – частинна сума гармонічного ряду. Тоді, аналогічно як в [9], одержуємо

$$E_1 = \frac{1}{H_N} (H_N + s \cdot S_{ms}(n) - S_m(sn)), \quad E_2 = \frac{1}{H_N} ((n+1)H_N - S_{ms}(n)),$$

де

$$S_{ms}(n) = \sum_{k=1}^n H_{kms}, \quad S_m(ns) = \sum_{k=1}^{ns} H_{km}.$$

Тоді

$$E_t = a_0 s + \frac{1}{H_N} \left[((n+1)H_N - S_{ms}(n))(a_0 + t_0) + (H_N + s \cdot S_{ms}(n) - S_m(sn))t_0 \right].$$

Використовуючи апроксимації сум $S_{ms}(n)$ і $S_m(ns)$ відповідно виразами [8]

$$\bar{S}_{ms}(n) = n(H_N - 1) + \frac{1}{2} \ln n + C_1, \quad \bar{S}_m(ns) = ns(H_N - 1) + \frac{1}{2} \ln(ns) + C_1,$$

де $C_1 = 0,5 \ln 2\pi$, з достатньо високою точністю можемо прийняти

$$E_t = a_0 s + \frac{1}{H_N} \left\{ \left(H_N + n - \frac{1}{2} \ln n - C_1 \right) (a_0 + t_0) + \left[H_N + (s-1) \left(\frac{1}{2} \ln n + C_1 \right) - \frac{1}{2} \ln s \right] t_0 \right\},$$

або

$$E_t = (b_0 + d_0 m) \frac{N}{mn} + \frac{1}{H_N} \left\{ \left(H_N + n - \frac{1}{2} \ln n - C_1 \right) (b_0 + t_0 + d_0 m) + \left[H_N + \left(\frac{N}{mn} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} \ln n + C_1 \right) - \frac{1}{2} \ln \frac{N}{nm} \right] t_0 \right\}.$$

Оскільки

$$\frac{dE_t}{dn} = (b_0 + d_0 m) \left(-\frac{N}{mn^2} \right) + \frac{1}{H_N} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2n} \right) (b_0 + t_0 + d_0 m) + \left[\frac{1}{2} \left(-\frac{N}{mn^2} (\ln n + 2C_1) + \left(\frac{N}{mn} - 1 \right) \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \right) \right] t_0 \right\},$$

то для знаходження значення параметра n , за якого E_t досягає найменшого значення, одержуємо рівняння

$$n(2n-1) \left(m + \frac{b_0 + t_0}{d_0} \right) = \frac{N}{m} \left[(\ln n + 2C_1 - 1) \frac{t_0}{d_0} + 2H_N \left(m + \frac{b_0}{d_0} \right) \right].$$

Узагальнений закон. Нехай розподіл імовірностей звертання до записів задовольняє узагальнений закон розподілу, тобто

$$p_i = \frac{1}{i^c H_N^{(c)}}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

де c ($0 < c < 1$) – будь-який параметр, $H_N^{(c)} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{k^c}$ – частинна сума узагальненого гармонічного ряду. Тоді, аналогічно як в [9], одержуємо

$$E_1 = \frac{1}{H_N^{(c)}} \left(H_N^{(c)} + s \cdot S_{ms}^{(c)}(n) - S_m^{(c)}(sn) \right), \quad E_2 = \frac{1}{H_N^{(c)}} \left((n+1)H_N^{(c)} - S_{ms}^{(c)}(n) \right),$$

де

$$S_{ms}^{(c)}(n) = \sum_{k=1}^n H_{kms}^{(c)}, \quad S_m^{(c)}(n) = \sum_{k=1}^n H_{km}^{(c)}.$$

Тоді

$$E_t = a_0 s + \frac{1}{H_N^{(c)}} \left\{ \left[(n+1)H_N^{(c)} - S_{ms}^{(c)}(n) \right] (a_0 + t_0) + \left[H_N^{(c)} + s \cdot S_{ms}^{(c)}(n) - S_m^{(c)}(ns) \right] t_0 \right\}.$$

Використовуючи для $S_{ms}^{(c)}(n)$ і $S_m^{(c)}(ns)$ відповідні апроксимації [8]

$$\overline{S_{ms}^{(c)}}(n) = nH_N^{(c)} + \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{c-1}{2-c} n + \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}} \right),$$

$$\overline{S_m^{(c)}}(ns) = nsH_N^{(c)} + \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{c-1}{2-c} ns + \frac{\alpha^{(c)}(ns)}{(ns)^{1-c}} \right),$$

де $\alpha^{(c)}(n) = H_n^{(c-1)} - \frac{1}{2-c} n^{2-c}$, $\alpha^{(c)}(ns) = H_{ns}^{(c-1)} - \frac{1}{2-c} (ns)^{2-c}$ – повільно зростаючі функції, з достатньо високою точністю можемо прийняти

$$E_t = a_0 s + \frac{1}{H_N^{(c)}} \left\{ \left[H_N^{(c)} - \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{c-1}{2-c} n + \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}} \right) \right] (a_0 + t_0) + \left[H_N^{(c)} + \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(s \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}} - \frac{\alpha^{(c)}(ns)}{(ns)^{1-c}} \right) \right] t_0 \right\},$$

або

$$E_t = (b_0 + d_0 m) \frac{N}{mn} + \frac{1}{H_N^{(c)}} \left\{ \left[H_N^{(c)} - \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{c-1}{2-c} n + \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}} \right) \right] (b_0 + t_0 + d_0 m) + \left[H_N^{(c)} + \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{N}{m} \cdot \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{2-c}} - \frac{\alpha^{(c)}(N/m)}{(N/m)^{1-c}} \right) \right] t_0 \right\}.$$

Візьмемо похідну від E_t по n , покладаючи $\frac{d\alpha^{(c)}(n)}{dn} \approx \alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)$.

Одержимо

$$\begin{aligned} \frac{dE_t}{dn} \approx & -\frac{N}{mn^2} (b_0 + d_0 m) + \\ & + \frac{1}{H_N^{(c)}} \left[-\frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{c-1}{2-c} + \frac{n(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)) - (1-c)\alpha^{(c)}(n)}{n^{2-c}} \right) \times \right. \\ & \left. \times (b_0 + t_0 + d_0 m) + \frac{N^{1-c}}{1-c} \cdot \frac{N}{m} \cdot \frac{n(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)) - (2-c)\alpha^{(c)}(n)}{n^{3-c}} t_0 \right]. \end{aligned}$$

Тоді для наближеного обчислення значення параметра n , за якого E_t набуває найменшого значення, дістаємо рівняння

$$\begin{aligned} & \left\{ n^{3-c} - \frac{2-c}{(1-c)^2} n \left[n(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)) - (1-c)\alpha^{(c)}(n) \right] \right\} (b_0 + d_0 m + t_0) + \\ & + \frac{2-c}{(1-c)^2} \frac{N}{m} \left[n(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)) - (2-c)\alpha^{(c)}(n) \right] t_0 = \\ & = \frac{2-c}{1-c} \frac{N^c}{m} H_N^{(c)} n^{1-c} (b_0 + d_0 m). \end{aligned}$$

Порівняння результатів. Оскільки на практиці в більшості випадків визначити значення сталих b_0 , d_0 та t_0 є досить складно, та й значення цих сталих досить сильно варіюються для різних обчислювальних машин, тому в подальших обчисленнях будемо припускати, що нам відомі значення відношень b_0/d_0 та t_0/d_0 , які є досить схожими для різних обчислювальних машин. Тому для практичних обчислень дослідження функції E_t ми замінимо на дослідження функції E_t/d_0 , яка у випадку різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів буде мати такий вигляд:

- рівномірний розподіл

$$\frac{E_t}{d_0} = \left[\frac{N}{nm} + \frac{1}{2}(n+1) \right] \left(\frac{b_0}{d_0} + m \right) + \frac{1}{2} \left(n + \frac{N}{nm} + 2 \right) \frac{t_0}{d_0};$$

- “бінарний” розподіл

$$\frac{E_t}{d_0} = \left(s + \frac{2^{ms}}{2^{ms}-1} \right) \left(\frac{b_0}{d_0} + m \right) + \left(\frac{2^m}{2^m-1} + \frac{2^{ms}-s}{2^{ms}-1} \right) \frac{t_0}{d_0};$$

- закон Зіпфа

$$\frac{E_t}{d_0} = \left(\frac{b_0}{d_0} + m \right) \frac{N}{mn} + \frac{1}{H_N} \left\{ \left(H_N + n - \frac{1}{2} \ln n - C_1 \right) \left(\frac{b_0 + t_0}{d_0} + m \right) + \left[H_N + \left(\frac{N}{mn} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} \ln n + C_1 \right) - \frac{1}{2} \ln \frac{N}{nm} \right] \frac{t_0}{d_0} \right\};$$

- узагальнений закон розподілу

$$\frac{E_t}{d_0} = \left(\frac{b_0}{d_0} + m \right) \frac{N}{mn} + \frac{1}{H_N^{(c)}} \left\{ \left[H_N^{(c)} - \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{c-1}{2-c} n + \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}} \right) \right] \left(\frac{b_0 + t_0}{d_0} + m \right) + \left[H_N^{(c)} + \frac{N^{1-c}}{1-c} \left(\frac{N}{m} \cdot \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{2-c}} - \frac{\alpha^{(c)}(N/m)}{(N/m)^{1-c}} \right) \right] \frac{t_0}{d_0} \right\}.$$

Оптимальні значення параметра n , при яких функції E_t/d_0 досягає мінімуму, і значення функції E_t/d_0 при знайдених оптимальних n для $N = 10^6$, деяких m і різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів приведені відповідно в табл. 1 і табл. 2.

Таблиця 1. Оптимальні значення параметра n для різних законів розподілу ймовірностей та різної кількості процесорів

m	Рівномірний	Узагальнений				Зіпфа	“Бінарний”
		$c = 0,2$	$c = 0,4$	$c = 0,6$	$c = 0,8$		
1	1414	1500	1633	1868	2380	3794	1000000
2	1000	1061	1155	1321	1683	2683	500000
4	707	750	816	934	1190	1897	250000
5	632	671	730	835	1064	1697	200000
10	447	474	516	591	753	1200	100000
20	316	335	365	418	532	849	50000
40	224	237	258	295	376	600	25000
50	200	212	231	264	337	537	20000
100	141	150	163	187	238	380	10000

Таблиця 2. Оптимальні значення функції E_t/d_0 для різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів та різної кількості процесорів

m	Рівномірний	Узагальнений				Зіпфа	“Бінарний”
		$c = 0,2$	$c = 0,4$	$c = 0,6$	$c = 0,8$		
1	142 889	134 721	123 763	108 196	84 934	53 311	336
2	102 053	96 220	88 395	77 278	60 669	38 091	312
4	73 592	69 387	63 745	55 731	43 758	27 483	312
5	66 461	62 664	57 569	50 333	39 521	24 826	315
10	49 249	46 436	42 662	37 302	29 295	18 414	330
20	38 008	35 838	32 927	28 793	22 618	14 230	360
40	31 375	29 585	27 184	23 774	18 684	11 769	420
50	30 075	28 360	26 059	22 792	17 915	11 291	450
100	28 384	26 767	24 598	21 520	16 926	10 689	600

ВИСНОВКИ

Розглянуто використання методу m -паралельного блочного пошуку для пошуку записів у послідовних упорядкованих файлах баз даних. Побудовано оптимальний пошук записів з використанням методу m -паралельного блочного пошуку в послідовних файлах, які зберігаються у зовнішній пам’яті багатопроекторної ЕОМ, для таких законів розподілу ймовірностей звертання до записів, як рівномірний, “бінарний”, Зіпфа та узагальнений, частковим випадком якого є розподіл, що наближено задовольняє правило “80–20”. За критерій оптимальності взято математичне сподівання загального часу, необхідного для пошуку запису у файлі.

На основі одержаних даних дійшли висновку, що оптимальні стратегії пошуку записів з використанням розглянутого варіанту методу m -паралельного блочного пошуку досить суттєво залежать від закону розподілу ймовірностей звертання до записів та від кількості процесорів.

1. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 3: Сортировка и поиск. – М.: Изд. Дом “Вильямс”, 2000. – 832 с.
2. Лісовець В. Я., Цегелик Г. Г. Метод m -паралельного послідовного перегляду записів та його використання для пошуку інформації у послідовних файлах баз даних // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2007. – Вип. 5. – С. 109–119.
3. Лісовець В. Я., Цегелик Г. Г. Метод m -паралельного блочного пошуку записів у файлах баз даних та його ефективність // Відбір та обробка інформації. – 2007. – Вип. 27(103). – С. 87–92.
4. Лісовець В., Цегелик Г. Метод m -паралельного послідовного пошуку записів у файлах баз даних і його ефективність // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 2006. – Вип. 13. – С. 177–186.
5. Лісовець В., Цегелик Г. Моделювання та оптимізація паралельного пошуку інформації у файлах баз даних // Тези третьої міжнар. наук.-техн. конф. “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”. – Львів. – 2008. – С. 277–280.
6. Лісовець В. Я., Цегелик Г. Г. Один з варіантів методу m -паралельного блочного пошуку записів і його ефективність // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2008. – Вип. 7. – С. 103–111.
7. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах. – М: Мир, 1980. – 644 с.
8. Цегелик Г. Г. Организация и поиск информации в базах данных. – Львов: Высш. шк., 1987. – 176 с.
9. Цегелик Г. Г. Системы распределенных баз данных. – Львов: Світ, 1990. – 168 с.