

УДК 537.523

А. Б. Завгородній, Л. Д. Писаренко

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ГАЗОРОЗРЯДНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ

The mathematical modeling of the electrical field in the gap between two planar electrodes was made. The comparison between experimental GDV-image distribution of the electromagnetic field intensity in the gas-discharge gap and the model distribution of the field was also done.

Проведено математичне моделювання електричного поля в зазорі між плоскими електродами з урахуванням їх мікрорельєфу, а також порівняння експериментально отриманого ГРВ-зображення розподілу напруженості електричного поля, що виникає між електродами в газорозрядному проміжку з модельним розподілом електричного поля.

Перші фотографічні зображення електрода, отримані за допомогою газорозрядного свічення біля його поверхні, були опубліковані ще в кінці позаминулого століття, однак вони не викликали особливого інтересу у фахівців. Лише після того, як в роботах С. Д. Кірліан та В. Х. Кірліан [1, 2] було емпірично доведено, що такі зображення можуть містити важливу інформацію про властивості об'єктів, що фотографуються, в тому числі й таку, яку важко отримати якимось іншим методом, цей спосіб візуалізації ввійшов у вжиток під назвою "ефект Кірліан", викликав до себе пильну увагу і став використовуватися в дефектоскопії, фізичному експерименті, криміналістиці тощо [3].

Широку дискусію [4–7] викликала можливість застосування цього методу в біології, наприклад, для оцінки стану життєдіяльності рослин, в медицині, зокрема, для діагностики пухлин, оцінки працездатності і психофізичного стану людини, виявлення біологічно активних ділянок шкірного покриву тощо.

На цей час можна вважати встановленим [1, 2], що формування подібних зображень (ефект Кірліан) зумовлено виникненням газового розряду між поверхнею досліджуваного об'єкта і іншим електродом, здатним фіксувати дію цього розряду і його характерні особливості шляхом візуалізації (створення зображення) на певному носії. Таким носієм зображення може слугувати фотоматеріал, люмінесцентний екран та ін. [3].

Постановка задачі. Ефективне застосування методів газорозрядної візуалізації (ГРВ) можливо лише на основі чіткого уявлення про їх фізичну сутність [3]. Основною задачею цієї роботи є математичне моделювання електричного поля в зазорі між плоскими електродами з урахуванням їх мікрорельєфу, а також підтвердження факту відповідності отриманого ГРВ-зображення розподілу напруженості електричного поля, що виникає між електродами в газорозрядному проміжку. Ця робота повинна стати кроком, спрямованим на подолання труднощів в інтерпретації ГРВ-зображень складних об'єктів шляхом дослідження процесу на простих канонічних моделях поверхонь (наприклад, електродів циліндричної форми, плоских електродів різноманітної геометрії за відсутності та наявності поверхневих мікронеоднорідностей).

Електричне поле в зазорі між плоскими електродами з урахуванням мікрорельєфу. Знайдемо розподіл електричного поля біля поверхні електрода з прямокутним пазом шириною b та глибиною h . Величину зазору між електродами позначимо δ . Для розрахунків скористаємося методикою, наведеною в [8]. У випадку значної довжини паза і на значній відстані від його кінців поле в зазорі

© А. Б. Завгородній, Л. Д. Писаренко, 2009

можна вважати двовимірним. Для вирішення крайової задачі знаходження розподілу потенціалу електричного поля скористаємося методом конформних відображень. У загальному випадку для системи електродів, зображених на рис. 1а комплексний потенціал не вдається виразити в елементарних функціях, що значно ускладнює подальший аналіз. Але в деяких граничних випадках ($h \gg b, \delta$; $b \gg h, \delta$; $b \ll h, \delta$) потенціал можна записати у вигляді елементарних функцій. Використання таких спрощень незначно знижує інформативність отриманих результатів при значному полегшенні перетворень.

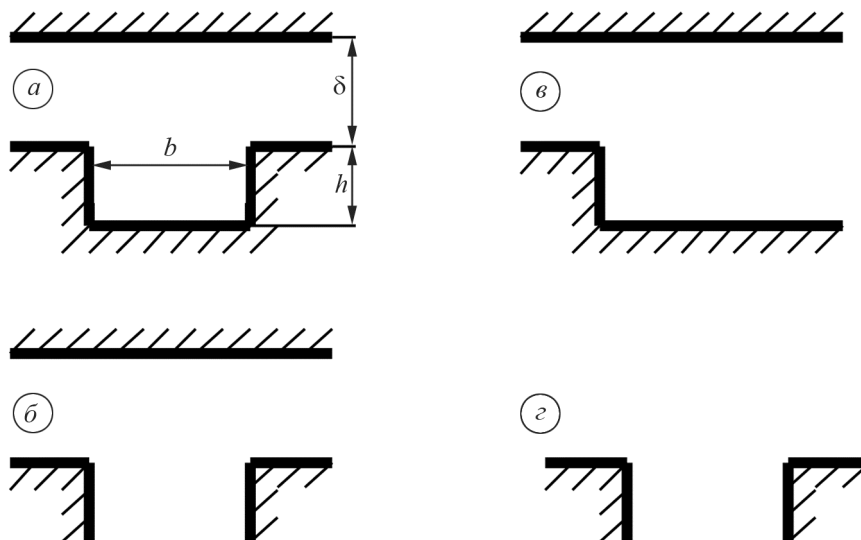


Рис. 1. Поперечний розріз зазору між електродами, один з яких має дефект у вигляді прямокутного пазу: а – загальний вигляд; б – $h \gg b, \delta$; в – $b \gg h, \delta$; г – $b \ll h, \delta$.

Схематичне зображення зазорів в граничних випадках показано на рис. 1. Позначимо через $w = u + iv$ комплексний потенціал, де v – потенціал поля; u – силова функція. Запишемо перетворення смуги $0 \leq v \leq V$ на комплексній площині w (рис. 2а) при $h \gg b, \delta$, де V – різниця потенціалів на електродах [8]:

$$z = \frac{2i}{\pi} \left[\delta \operatorname{arctg} \left(\frac{2\delta \operatorname{th} \frac{\pi w}{2V}}{b \sqrt{\operatorname{th}^2 \frac{\pi w}{2V} - a^2}} \right) \right] + \frac{b}{2} \operatorname{arth} \left(\frac{\operatorname{th} \frac{\pi w}{2V}}{\sqrt{\operatorname{th}^2 \frac{\pi w}{2V} - a^2}} \right), \quad (1)$$

де $a^2 = 1 + (2\delta/b)^2 = 1 + \alpha^2$; $z = x + iy$.

Припускаємо, що границя паза має потенціал $v = V$, а електрод – потенціал $v = 0$. Запишемо дійсну та уявну частини виразу (1):

$$x = \operatorname{Re} z = -\frac{b}{2\pi} \left\{ \frac{\alpha}{2} \ln \frac{(1 + \alpha Y)^2 + (\alpha X)^2}{(1 - \alpha Y)^2 + (\alpha X)^2} - \operatorname{arctg} \frac{2Y}{1 - X^2 - Y^2} \right\}, \quad (2)$$

$$y = \operatorname{Im} z = \frac{b}{2\pi} \left\{ \alpha \cdot \operatorname{arctg} \frac{2\alpha X}{1 - (\alpha X)^2 - (\alpha Y)^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{(1 + X)^2 + Y^2}{(1 - X)^2 + Y^2} \right\}, \quad (3)$$

де $X = \frac{1}{\sqrt{p}} (\xi \cos \frac{\theta}{2} - \zeta \sin \frac{\theta}{2})$; $Y = \frac{1}{\sqrt{p}} (\zeta \cos \frac{\theta}{2} + \xi \sin \frac{\theta}{2})$;

$$p = \sqrt{(\xi^2 - \zeta^2 - a^2)^2 + (2\xi\zeta)^2}; \quad \theta = \operatorname{arctg} \left(\frac{-2\xi\zeta}{\xi^2 - \zeta^2 - a^2} \right);$$

арктангенс знаходиться в квадранті, визначеному знаками чисельника і знаменника.

$$\xi = \frac{\text{sh}(\pi u/V)}{\text{ch}(\pi u/V) + \cos(\pi v/V)}, \quad \zeta = \frac{\sin(\pi v/V)}{\text{ch}(\pi u/V) + \cos(\pi v/V)}$$

Напруженість електричного поля в зазорі можна знайти з виразу

$$\bar{E} = E_x - iE_y = i(dz/dw)^{-1}. \quad (4)$$

Враховуючи співвідношення (1), знаходимо

$$E_x = -\frac{2V}{b} \frac{\sqrt{\chi}(T \cos(\varphi/2) + S \sin(\varphi/2))}{(1 + \alpha P)^2 + (\alpha R)^2}, \quad (5)$$

$$E_y = \frac{2V}{b} \frac{\sqrt{\chi}(T \sin(\varphi/2) - S \cos(\varphi/2))}{(1 + \alpha P)^2 + (\alpha R)^2}, \quad (6)$$

$$P = \text{ch}^2 \frac{\pi u}{2V} \cos^2 \frac{\pi v}{2V} - \text{sh}^2 \frac{\pi u}{2V} \sin^2 \frac{\pi v}{2V},$$

$$R = \frac{1}{2} \text{sh} \frac{\pi u}{V} \sin \frac{\pi v}{V},$$

$$\chi = \sqrt{(1 + \alpha^2 P)^2 + (\alpha^2 R)^2}, \quad \text{tg} \varphi = \alpha^2 R / (1 + \alpha^2 P),$$

$$S = (1 + \alpha P) \text{ch} \frac{\pi u}{2V} \cos \frac{\pi v}{2V} + \alpha R \text{sh} \frac{\pi u}{2V} \sin \frac{\pi v}{2V},$$

$$T = (1 + \alpha P) \text{sh} \frac{\pi u}{2V} \sin \frac{\pi v}{2V} - \alpha R \cdot \text{ch} \frac{\pi u}{2V} \cos \frac{\pi v}{2V}.$$

Запишемо вираз для $|\nabla E^2|$:

$$|\nabla E^2| = \sqrt{\nabla_x^2 E^2 + \nabla_y^2 E^2} = 2E |\nabla E|, \quad (7)$$

$$\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y}, \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2},$$

$$\nabla_x E^2 = 2(E_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + E_y \frac{\partial E_y}{\partial x}); \quad \nabla_y E^2 = 2(E_x \frac{\partial E_x}{\partial y} + E_y \frac{\partial E_y}{\partial y}).$$

З урахуванням (4), можна довести, що

$$\frac{d\bar{E}}{dz} = \bar{E}^3 \frac{d^2 z}{dw^2}. \quad (8)$$

Водночас

$$\frac{d\bar{E}}{dz} = \frac{\partial E_x}{\partial x} - i \frac{\partial E_y}{\partial x} = -i \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial y}. \quad (9)$$

Диференціація рівняння (1) і з врахуванням

$$\bar{E}^3 = E_x(E_x^2 - 3E_y^2) + iE_y(E_y^2 - 3E_x^2),$$

дає змогу знайти вирази для $|\nabla E^2|$ та $|\nabla E|$.

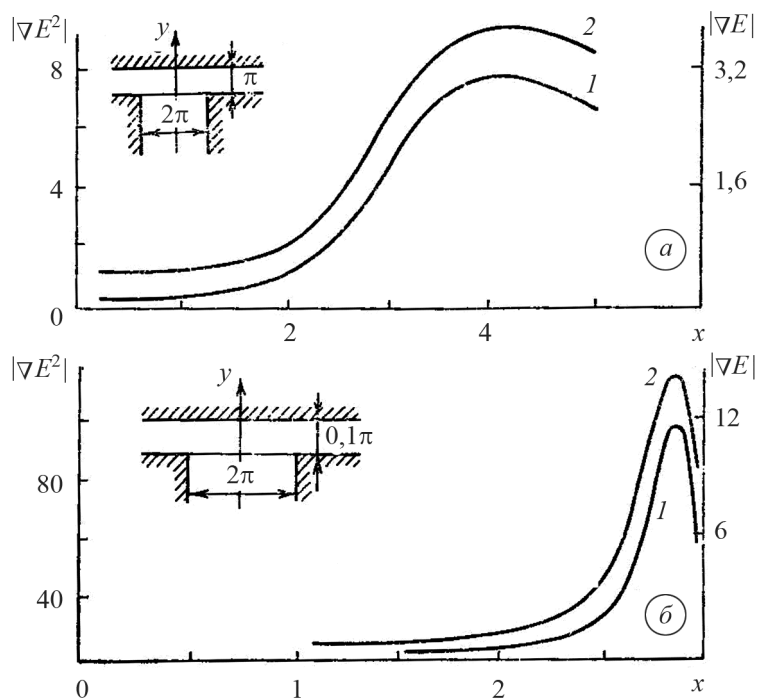


Рис. 2. Розподіл $|\nabla E^2|$ (крива 1) та $|\nabla E|$ (крива 2) при різноманітних співвідношеннях зазору δ між електродами та ширини b прямокутного пазу: $a - b/\delta = 2$; $b - b/\delta = 20$ [8].

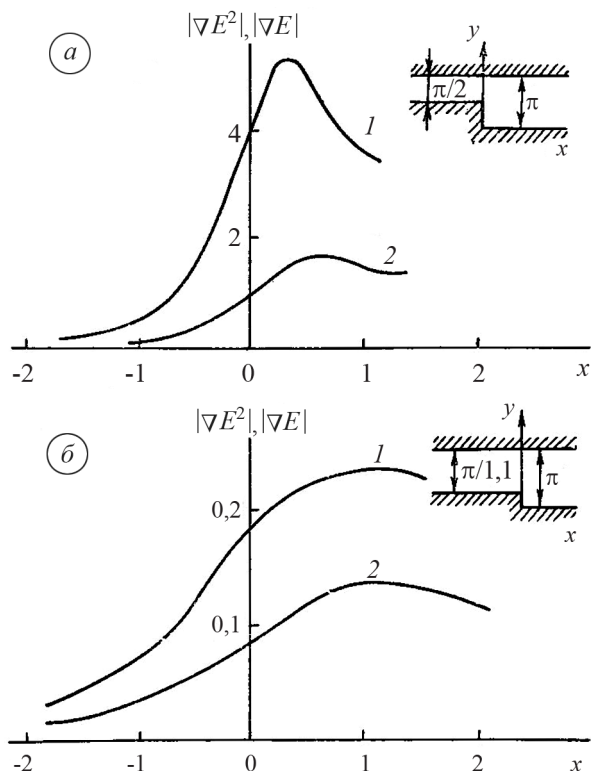


Рис. 3. Розподіл $|\nabla E^2|$ (крива 1) та $|\nabla E|$ (крива 2) при різноманітних співвідношеннях зазору δ між електродами та ширини b прямокутного пазу: $a - h/\delta = 2$; $b - h/\delta = 0,1$ [8].

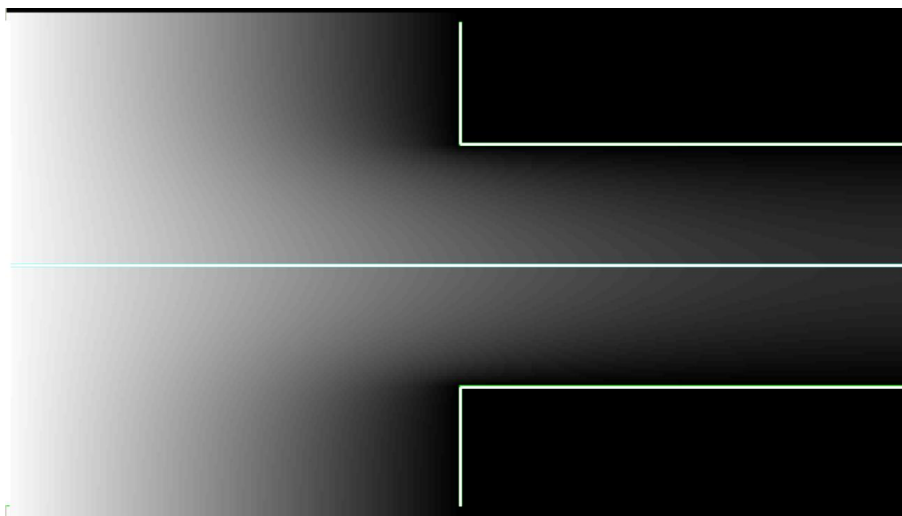


Рис. 4. Розподіл вектора напруженості електричного поля E між електродами при $h \gg b, \delta$.

Матеріали і методи дослідження. На рис. 5 зображена схема пристрою для дослідження об'єктів методом ГРВ, що використовувалась в експерименті.

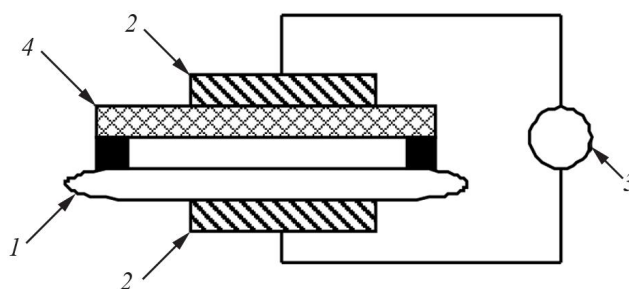


Рис. 5. Схема пристрою для лавинної ГРВ: 1 – досліджуваній об'єкт; 2 – металевий електрод; 3 – джерело напруги; 4 – діелектрична пластинка-носії зображення (наприклад, фотоматеріал).

Для дослідження особливостей газорозрядної візуалізації твердофазних об'єктів використовували металеву пластинку з модельними дефектами – пазами різної ширини і глибини, яку використовували як один з електродів. Розміри пазів давали змогу розмістити їх на одній фотопластині. Це зменшує вплив випадкових помилок експерименту (невеликі відхилення величини газового зазору, коливання напруги на виході підсилювача, зміни зовнішніх умов і т.ін.) та провести одночасне експонування всіх зразків. Отримані фотографії вводили в комп'ютер за допомогою сканера Genius ColorPage-Vivid 1200XE, після чого проводили їх обробку і аналіз засобами графічного пакету Adobe Photoshop CS.

Методика проведення експерименту. Методика експерименту зводилася до таких операцій. На полірованій пластині (див. рис. 5) що слугувала нижнім електродом, розміщали фотопластину 9×12 см (емульсійним шаром вгору), на яку накладалася пластина з модельними дефектами, що слугувала верхнім електродом, пазами вниз. Оптимальний час експозиції був визначений окремим експериментом і становив $0,5$ с при напрузі на виході підсилювача потужності ~ 5 кВ.

Розміри пазів наведені в таблиці. Обробка поверхні пластини з пазами, а також нарізка самих пазів велася по шостому класу точності. Глибини пазів виконані по четвертому класу точності.

Геометричні розміри пазів

№	Ширина, мм	Глибина, мм
1	$0,1 \pm 0,0025$	$0,05 \pm 0,04$
2	$0,2 \pm 0,0025$	$0,1 \pm 0,04$
3	$0,3 \pm 0,0025$	$0,15 \pm 0,04$
4	$0,4 \pm 0,0025$	$0,2 \pm 0,04$
5	$0,5 \pm 0,0025$	$0,25 \pm 0,04$

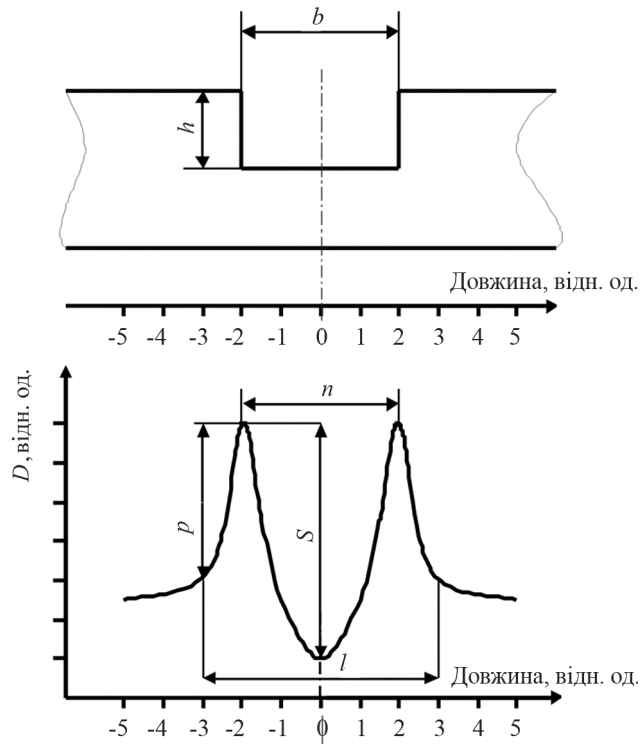


Рис. 6. Поперечний розріз зразка з модельним дефектом і його денситограма.

Результати та обговорення. Профіль досліджуваного об'єкта, а також типова денситограма (розподіл інтенсивності почорніння фотопластини щодо поперечного розрізу об'єкту) зображені на рис. 6. Введемо такий порядок визначення параметрів отриманих денситограм. Для твердотілого об'єкта з модельним дефектом (пазом): відстань l між границями почорніння, що створюється газорозрядним світлінням у зазорі від всього паза, будемо вважати шириною його смуги почорніння; через m позначимо ширину смуги почорніння, створюваного краєм паза; n – відстань між максимумами щільності. Різницю почорнінь, що представляється відстанню p , вважатимемо контрастністю, а різницю почорнінь, що представлена відстанню s , – контрастністю провалу. Слід зазначити, що величини p і s матимуть різні абсолютні значення при використанні різних технологій обробки фотопластин (за допомогою комп'ютерної техніки, як це було зроблено в роботі, або ж при використанні мікрофотометрів). Проте процентні співвідношення цих величин і форма залежності почорніння негативного газорозрядного зображення будуть приблизно рівними, що підтверджується аналогічними денситограмами, приведеними для зображень пазів різних форм у роботі [9].

Порівнявши характер та форму кривих на графіках розподілу напруженості електричного поля на рис. 2–4 та інтенсивності почорніння фотопластини на рис. 6, можна легко постежити взаємозв'язок між цими двома параметрами.

ВИСНОВКИ

Наведені дослідження дають підстави стверджувати, що розподіл напруженості електричного поля та інтенсивності почорніння фотопластини в методі ГРВ взаємопов'язані. Це дозволяє використовувати цей метод для неруйнівного контролю параметрів об'єкта, які можуть впливати на розподіл вектора в розрядному проміжку між електродами. Дослідження кількісних характеристик цього взаємозв'язку є окремою експериментальною задачею.

1. *Кирлиан С. Д., Кирлиан В. Х.* Фотографирование и визуальное наблюдение при посредстве токов высокой частоты // Журн. научн. и прикл. фотографии и кинематографии. – 1961. – 6, № 6. – С. 397.
2. *Кирлиан С. Д., Кирлиан В. Х.* В мире чудесных разрядов. – М.: Знание, 1964.
3. *Завгородний А. Б.* Физические механизмы формирования изображений при газоразрядной визуализации жидкофазных объектов (обзор) // Друга конференція молодих вчених “Електроніка-2009”. Збірник статей – К., 2009. – С. 26–36.
4. *Коротков К. Г.* Основы ГРВ биоэлектрографии. – СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2001. – 360 с.
5. *Коротков К. Г.* Исследование физических процессов, протекающих при газоразрядной визуализации объектов различной природы / Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. – Л.: ЛПИ, 1982.
6. *Бундзен П. В.* Современные тенденции в развитии технологий психической подготовки спортсменов // Ежегодный научный вестник “Проблемы спортивной науки и физкультурного образования”. – СПб., 2000. – С. 40–44.
7. *Ом С. Н., Гурский В. В.* Исследование особенностей протекания адаптационного синдрома в антарктиде методом газоразрядной визуализации // Тр. конф. “Нейробиотелеком”. – СПб., 2004. – С. 150–154.
8. *Кожаринов В. В., Зацепин Н. Н.* Распределение электрического поля у поверхности электрода с модельным дефектом // Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. – 1983. – № 4. – С. 104–109.
9. *Кожаринов В. В.* Экспериментальное исследование модельных дефектов в электромагнитных полях высокой напряженности // Дефектоскопия. – 1983. – № 11. – С. 7–10