

# МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОКРИТИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЗОК (ОБЗОР)

А. С. МИЛЕНИН

ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины. 03680, г. Киев-150, ул. Казимира Малевича, 11. E-mail: office@paton.kiev.ua

Проведен анализ литературных данных о методах аналитического и численного прогнозирования зарождения и развития докритической поврежденности конструкционных материалов при циклическом нагружении. Выделены основные направления в построении соответствующих методик, приведены примеры как инженерных правил моделирования разрушения различного типа, так и фундаментальных многомерных моделей состояния материалов ответственных конструкций в характерных условиях эксплуатации. Библиогр. 70, рис. 2.

*Ключевые слова:* докритическое повреждение, циклические нагрузки, усталостное разрушение, прогнозирование

Прогнозирование работоспособности ответственных конструкционных элементов, деталей машин и механизмов, подверженных действию циклических нагрузок, с последующим подтверждением необходимого остаточного ресурса с учетом результатов дефектоскопии является неотъемлемым этапом экспертной оценки их фактического состояния. Это позволяет обосновать безопасность дальнейшей эксплуатации рассматриваемых элементов с приобретенной эксплуатационной дефектностью различной природы, исходя из требований к несущей способности и остаточному ресурсу, или определить объемы необходимых ремонтно-восстановительных работ. Докритическое разрушение (ДР) не вызывает существенного изменения несущей способности конструкций, но снижает сопротивляемость материала к образованию макродефектов, так как увеличение концентрации микронесплошности ведет к росту истинных напряжений и развитию пластических деформаций. И несмотря на высокую точность современных средств дефектоскопии обнаружение ДР, характеризующегося небольшим равномерно распределенным нарушением сплошности на наиболее нагруженных участках, является одной из сложностей инструментального анализа степени эксплуатационной поврежденности. Поэтому использование средств аналитического и численного прогнозирования ДР рационально не только с точки зрения экспертного анализа фактического состояния и работоспособности ответственных конструкций, но и как часть комплексных теорий зарождения и развития макроразрушения материалов.

Ввиду важности анализа степени накопления повреждения материалов при циклическом силовом воздействии вопросу разработки различных

методологических подходов по прогнозированию ДР материалов и конструкций посвящено достаточно много работ. В настоящей статье изложены и обобщены результаты обзора основных существующих методов такого анализа, в том числе применительно к характерным условиям эксплуатации ответственных конструкций.

Порядок оценки воздействия повторно-статических, вибрационных и усталостных нагрузок на элементы конструкции и детали механизмов (в том числе в присутствии макроскопических дефектов несплошности материала) зависит как от интенсивности силового воздействия, так и от характера физико-механических процессов, которые происходят при этом в металле [1–4] и др. Можно выделить следующие методологические подходы анализа усталостной докритической поврежденности конструкционных материалов [5, 6]:

- численное прогнозирование зарождения, накопления и развития микро- и макроповрежденности материала на основе континуальных подходов механики разрушения сплошных сред;
- процедуры, основанные на предположениях усталостного роста трещин;
- анализ кривых поврежденности.

Одним из распространенных подходов для прогнозирования накопления ДР металла ответственных конструкций, эксплуатирующихся в условиях нерегулярного циклического нагружения, является линейное правило суммирования равномерно распределенной поврежденности  $D$ , предложенное М. Майнером [7]:

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i}, \quad (1)$$

где  $n_i$  – количество циклов нагружения, которым соответствует усталостная долговечность  $N_i$ .

Этот подход является достаточно простым, но его применимость ограничена, прежде всего, для случаев переменной амплитуды нагружения [8], а также для структурно неоднородных материалов. Естественным развитием этого подхода являются нелинейные формулировки зависимостей степени ДР от количества циклов. В частности, в моделях Ф. Ричарта и Н. Ньюмарка [9], а также С. Марко и В. Старки [10] использовались показательные функции следующего вида:

$$D = \sum_i \left( n_i / N_i \right)^{q_i}, \quad (2)$$

где  $q_i$  – функция напряжений в рассматриваемой области.

В работе [11] Дж. Морроу предложил правило, которое базируется на анализе работы пластического взаимодействия и учитывает эффект последовательного нагружения. Накопление повреждения при этом имеет следующую зависимость от параметров процесса и состояния материала:

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \left( \sigma_i / \sigma_{\max} \right)^{q_i}. \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_{\max}$  – максимальная амплитуда напряжений за всю историю нагружения в рассматриваемом случае.

Основное отличие между выражениями (2) и (3) заключается в непосредственном учете особенностей напряженного состояния материала в процессе нагружения для соотношения Морроу, что упрощает проведение экспериментальных исследований по определению необходимых констант при анализе конкретной конструкции. Аналогичный подход, но основанный на континуальной теории разрушения, предложил Ж.-Л. Чабоши в работе [12], разработав следующую двухпараметрическую зависимость накопленной поврежденности за один цикл нагружения:

$$D = 1 - \left( 1 - r \frac{1}{1 - \alpha_c} \right)^{\frac{1}{1 + \beta_c}}, \quad (4)$$

где  $\alpha_c, \beta_c$  – константы материала;  $r$  – асимметрия цикла нагружения  $r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ .

Позднее этот подход был развит в работах Ж. Лемэтра [13], Т. Ванга [14], К. Ли [15], в рамках которых были получены аналогичные (4) аналитические зависимости, отличающиеся количеством констант материала и разными функциональными зависимостями поврежденности от напряженного состояния.

Следует отметить общую тенденцию в разработках методов численного прогнозирования

накопления докритической поврежденности, а именно, более широкое использование современных средств конечно-элементного моделирования состояния неоднородных конструкций в условиях сложного термосилового внешнего эксплуатационного воздействия для совместного решения задач термомодеформирования и континуальной механики разрушения [16–18]. Это позволяет с высокой точностью учитывать историю нагружения конструкционного элемента, в частности, не ограничиваться достаточно консервативными предположениями о регулярности размахов напряжений, как это предписывается актуальными нормативными документами, или существенной схематизацией кинетики, напряженного состояния материала.

Специалистами Института электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины была разработана методика численного прогнозирования развития ДР в сварных конструкциях в условиях повторно-статического, ультрамалоциклового и малоциклового нагружения [19]. Данный методологический подход базируется на конечно-элементном решении мультифизических задач развития напряженно-деформированного состояния и ДР материала сварных трубопроводных элементов по вязкому механизму с учетом неоднородности структурного состава металла в области монтажных сварных швов и наличия геометрических концентраторов напряжений типа локальных коррозионных потерь металла. Общность такого подхода позволяет не только учитывать влияние сварочного процесса и остаточного послесварочного состояния конструкции на зарождение и развитие ДР, но и применять современные теории механики разрушения, в частности, рассматривающие влияние деформаций сдвига на величину накопленной поврежденности [20].

Существенное силовое воздействие на конструкционный элемент при повышенных температурах (например, при ремонтной или монтажной сварке предварительно нагруженной конструкции, а также при термообработке и высокотемпературной эксплуатации) может иметь следствием развитие необратимых деформаций ползучести, которые влияют на зарождение и рост микроповрежденности материала [21, 22]. Как и деформации мгновенной пластичности, деформации ползучести характеризуются неизменностью объема деформируемого элемента конструкционного материала, поэтому достижение предела деформационной способности приводит к нарушению его сплошности. Основы моделирования эффекта ползучести были заложены в начале XX века Э. Андраде и Ф. Нортоном [23]. Принципы прогнозирования зарождения и развития равномерно распределенной докритической поврежденности при этом

были впервые предложены Л. Качановым [24] и Ю. Работновым [25], затем развиты Ж. Лемэтром [26], Я. Халтом [27], Ф. Лэки [28] и Д. Хэйхурстом [29]. Применение этих методик для случая усталостной ползучести было предложено Ж.-Д. Чабоши [30], что позволило реализовать инженерные подходы для проектирования конструктивных элементов, склонных к разрушению при развитии деформаций ползучести в условиях эксплуатации.

Так, одним из первых законов, описывающих развитие равномерно распределенной поврежденности материала  $D$  при развитой ползучести, было уравнение Качанова, которое связывает скорость накопления несплошности с главными напряжениями  $\sigma$  [24]:

$$\dot{D} = \left[ \frac{\sigma}{A_D (1-D)} \right]^{r_D}, \quad (5)$$

где  $A_D, r_D$  – константы материала (точкой над переменной обозначена производная по времени).

Основными допущениями данного закона являются независимость напряженного состояния от величины накопленной поврежденности, отсутствие деформационного упрочнения материала, а также априори степенная зависимость скорости накопления повреждения от напряжений. Также предполагается, что материал подвержен силовому воздействию при изотермических условиях, так как одновременное воздействие повышенных температур и силового воздействия лишь в ограниченном числе практически важных случаев может рассматриваться без учета эффекта взаимодействия в рамках теорий термопластичности сплошной среды. Так, применительно к усталостному разрушению с учетом деформаций ползучести было предложено правило Тайра [31], предполагающее линейный закон взаимодействия напряженного состояния от одноосного циклического нагружения и от ползучести при некоторой выдержке на каждом цикле внешнего силового воздействия.

Важное фундаментальное предположение было предложено Ж. Лемэтром [32], который рассматривал поврежденность от ползучести и усталостного силового воздействия как функцию накопленных пластических деформаций  $\epsilon_p$  вне зависимости от их природы. Это позволило сформулировать обобщенный закон следующего вида:

$$\dot{D} = \left[ \frac{\sigma^2}{2ES(1-D)^2} \right]^s \cdot \left| \dot{\epsilon}_p \right|, \quad (6)$$

где  $s, S$  – параметры материала;  $E$  – модуль Юнга.

На основе этого закона в ряде работ было показано, что взаимодействие процессов ползуче-

сти и циклического деформирования с позиции зарождения и развития равномерной поврежденности материала существенно нелинейно в случае, если принимать во внимание кинематическое упрочнение материала, а также наличие порогового (критического) значения накопленных пластических деформаций, определяющих зарождение разрушения.

В случае сложного термосилового статического и усталостного воздействия на структурно неоднородную конструкцию ее разрушение может быть описано в рамках термодинамических законов необратимых процессов [33–35]. Построение такой методологии базируется на последовательном выполнении следующих этапов:

- выборе набора параметров состояния, фактическое значение которых определяет текущее состояние материала с учетом всех рассматриваемых физических процессов;
- определении поля потенциала, из которого выводятся законы состояния, такие как, например, термопластичность, для последующего вычисления параметров состояния;
- оценке пространственного распределения потенциала диссипации, для получения закономерностей развития параметров состояния, связанных с диссипативными механизмами.

Следует отметить, что предложенный алгоритм является достаточно общим и не предполагает определения конкретной системы параметров состояния, выбор которых должен базироваться исходя из особенностей исследуемых объектов и физических явлений. В частности, для рассматриваемого случая развития равномерно распределенной поврежденности конструкций в качестве потенциала состояния материала может быть выбрана удельная свободная энергия Гельмгольца. Как показали исследования [26], преимуществом такого описания является возможность представления различных компонент потенциала (термоупругой  $\psi_e$ , пластической  $\psi_p$ , температурной  $\psi_T$ ) в аддитивной форме  $\psi = \psi_e + \psi_p + \psi_T$ . Это позволяет рассматривать вклад различных факторов внешнего влияния на рассматриваемый ответственный конструкционный элемент в рамках соответствующего математического описания частной компоненты потенциала.

Альтернативными подходами являются использование в качестве потенциала удельной свободной энthalпии Гиббса, которая вычисляется из свободной энергии Гельмгольца путем преобразования Лежандра, а также функционала диссипативного потенциала  $F_D$ , предложенного Н. Бонорой, и позволяющего решать комплексные задачи термосилового усталостного разрушения конструктивных материалов [36, 37]:

$$F_D = \left[ \frac{1}{2} \left( -\frac{Y}{S_0} \right)^2 \frac{S_0}{1-D} \right] \frac{(D_{cr} - D)^{\alpha-1}}{p^{\frac{2+m}{m}}}, \quad (7)$$

где  $S_0$ ,  $\alpha$  – константы материала;  $m$  – степень упрочнения;  $Y$  – скорость диссипации энергии при разрушении;  $D_{cr}$  – критическое разрушение, при котором формируются макродефекты.

В работе К. Чоу и И. Вэя [38] изложены принципы построения методологии, основанной на совместном решении обобщенных задач термопластичности и разрушения посредством расчета диссипативного потенциала. Это позволило учесть не только особенности трехмерного напряженно-деформированного состояния материала, подверженного циклическим нагрузкам, но и многоосность напряжений. К недостаткам данного подхода можно отнести прежде всего сложности в определении необходимых для расчета констант и эффективных свойств поврежденного материала (модуля Юнга и коэффициента Пуассона). Предложенный в работе экспериментальный метод, примененный авторами для алюминиевого сплава АА 2024-Т3, основан на результатах измерений в условиях одноосного растяжения лабораторных образцов, что нивелирует основные преимущества разработанных многомерных моделей и ограничивает общность получаемых результатов.

Кроме указанных выше подходов по математическому прогнозированию усталостного разрушения конструкций в рамках континуальных теорий можно выделить методы Галтье–Сегурэ [39], Деперауа [40], Пападопулоса [41], Экберга–Сотковски [42], Кано–Аля [43], Лиу–Махадевана [44], которые, прежде всего, ориентированы на различные экспериментальные способы получения характеристик сопротивления материала циклическим нагрузкам.

К одному из альтернативных путей прогнозирования зарождения и развития докритической поврежденности и работоспособности ответственных конструкций под действием усталостной нагрузки относится использование методов, основанных на теориях предельного состояния тел с трещинами, которые на сегодняшний день являются достаточно полными как с точки зрения фундаментального обоснования, так и с позиций инженерного внедрения. Здесь можно выделить два основных подхода, а именно:

- макроскопический анализ роста усталостной трещины;
- модели, рассматривающие развитие микротрещин в рамках микро- и мезомеханики разрушения.

Прогнозирование поведения макроскопической трещины (фактической или гипотетиче-

ской) не вызывает на сегодня существенных затруднений, так как, во-первых, базируется на возможностях современной дефектоскопии, что позволяет получать достаточно консервативные и обоснованные оценки, во-вторых, существующие методы прогнозирования роста усталостной трещины на основе приближения линейно-упругой сплошной среды подтвердили свою адекватность применительно к экспертизе работоспособности ответственных конструкций. Это позволяет рассматривать допустимость трещинообразных дефектов и обосновывать безопасность эксплуатации конструкций с докритической макротрещиной.

Так, расчеты в рамках механики разрушения проводятся на основе численных значений размаха коэффициента интенсивности напряжений (КИН)  $\Delta K_I$ . В зависимости от величины  $\Delta K_I$  можно выделить три характерных участка, определяемых величинами порогового  $\Delta K_{th}$  и критического  $\Delta K_{Ic}$  размаха интенсивности напряжений (рис. 1) [45, 46]. Если для участка I ( $\Delta K_I < \Delta K_{th}$ ) скорость роста по усталостному механизму можно считать с практической точки зрения незначительной ( $dc/dN < 0,5 \cdot 10^{-6}$  мм/цикл), то участок II ( $\Delta K_{th} \leq \Delta K_I \leq \Delta K_{Ic}$ ) является ключевым при анализе склонности конструкций к усталостному разрушению. Участок III диаграммы скорости роста усталостной трещины характеризуется переходом к чисто хрупкому механизму разрушения материала и интенсивным (практически спонтанным) развитием трещинообразного дефекта.

Принято считать, что скорость роста усталостной трещины для случая  $\Delta K_{th} \leq \Delta K_I \leq \Delta K_{Ic}$  описыва-

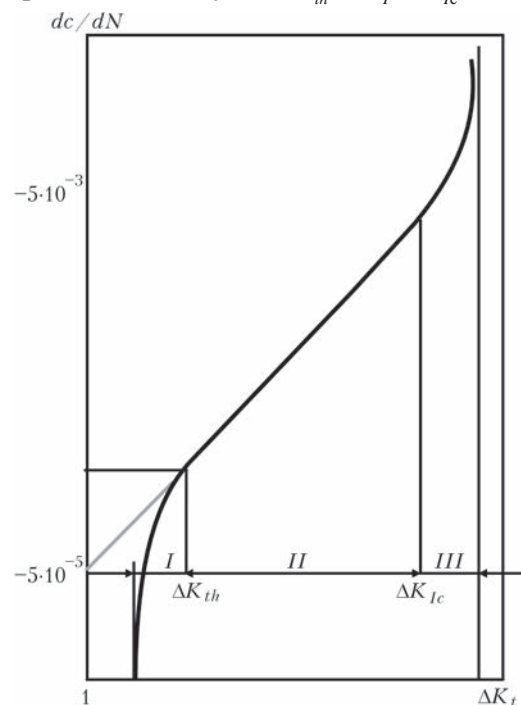


Рис. 1. Схема диаграммы роста усталостной трещины (в логарифмическом масштабе)



ется степенной зависимостью от величины размаха КИН [47]:

$$\frac{dc}{dN} = C_f (\Delta K_I)^{n_f}, \quad (8)$$

где  $C_f, n_f$  – константы материала;  $c$  – текущая длина трещины

На сегодня существует ряд методов прогнозирования усталостного роста трещин на участке II (в частности, модели Веллера [48] и Вилленборга [49]), использующих соотношения, аналогичные (8), которые отличаются порядком определения констант либо на основе соответствующих экспериментальных исследований, либо путем оценки степени развития зоны пластичности у вершины трещины. Кроме того, определенное распространение получили классические процедуры оценки усилия раскрытия трещины, предложенные Дж. Ньюманом [50], Г. Дилем [51], А. де Конингом [52]. Следует отметить, что рассмотрение состояния макроскопической трещины в металле конструкции является одним из максимально консервативных подходов оценки технического состояния конкретного конструкционного элемента в условиях эксплуатационных нагрузок. Этот подход получил широкое применение для оценки работоспособности сварных конструкций, так как позволяет учесть влияние остаточного напряженно-деформированного состояния в области сварного соединения на характер развития поврежденности.

Применительно к процессам зарождения и развития распределенной поврежденности трещинообразного типа на участке I (см. рис. 1), которая предопределяет появление макродефектов под действием циклических нагрузок, разработано ряд аналитических подходов с различной степенью консервативности. Так, авторами [53] предложен подход, аналогичный (8), предполагающий, что скорость роста микротрещин зависит от размаха пластических сдвиговых деформаций  $\Delta \varepsilon_s^p$ :

$$\frac{dc}{dN} = C_\alpha (\Delta \varepsilon_s^p)^{n_\alpha} c, \quad (9)$$

где  $C_\alpha, n_\alpha$  – константы материала.

При попытке обобщить описание процесса развития поврежденности на участках I и II диаграммы роста усталостных трещин возникают естественные сложности определения констант материала прежде всего для соотношения (9). Это связано с тем, что состояние металла в области вершины трещины неоднозначно коррелирует с величиной  $\Delta \varepsilon_s^p$ , а также с тем, что константы  $C_\alpha, n_\alpha$  зависят не только от материала, но и от степени его текущей поврежденности.

Для решения указанной проблемы учета нелинейной зависимости скорости усталостного развития дефектности от ее текущего состояния принято использовать, в частности, теорию коротких

трещин [54–56] в предположении, что их зарождение имеет место на начальных этапах циклического нагружения конструкции, а степень докритической поврежденности определяется только процессами роста размеров микродефектов. Это позволяет снизить консерватизм оценки роста усталостной макротрещины, но требует более адекватного и физически обоснованного описания поведения материала с зародившимися микротрещинами. Существует несколько формальных пространственных критериев, позволяющих отнести трещинообразные дефекты к коротким трещинам (КТ), а именно [56]:

- микроструктурно короткие трещины (длина соизмерима с размером структурных элементов металла);

- механически короткие трещины (соразмерны с зонами развитой пластичности, вызванными локальными концентраторами напряжений конструкции или собственно самими дефектами);

- физически короткие трещины (длина которых не превышает 1 мм).

Наиболее обоснованным с точки зрения применимости механики сплошной среды и построения соответствующих численных методик можно назвать первый из перечисленных критериев, так как он связывает размеры несплошности с состоянием конкретного металла. Как показано в работе [57], развитие КТ не может быть описано в рамках линейной механики деформированной сплошной среды, как это принято для случая макротрещин, поскольку у вершины КТ формируется значительная область пластического деформирования и, кроме того, для них неприменимы стандартные формулы расчета КИН. В сравнении с диаграммой роста макротрещин, КТ имеют аномально высокие скорости роста при небольших значениях КИН (рис. 2), что должно быть учтено при построении соответствующих методик роста докритической поврежденности материала конструкции при циклическом нагружении.

Так, К. Миллер предложил прогнозировать кинетику роста КТ (т. е. трещинообразные дефекты с начальной длиной  $c_0$ , которые увеличиваются в процессе усталостного нагружения вплоть до критической длины  $c_p$ ) как двухэтапный процесс, зависящий от текущего размера трещины  $c$ , а именно рост микроструктурно КТ, когда ее длина не превышает некоторого переходного значения  $c_p$ , и рост физически КТ вплоть до критической длины  $c_f$ . Математически этот закон формулируется следующим образом [12]:

$$\frac{dc}{dN} = \begin{cases} A (\Delta \varepsilon_s^p)^{n_\alpha} (d - c), & \text{если } c_0 \leq c \leq c_p, \\ B (\Delta \varepsilon_s^p)^{n_\beta} c - C_\beta, & \text{если } c_t < c \leq c_f, \end{cases} \quad (10)$$

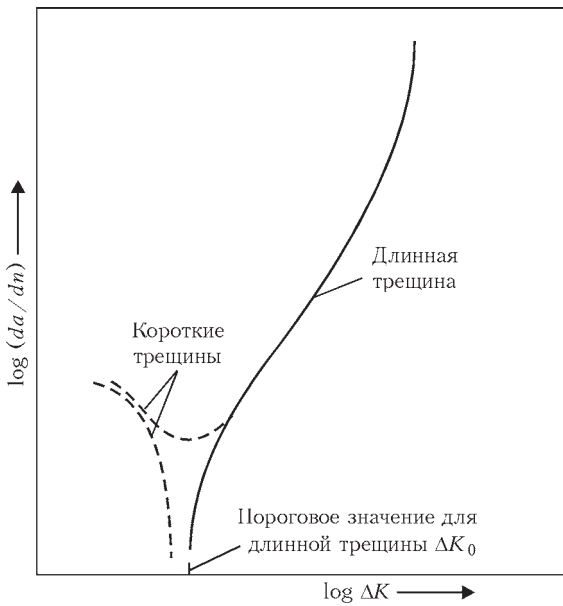


Рис. 2. Сравнение диаграмм роста макроскопической (сплошная линия) и короткой трещины (штриховая линия) под действием циклического нагружения [56]

где  $A, B, n_a, n_b, d$  – константы;  $\Delta\epsilon_s$  – размах касательных напряжений;  $C_\beta$  – скорость роста дефекта в переходном состоянии.

Следует отметить, что в рамках этого метода не рассматривается процесс зарождения ДР, основываясь на типичном предположении, что появление докритической поврежденности имеет место уже на первых циклах нагружения. Кроме того, к основным его недостаткам можно отнести необходимость определения большого количества специфических констант, требующих проведения комплекса экспериментальных исследований с использованием соответствующих материалов и конструкционных элементов.

Аналогичный метод прогнозирования кинетики усталостного роста КТ, подтвердивший свою адекватность для оценки состояния ответственных конструкционных деталей из различных металлов и сплавов, был предложен А. МакЭвилли [58]:

$$\frac{dc}{dN} = A_M M^2, \quad (11)$$

где

$$M = \left( \sqrt{2\pi r_e F} + Y \sqrt{\pi c F} \right) \Delta\sigma - (1 - e^{-k\lambda}) (K_{\text{omax}} - K_{\text{min}}) - \Delta K_{\text{effth}}$$

$A_M, k, r_e, \Delta K_{\text{effth}}$  – константы;  $F = [\sec(0,5\pi\sigma_{\text{max}}/\sigma_T)]/2$ ;  $\sigma_{\text{max}}$  – максимальные напряжения цикла;  $\sigma_T$  – предел текучести материала;  $Y = 0,73$  – коэффициент поправки КИН на размеры дефекта;  $\Delta\sigma$  – размах напряжений;  $K_{\text{min}}$  – минимальное значение КИН в цикле;  $K_{\text{omax}}$  – максимальное значение КИН при выполнении условий раскрытия трещины.

В отличие от выражения (10), нелинейность усталостного роста КТ в соотношении (11) имеет степен-

ное выражение и не связана с изменением природы поврежденности, что облегчает использование этого метода для решения практических задач.

Применительно к конструкционным элементам и механизмам повышенной ответственности, а также для сварных или клепаных соединений, авторами [56] рекомендован консервативный метод оценки развития КТ в виде зависимости (8), но определение величины констант, фигурирующих в этом соотношении, должно обеспечивать необходимый коэффициент запаса прочности рассматриваемой конструкции. Кроме перечисленных методов можно выделить схожие по сути работы А. Васека и Я. Полака [59], С. Субраманьяна [60], М. Эндо [61] и др.

Использование кривых поврежденности для анализа степени ДР материала в результате воздействия внешнего циклического нагружения является продолжением соответствующих теоретических или экспериментальных разработок. В частности, к настоящему времени разработан ряд методик на основе линейных и билинейных правил накопления поврежденности в зависимости от условий нагружения. Одно- и многопараметрические линейные правила накопления микроразрушений являются достаточно простыми для инженерного использования, но не позволяют учесть различные этапы развития ДР материала. В свою очередь, с помощью билинейных кривых поврежденности рассматриваются этапы зарождения ДР, которые характеризуются небольшими скоростями роста поврежденности, и этап усталостного развития зародившихся микронесплошностей. В частности, С. Менсон предложил подход для рассмотрения двухэтапного процесса усталостного нагружения [62]:

$$D_1 = 0,354 \sqrt{\frac{n_1}{N_1}}, \quad D_2 = 0,654 \sqrt{\frac{n_2}{N_2}}, \quad (12)$$

где  $N_1, N_2$  – усталостные долговечности на первом и втором этапах нагружения соответственно;  $n_1, n_2$  – количество циклов на первом и втором этапах нагружения соответственно.

Дальнейшее развитие этого подхода позволяет количественно описать развитие ДР как на первом, так и на втором этапе циклического нагружения с помощью следующих соотношений [63]:

$$D_1 = \frac{n_1}{N_1}, \quad D_2 = \left( \frac{n_2}{N_2} \right)^{(N_1/N_2)^{0,4}}. \quad (13)$$

Для более сложного случая непропорционального нагружения авторами [64] предложены следующие уравнения:

$$D_1 = \frac{n_1}{N_1}, \quad D_2 = \left( \frac{n_2}{N_2} \right)^{[1/(1+\beta J)]} (N_1/N_2)^{0,4}. \quad (14)$$

где  $J$  – коэффициент непропорциональности между режимами нагружения на первом и втором этапах;  $\beta$  – константа материала, связанная с эффектом дополнительного упрочнения при циклическом деформировании материала.

Соотношения (12)–(14) основаны на обобщении имеющихся экспериментальных данных, что ограничивает их общность. Поэтому современной тенденцией является использование теорий зарождения и развития ДР и получение физически обоснованных кривых усталости. Так, на основе методов прогнозирования докритической поврежденности типа КТ авторы [57] получили следующие зависимости количества циклов до зарождения ДР ( $N_i$ ) и до формирования макротрещин размером  $c_f(N_p)$ :

$$N_i = \frac{\ln\left(\frac{c_f}{c_f - c_0}\right)}{1,47510^{-41} (\Delta S)^{11,49}},$$

$$N_p = \frac{1}{0,587} \frac{c_{th}^{-0,587} - c_0^{-0,587}}{3 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\pi(\Delta S)^2}{E} \right]^{1,587}}. \quad (15)$$

Многообразие методов прогнозирования докритической поврежденности при циклическом нагружении связано со сложностью физико-механических процессов усталостного разрушения, поэтому формулировка соответствующих законов зарождения и развития ДР требует определенно-го упрощения постановки задачи для конкретной конструкции, материала или характера внешнего силового воздействия. Изменение принципов изначальной физической модели, принимаемой разработчиками за основу дальнейшего развития математического описания указанных процессов, позволяет решать определенный спектр практических и фундаментальных задач. Одним из путей дальнейшего развития научных основ аналитического прогнозирования усталостного ДР является объединение предположений существующих моделей для создания комплексных и гибридных теорий. Это позволило рассматривать задачи термоусталости [65], усталости при ползучести [66, 67], фреттинг усталости [68], учесть эффекты закрытия трещин в результате циклического усталостного нагружения [69, 70].

### Выводы

Проведен критический обзор литературных данных о методологических подходах аналитического и численного прогнозирования зарождения и развития докритической поврежденности материала ответственных конструкций при циклическом нагружении. Показано, что основными на-

правлениями при построении соответствующих методик являются методы, основанные на принципах континуальной механики разрушения, анализе трещиностойкости материала и использовании кривых поврежденности.

На примере основных методик континуального развития равномерно распределенной поврежденности под действием циклического нагружения показаны широкие возможности анализа состояния конструкционных материалов, в том числе при совместном воздействии механических усилий и повышенных температур. Это позволяет снизить консервативность аналитических оценок технического состояния и работоспособности ответственных конструкций, в том числе за счет использования современных возможностей конечно-элементного компьютерного моделирования физических и технологических процессов.

Показано, что одним из перспективных направлений в разработке новых методов моделирования зарождения и развития усталостной докритической поврежденности конструкционных материалов является построение комплексных методик, использующих предположения моделей различных классов (континуальных, основанных на прогнозировании развития микро- и макротрещин) и расширяющих, таким образом, общность разрабатываемых подходов.

### Список литературы

#### References

1. Troshchenko V.T. Metal strength at alternating loads. – Kiev: Nauk. Dumka, 1978. – 176 p. [in Russian].
2. Rabotnov Yu.N. Mechanics of deformed solid: manual for higher educational establishments. – M.: Nauka, 1988. – 712 p. [in Russian].
3. Jean Lemaitre Rodrigue Desmorat. Engineering Damage Mechanics. Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures. – Berlin: Springer-Verlag, 2005. – 292 p.
4. Berezin I.Ya., Chernyavskii O.F. Resistance of materials. Fatigue fracture of metals and analysis of strength and fatigue life at alternating stresses. – Chelyabinsk: YuUrGU, 2003. – 76 p. [in Russian].
5. Hobbacher A. Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components. Intern. Inst. of Welding, doc. XIII-2151r4-07/XV-1254r4-07. Paris: Intern. Inst. of Welding, 2008. – 149 p.
6. Mikhlayev P.G., Neshpor G.S., Kudriashov V.G. Kinetics of fracture. – M.: Metallurgia, 1979. – 279 p. [in Russian].
7. Miner M. A. Cumulative damage in fatigue // J. Appl. Mech. – 1945. – № 67. – P. 159 – 164.
8. Borodii M. V. Life calculations for materials under irregular nonproportional loading // Strength of Materials. - 2007. – #5. – P. 560-565.
9. Richart F. E., Newmark N. M. A hypothesis for the determination of cumulative damage in fatigue // ASTM Proc. – 1948. – № 48. – P. 768–800.
10. Marco S. M., Starkey W. L. A concept of fatigue damage // Trans. ASME J. Eng. Mater. Tech. – 1954. – № 76. – P. 627 – 632.
11. Morrow J. D. The effect of selected sub-cycle sequences in fatigue loading histories // Random Fatigue Life Prediction. – ASME Publication, PVP 72. – 1986. – P. 43–60.
12. Fatemi A., Yang L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: A survey of the state of the art for



- homogeneous materials // *Int. J. Fatigue*. – 1998. – Vol. 20, № 1. – P. 9–34.
13. Lemaître J., Chaboche J. L. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement // *Journal Mécanique Appliquée*. – 1978. – № 2. – P. 317–365.
  14. Wang T., Lou Z. A continuum damage model for weld heat affected zone under low cycle fatigue loading // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1990. – № 37. – P. 825–829.
  15. Li C., Qian Z., Li G. The fatigue damage criterion and evolution equation containing material microparameters // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1989. – № 34 – P. 435–443.
  16. Jia L.-J., Kuwamura H. Ductile fracture model for structural steel under cyclic large strain loading // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2015. – № 106. – P. 110–121.
  17. Hommel J.-H., Meschke G. A hybrid modeling concept for ultra low cycle fatigue of metallic structures based on micropore damage and unit cell models // *Intern. J. of Fatigue*. – 2010. – № 32. – P. 1885–1894.
  18. Micromechanical modelling of cyclic plasticity incorporating damage / D. Steglich et al. // *Intern. J. of Solids and Structures*. – 2005. – № 42. – P. 337–351.
  19. Simulation of processes of initiation and propagation of subcritical damage of metal in welded pipeline elements at low-cycle loading / Velikoivanenko E. A. et al. // *Tekh. Diagnost. i Nerazrush. Kontrol.* - 2016. - #4. - P. 14-20 [in Russian].
  20. Xue L. Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2008. – № 75. – P. 3343–3366.
  21. Subramanian S. J., Sofronis P., Ponte Castaneda P. Void growth in power-law creeping solids: Effect of surface diffusion and surface energy // *Intern. J. of Solids and Structures*. – 2005. – Vol. 42, Is. 24–25. – P. 6202–6225.
  22. Micromechanical finite element calculations of temperature and void configuration effects on void growth and coalescence / M. F. Horstemeyer et al. // *Intern. J. of Plasticity*. – 2000. – Vol. 16, Is. 7–8. – P. 979–1015.
  23. Andrade E. N. The viscous flow in metals and allied phenomena // *Proceedings of Royal Society*. – 1910. – Series A. – Vol. 84. – P. 1.
  24. Качанов Л. М. Теория ползучести. – М.: Физматлит, 1960. – 455 с. (Kachanov L.M. Creep theory. – M.: Fizmatlit, 1960. – 455 p.)
  25. Rabotnov Yu.N. Creep of structural elements. – М.: Strojizdat, 1968. – 419 p.
  26. Mécanique des matériaux solides. 3ème édition // J. Lemaître et al. / Malakoff: DUNOD Editeur, 2005. – 596 p.
  27. Hult J. Capabilities limitations and promises. Mechanisms of Deformation and Fracture // *Continuum Damage Mechanics*. Oxford: Pergamon, 1979. – P. 233–247.
  28. Leckie F. A., Hayhurst D. R. Creep rupture of structures // *Proc. Royal Soc., London*. – 1974. – Vol. 340. – P. 323–347.
  29. Hayhurst D. R. Creep rupture under multi-axial state of stress // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1972. – Vol. 20, № 6. – P. 381–392.
  30. Chaboche J. L. Continuum Damage Mechanics. Parts I, II // *J. of Applied Mechs*. – 1988. – Vol. 55. – P. 59–72.
  31. Taira S. Lifetime of Structures Subjected to Varying Load and Temperature. Creep in Structures. Proceedings of Colloquium «Creep in structures». Ed. by Nicholas J. Hoff. Stanford, July 11–15, 1960. – Berlin: Springer Verlag, 1962. – P. 96–124.
  32. Lemaître J., Plumtree A. Application of damage concepts to predict creep-fatigue failures // *Journal of Engineering Materials and Technology*. – 1979. – 101. – P. 284–292.
  33. Polizzotto C. Thermodynamics and continuum fracture mechanics for nonlocal-elastic plastic materials // *European Journal of Mechanics* – 2002. – Vol. 21, Is. 1. – P. 85–103.
  34. Levitas V. I., Altukhova N. S. Thermodynamics and kinetics of nanovoid nucleation inside elastoplastic material // *Acta Materialia*. – 2011. – Vol. 5, Is. 18. – P. 7051–7059.
  35. Oller S., Salomon O., Onate E. A continuum mechanics model for mechanical fatigue analysis // *Computational Materials Science*. – 2005. – № 32. – P. 175–195.
  36. Bonora N., Milella P. P. Constitutive modeling for ductile metals behavior incorporating strain rate, temperature and damage mechanics // *Intern. J. of Impact Engineering*. – 2001. – № 26. – P. 53–64.
  37. Pironi A., Bonora N. Modeling ductile damage under fully reversed cycling // *Computational Materials Science*. – 2003. – № 26. – P. 129–141.
  38. Chow C. L., Wei Y. A model of continuum damage mechanics for fatigue failure // *Intern. J. of Fracture*. – 1991. – № 50. – P. 301–316.
  39. Galtier A., Seguret J. Critères multiaxiaux en fatigue exploitation en bureau d'étude. Proposition d'un nouveau critère // *Revue Française de Mécanique*. – 1990. – № 4. – P. 291–299.
  40. High cycle fatigue and a finite element analysis / P. Ballard et al. // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 1995. – Vol. 18, Is. 3. – P. 397–411.
  41. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals / I. V. Papadopoulos et al. // *Intern. J. of Fatigue*. – 1997. – Vol. 19, Is. 3. – P. 219–235.
  42. Ekberg A., Sotkovski P. Anisotropy and rolling contact fatigue of railway wheels // *Intern. J. of Fatigue*. – 2001. – Vol. 23, Is. 1. – P. 29–43.
  43. Cano F., Constantinescu A., Maitournam H. Critère de fatigue polycyclique pour des matériaux anisotropes: application aux monocristaux // *C. R. Mécanique*. – 2004. – Vol. 332. – P. 115 – 121.
  44. Liu Y., Mahadevan S. Multiaxial high-cycle fatigue criterion and life prediction for metals // *Intern. J. of Fatigue*. – 2005. – Vol. 27, Is. 7. – P. 790–800.
  45. Troshchenko V. T., Pokrovsky V. V., Prokopenko A.V. Crack resistance of materials under cyclic loading. - Kiev: Nauk. Dumka, 1978. - 256 p. [in Russian].
  46. Ritchie R. O. Mechanisms of fatigue-crack propagation in ductile and brittle solids // *Intern. J. of Fracture*. – 1999. – № 100. – P. 55–83.
  47. Amsterdam E., Grooteman F. The influence of stress state on the exponent in the power law equation of fatigue crack growth // *Intern. J. of Fatigue*. – 2016. – Vol. 82. – Part 3. – P. 572–578.
  48. Practical fatigue analysis of hydraulic cylinders and some design recommendations / I. Marczevska et al. // *Intern. J. of Fatigue*. – 2006. – № 28. – P. 1739–1751.
  49. Comparative study between crack closure model and Willenborg model for fatigue prediction under overload effects / S. Jiang et al. // *Chinese J. of Aeronautics*. – 2016. – Vol. 29, Is. 6. – P. 1618–1625.
  50. Newman J. C. Prediction of fatigue crack growth under variable amplitude and spectrum loading using a closure model // *ASTM Special technical publication*. – 1982. – Vol. 761. – P. 255–277.
  51. Dill H. D., Saff C. R., Potter J. M. Effect of Flight Attack Spectrum on Crack Growth // *ASTM Special technical publication*. – 1980. – Vol. 714. – P. 205–217.
  52. Koning A. U. A simple crack closure model for prediction of fatigue crack growth rates under variable amplitude loading // *ASTM Special technical publication*. – 1981. – Vol. 743. – P. 63–85.
  53. Ibrahim M. F. E., Miller K. J. Determination of fatigue crack initiation life // *Fatigue of Engineering Materials and Structures*. – 1980. – № 2. – P. 351–360.
  54. Miller K. J., Ibrahim M. F. E. Damage accumulation during initiation and short crack growth regimes // *Fatigue of Engineering Materials and Structures*. – 1981. – № 4 – P. 263–277.
  55. Barsom M. Fatigue crack growth under variable amplitude loading in various bridge steels // *ASTM Special technical publication*. – 1976. – 595. – P. 217–235.
  56. Suresh S., Ritchie R. O. Propagation of short fatigue cracks // *International Metals Reviews*. – 1984. – Vol. 29, № 6. – P. 445–475.
  57. Chattopadhyay S. Design fatigue curves based on small crack growth and crack closure // *Journal of Applied Science & Engineering Technology*. – 2008. – № 2. – P. 9–15.
  58. Endo M., McEvily A. J. Prediction of the behavior of small fatigue cracks // *Materials Science and Engineering*. – 2007. – Vol. 468. – P. 51–58.
  59. Vasek A., Polak J. Low cycle fatigue damage accumulation in Armco-iron // *Fatigue of Engineering Materials and Structures*. – 1991. – 14(2–3). – P. 193–204.
  60. Subramanian S. A cumulative damage rule based on the knee point of the S–N curve // *ASME J. of Engineering Materials and Technology*. – 1976. – № 98. – P. 316–321.



61. Endo M., McEvily A. J. Fatigue crack growth from small defects under out-of-phase combined loading // Engineering Fracture Mechanics. – Vol. 78, Is. 8. – P. 1529–1541.
62. Manson S. S., Frech J. C., Ensing S. R. Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue // ASTM STP 415. – 1967. – P. 384–412.
63. Manson S. S., Halford G. R. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage // Intern. J. Fracture. – 1981. – Vol. 18. – P. 169–192.
64. Chen X., Jin D., Kim D. S. Fatigue life prediction of type 304 stainless steel under sequential biaxial loading // Intern. J. Fatigue. – 2006. – Vol. 28. – P. 289–299.
65. Bourbita F., Rémy L. A combined critical distance and energy density model to predict high temperature fatigue life in notched single crystal superalloy members // Intern. J. of Fatigue. – 2016. – Vol. 84. – P. 17–27.
66. Analysis of type 316 stainless steel behavior under fatigue, creep and combined fatigue-creep loading / R. Gomuc et al // ASME J. of Pressure Vessel Technology. –1990. – № 112. – P. 240–250.
67. Creep fatigue models of solder joints: A critical review / E. H. Wong et al. // Microelectronics Reliability. – 2016. – Vol. 59. –P. 1–12.
68. Fretting-contact-induced crack opening/closure behaviour in fretting fatigue / N. Noraphaiphaksa et al. // Intern. J. of Fatigue. – 2016. – Vol. 88. – P. 185–196.
69. Proposal of a fatigue crack propagation model taking into account crack closure effects using a modified CCS crack growth model / S. Blasón et al. // Procedia Structural Integrity. – 2016. – Vol. 1. – P. 110–117.
70. Sarzosa D. F. B., Godefroid L. B., Ruggieri C. Fatigue crack growth assessments in welded components including crack closure effects: Experiments and 3-D numerical modeling // Intern. J. of Fatigue. – 2013. – Vol. 47. – P. 279–291.

О. С. МІЛЕНІН

ІЕЗ ім. С. О. Патона НАН України. 03680, м. Київ-150, вул. Казимира Малевича, 11. E-mail: office@paton.kiev.ua

МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ ДОКРИТИЧНОГО  
РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ  
ПІД ДІЄЮ ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ (ОГЛЯД)

Проведено аналіз літературних даних стосовно методів аналітичного та чисельного прогнозування зародження і розвитку докритичної пошкодженості конструкційних матеріалів при циклічному навантаженні. Виокремлено основні напрямки в побудові відповідних методик, наведено приклади як інженерних правил моделювання різних типів руйнування, так і фундаментальних багатовимірних моделей стану матеріалу відповідальних конструкцій за характерних умов експлуатації. Бібліогр. 70, рис. 2.

Ключові слова: докритичне пошкодження, циклічні навантаження, втомне руйнування, прогнозування

A. S. MILENIN

E. O. Paton Electric Welding Institute of the NAS of Ukraine,  
11 Kazimir Malevych str., 03680, Kiev.  
E-mail: office@paton.kiev.ua

METHODS OF PREDICTION OF SUBCRITICAL  
FRACTURE OF STRUCTURAL MATERIALS UNDER  
THE IMPACT OF CYCLIC LOADS (REVIEW)

Published data on the methods of analytical and numerical prediction of initiation and propagation of subcritical damage in structural materials at cyclic loading, are analyzed. Main directions of elaboration of the respective procedures were outlined, and examples of both engineering rules of modeling different types of fractures, and of fundamental multidimensional models of the state of materials in critical structures under characteristic service conditions are given. 70 References, 2 Figure.

Keywords: subcritical damage, cyclic loads, fatigue fracture, prediction

Поступила в редакцію  
27.01.2017

**НОВАЯ КНИГА**

«Титан. Технологии. Оборудование. Производство» – Киев: Международная Ассоциация «Сварка», 2017. – 254 с. Выпуск четвертый.

Сборник включает более сорока статей, опубликованных в основном в журналах «Современная электрометаллургия» и «Автоматическая сварка» за период 2014–2016 гг. по электрометаллургии и сварке титана и его сплавов. Тематика статей посвящена созданию новых технологических процессов, оборудования и материалов при производстве и сварке титана и его сплавов. Представлены обзоры по аддитивному производству и сварке трением металлических материалов. Приведены направления деятельности НТЦ «Титан» ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины по промышленному производству слитков титановых сплавов и созданию новых сплавов на основе титана.

Сборник предназначен для инженеров, технологов, конструкторов, занятых в машиностроении, энергетике, строительстве, судостроении, металлургии и других отраслях промышленного производства, связанных с обработкой и потреблением титана; полезен также преподавателям и студентам высших учебных заведений.

Предыдущие три выпуска сборника «Титан. Технологии. Оборудование. Производство», включающие статьи из журналов «Современная электрометаллургия» и «Автоматическая сварка» за периоды 2001–2004, 2005–2010, 2011–2013 гг. находятся в открытом доступе на сайте Издательского Дома «Патон»:  
www.patonpublishinghouse.com/rus/compilations.

Заказы на сборник просьба направлять  
в редакцию журнала.

