

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА НАДРА–ПП ПЛАНОВО-ПРОСТРАНСТВЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ

*И.В. Сергиенко, В.С. Дейнека, Н.А. Калынюк*

Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины  
03680, Киев-187, проспект Академика Глушкова, 40,  
тел.: 526 0637; e-mail: dejneka@public.icyb.kiev.ua

Описана автоматизированная диалоговая программно-алгоритмическая система НАДРА–ПП, которая предназначена для исследования пространственно-планового движения жидкости в многослойных средах и функционирующая которой функционирует на комплексе ПЭВМ–Кластер (суперкомпьютер для реализации информационных технологий – СКИТ). Рассматриваются некоторые новые возможности для ввода и отображения геометрической информации в автоматизированном комплексе НАДРА–ПП. Описаны подходы, которые позволяют оптимизировать процесс вывода геометрической информации для упрощения работы с задачами со сложной геометрической структурой. Приведены результаты проведенных вычислительных экспериментов.

The automated dialogue program-algorithmic system NADRA–PP, which is designed for research of spatial-planned liquid motion in multi-layer environments and functioning which functions on the complex Computer–cluster (supercomputer for realization of information technologies – SCIT), is described. Some new possibilities to input and map a geometrical information in the automatized NADRA–PP system are considered. Approaches which allow to optimize the process of conclusion of geometrical information for work simplification with tasks with a difficult geometrical structure are described. The results of the conducted calculating experiments are given.

### Введение

При исследовании стационарной и нестационарной фильтрации грунтовых вод в тех случаях, когда вертикальные размеры области фильтрации незначительны по сравнению с горизонтальными, достаточно точное моделирование упомянутого течения жидкости можно оценить с помощью плановой модели [1]. В данной работе разработаны и программно реализованы новые возможности системы НАДРА–ПП, предназначенные для комплексного решения задач подобного типа. Эти возможности касаются вопросов создания и редактирования геометрии области, множественного ввода параметров конечно-элементного разбиения и, частично, пользовательского интерфейса программы. Особо следует отметить применение механизмов оптимизации работы системы, влияние которых становится заметно при решении задач со сложной геометрией области.

В работах [2–4] рассмотрен автоматизированный комплекс НАДРА, который позволяет решать задачи динамики жидкости в том случае, когда течение жидкости предполагается плоским (профильным); там же описаны методы задания геометрии области и ее физических параметров, которые являются эффективными, когда область разбивается на сравнительно небольшое количество зон. В этом случае пользователю системы предлагается вручную описать каждую зону, т.е. задать ее опорные точки, параметры разбиения, физические параметры и граничные условия для каждой из граничных сторон области. Если количество зон измеряется в сотнях и тысячах, возникает необходимость в автоматизации вышеописанных процедур. С этой целью для системы НАДРА разработан и программно реализован ряд дополнительных возможностей, упрощающих работу пользователя с системой. Для этого были модернизированы некоторые методы и свойства классов объектной модели [2, 4–6]. В основу создания проблемной составляющей положены математические модели и эффективные вычислительные алгоритмы МКЭ, изложенные в [5, 7, 8].

Поскольку в результате решения поставленной задачи с помощью МКЭ получаем СЛАУ (систему линейных алгебраических уравнений) больших порядков, то для их решения используется суперкомпьютер СКИТ, созданный в Институте кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины.

### 1. Задача планово-пространственной фильтрации жидкости в слоистых грунтовых средах

**1.1. Дифференциальная и обобщенная задачи.** В каждом из водоносных горизонтов  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  установившееся движение жидкости описывается трехмерным уравнением неразрывности [1]

$$\sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k^l \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $k^l$  – коэффициент фильтрации водоносного горизонта  $\Omega_l$ ,  $l = 1, 2$ ;  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ;  $x_i$  – координата точки

$x$  на  $i$ -ю ось декартовой системы координат  $X_1X_2X_3$ . Ось  $OX_3$  направлена вертикально вверх;  $h = \frac{p}{\rho g} + x_3$  – пьезометрический напор.

При рассмотрении течения подземных вод на больших территориях, где толщина водоносного слоя (области  $\bar{\Omega}_l$ ) сравнительно мала по отношению к горизонтальным размерам расчетной области, уравнение (1) принимает вид в форме уравнения, усредненного по толщине водоносного слоя  $h^l$  [1]:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( kh^l \frac{\partial u_l}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( kh^l \frac{\partial u_l}{\partial x_2} \right) = 0, \quad (2)$$

где  $u_l = \frac{1}{h^l} \int_{x_{31}^l}^{x_{32}^l} h(x) dx_3$ ;  $x_{31}^l, x_{32}^l$  – соответственно нижняя и верхняя отметки водоносного слоя  $\bar{\Omega}_l$ ;  $h^l = h^l(x)$ ,

$x = (x_1, x_2)$ ,  $l = 1, 2$ . На основании системы уравнений (2) имеем

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x_1} \left( k_1 h^1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( k_1 h^1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) &= -r(u_1 - u_2) + \nu \chi(\Omega_1 \setminus \Omega_0) - \alpha \chi(\Omega_0) u_1 + \beta \chi(\Omega_0), \quad x \in \Omega_1, \\ -\frac{\partial}{\partial x_1} \left( k_2 h^2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( k_2 h^2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) &= r(u_1 - u_2), \quad x \in \Omega_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $r$  – параметр, характеризующий водопроницаемость разделяющего области  $\Omega^1, \Omega^2$  грунтового слоя;  $\chi(\bar{\Omega}) = 1$  при  $x \in \bar{\Omega}$  и  $\chi(\bar{\Omega}) = 0$  при  $x \notin \bar{\Omega}$ ;  $\nu$  – параметр, характеризующий осадки или испарения;  $\bar{\Omega}_0$  – подобласть области  $\Omega_1$ , занятая поверхностными водоемами;  $\Omega_l$  – срединная поверхность области  $\Omega_l$ ;  $\alpha, \beta$  – параметры, характеризующие дно поверхности водоема и уровни воды в них.

На границе  $\partial\Omega_1$  области  $\Omega_1$  заданы смешанные краевые условия:

$$u_1 = \varphi_1, \quad x \in \Gamma_{11}, \quad (4)$$

$$k_1 h^1 \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} u_1 \cos(n, x_i) = \beta^1, \quad x \in \Gamma_{12}, \quad (5)$$

$$k_1 h^1 \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} u_1 \cos(n, x_i) = -\alpha_1 u_1 + \beta_1^1, \quad x \in \Gamma_{13}, \quad (6)$$

где  $\Gamma_1 = \partial\Omega_1 = \bigcup_{i=1}^3 \Gamma_{1i}$ ,  $\Gamma_{1i} \cap \Gamma_{1j} = \emptyset$  при  $i \neq j$ ,  $i, j = \overline{1, 3}$ ;  $\alpha_1 = \alpha_1(x) \geq \alpha_1^0 = const > 0$ ,  $\varphi^1 \in L_2(\Gamma_{11})$ ,

$\beta^1 \in L_2(\Gamma_{12})$ ,  $\beta_1^1 \in L_2(\Gamma_{13})$ .

На границе  $\partial\Omega_2$  области  $\Omega_2$  заданы следующие краевые условия:

$$u_2 = \varphi_2, \quad x \in \Gamma_{21}, \quad (7)$$

$$k_2 h^2 \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} u_2 \cos(n, x_i) = \beta^2, \quad x \in \Gamma_{22}, \quad (8)$$

$$k_2 h^2 \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} u_2 \cos(n, x_i) = -\alpha_2 u_2 + \beta_1^2, \quad x \in \Gamma_{23}, \quad (9)$$

где  $\varphi^2 \in L_2(\Gamma_{21})$ ,  $\beta^2 \in L_2(\Gamma_{22})$ ,  $\beta_1^2 \in L_2(\Gamma_{23})$ ,  $\alpha_2 = \alpha_2(x) \geq \alpha_2^0 = const > 0$ .

Таким образом, плано-пространственное движение жидкости в трехмерном теле описывается краевой задачей (3)–(9).

**Определение 1.** Классическим решением краевой задачи (3)–(9) называется вектор-функция  $u = (u_1(x), u_2(x))$ , каждая из компонент которой  $u_i \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$  и удовлетворяет равенствам (3)–(9), где  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ .

**Определение 2.** Обобщенным решением краевой задачи (3)–(9) называется вектор-функция  $u \in \mathbf{H}$ , удовлетворяющая тождеству

$$a(u, v) = l(v), \quad \forall v \in \mathbf{H}_0, \quad (10)$$

где  $\mathbf{H} = \{v \in \bar{\mathbf{H}} : v_1|_{\Gamma_{11}} = \varphi_1, v_2|_{\Gamma_{21}} = \varphi_2\}$ ,  $\mathbf{H}_0 = \{v \in \bar{\mathbf{H}} : v_1|_{\Gamma_{11}} = 0, v_2|_{\Gamma_{21}} = 0\}$ ,

$$\bar{\mathbf{H}} = \{v = (v_1(x), v_2(x)) : v_i \in W_2^1(\Omega_i), i = 1, 2\};$$

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \left\{ \sum_{i,l=1}^2 k_i h^l \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial v_l}{\partial x_i} + \alpha \chi(\Omega_0) u_1 v_1 + r(u_1 - u_2) v_1 - r(u_1 - u_2) v_2 \right\} dx + \int_{\Gamma_{13}} \alpha_1 u_1 v_1 d\Gamma_{13} + \int_{\Gamma_{23}} \alpha_2 u_2 v_2 d\Gamma_{23},$$

$$l(v) = \int_{\Omega} (v \chi(\Omega_1 \setminus \Omega_0) v_1 + \beta \chi(\Omega_0) v_1) dx + \int_{\Gamma_{12}} \beta^1 v_1 d\Gamma_{12} + \int_{\Gamma_{13}} \beta^1 v_1 d\Gamma_{13} + \int_{\Gamma_{22}} \beta^2 v_2 d\Gamma_{22} + \int_{\Gamma_{23}} \beta^2 v_2 d\Gamma_{23}.$$

**Теорема 1.** Краевая задача (3)–(9) имеет единственное обобщенное решение  $u = u(x) \in H$ .

Справедливость теоремы устанавливается следуя [7].

**1.2. Приближенное обобщенное решение.** Задачу (10) можно решить приближенно с помощью МКЭ.

Для этого область  $\bar{\Omega}$  разобьем на конечные элементы  $\bar{e}_i$  ( $\bar{\Omega} = \bigcup_{i=1}^N \bar{e}_i$ ,  $e_i \cap e_j = \emptyset$  при  $i \neq j$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ ) с прямолинейными сторонами.

**Определение 3.** Приближенным обобщенным решением краевой задачи (3)–(9) называется функция  $u_k^N(x) \in H_k^N$ , удовлетворяющая тождеству

$$a(u_k^N, v_k^N) = l_1(v_k^N), \quad \forall v_k^N \in H_{k_0}^N, \quad (11)$$

где

$$H_k^N = \left\{ v_k^N \in \bar{H}_k^N : v_{k1}^N|_{\Gamma_{11}} = \varphi_1, v_{k2}^N|_{\Gamma_{21}} = \varphi_2 \right\}, \quad v_k^N = (v_{k1}^N, v_{k2}^N),$$

$$\bar{H}_k^N = \left\{ v_k^N(x) : v_k^N \in C(\bar{\Omega}), v_{k1}^N = \alpha_1^i + \alpha_2^i x_1 + \alpha_3^i x_2, v_{k2}^N = \beta_1^i + \beta_2^i x_1 + \beta_3^i x_2, x \in \bar{e}_i, \right.$$

$$\left. \alpha_j^i, \beta_j^i \in R^1, j = \overline{1, 3}, i = \overline{1, N} \right\}, \quad H_{k_0}^N = \left\{ v_k^N \in \bar{H}_k^N : v_{k1}^N|_{\Gamma_{11}} = 0, v_{k2}^N|_{\Gamma_{21}} = 0 \right\}.$$

**Замечание.** Если  $v_{k1}^N, v_{k2}^N$  – соответственно интерполянты  $\varphi_1, \varphi_2$  на  $\Gamma_{11}, \Gamma_{21}$ , и  $v_{k1}^N|_{\Gamma_{11}} \neq \varphi_1, v_{k2}^N|_{\Gamma_{21}} \neq \varphi_2$ , то  $H_k^N \subsetneq H$ .

**Лемма 1.** Краевая задача (3)–(9) имеет единственное приближенное обобщенное решение  $u_k^N \in H_k^N$ .

Справедливость леммы устанавливается на основе того, что матрица систем линейных алгебраических уравнений, получаемая из (11), невырожденная.

**Теорема 2** [8]. Пусть классическое решение краевой задачи (3)–(9)  $u \in C^{k+1}(\Omega)$ ,  $|D^{k+1}u_i| < \infty, i = 1, 2$  и  $H_k^N \subset H$ . Тогда для приближенного обобщенного решения  $u_k^N(x) \in H_k^N$  имеет место оценка

$$\|u - u_k^N\|_H \leq c_k \frac{h^k}{f_k(\theta)}, \quad (12)$$

где  $k = \overline{1, 3}; c_k = \text{const}; h$  – наибольшая из длин сторон всех  $\bar{e}_i$ ;  $f(\theta) = \cos \theta; \theta$  – половина величины всех треугольников  $\bar{e}_i$  при  $k = 1$  и при  $k = 2, 3$   $f(\theta) = \sin \theta; \theta$  – значение наименьшего из углов всех  $\bar{e}_i, i = \overline{1, N}$ .

**1.3. Итерационный метод решения задачи (11).** Представим билинейную форму  $a(\cdot, \cdot) : \bar{H} \times \bar{H} \rightarrow R^1$  и линейный функционал  $l(\cdot) : H \rightarrow R^1$  в виде

$$a(u, v) = a_1(u_1, v_1) + a_1'(u_2, v_1) + a_2(u_2, v_2) + a_2'(u_1, v_2), \quad l(v) = l_1(v_1) + l_2(v_2), \quad (13)$$

где

$$a_1(u_1, v_1) = \int_{\Omega} \left( \sum_{i=1}^2 k_i h^l \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \frac{\partial v_1}{\partial x_i} + r u_1 v_1 \right) dx + \int_{\Gamma_{13}} \alpha_1 u_1 v_1 d\Gamma_{13} + \alpha \chi(\Omega_0) u_1 v_1,$$

$$a_1'(u_2, v_1) = - \int_{\Omega} r u_2 v_1 dx, \quad a_2'(u_1, v_2) = - \int_{\Omega} r u_1 v_2 dx,$$

$$a_2(u_2, v_2) = \int_{\Omega} \left( \sum_{i=1}^2 k_i h^2 \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \frac{\partial v_2}{\partial x_i} + r u_2 v_2 \right) dx + \int_{\Gamma_{23}} \alpha_2 u_2 v_2 d\Gamma_{23},$$

$$l_1(v_1) = \int_{\Omega} (v \chi(\Omega_1 \setminus \Omega_0) v_1 + \beta \chi(\Omega_0) v_1) dx + \int_{\Gamma_{12}} \beta^1 v_1 d\Gamma_{12} + \int_{\Gamma_{13}} \beta^1 v_1 d\Gamma_{13},$$

$$l_2(v_2) = \int_{\Gamma_{22}} \beta^2 v_2 d\Gamma_{22} + \int_{\Gamma_{23}} \beta_1^2 v_2 d\Gamma_{23}.$$

Для приближенного решения задачи (11) итерационный процесс запишем следующим образом:

$$a_1(u_{k_1}^{N,n+1}, v_{k_1}^N) = l_1(v_{k_1}^N) - a_1'(u_{k_2}^{N,n}, v_{k_1}^N), \quad (14)$$

$$a_2(u_{k_2}^{N,n+1}, v_{k_2}^N) = l_2(v_{k_2}^N) - a_2'(u_{k_1}^{N,n+1}, v_{k_2}^N), \quad (15)$$

$$u_{k_2}^{N,0} = u_{10}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

Итерационный процесс (14)–(16) приводит к необходимости решения последовательности следующих систем линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A_1 U_1^{n+1} &= F_1(U_2^n), \\ A_2 U_2^{n+1} &= F_2(U_1^{n+1}), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

с постоянными симметричными положительно-определенными матрицами  $A_1, A_2$  ленточной структуры и большого порядка.

## 2. Автоматизированный комплекс НАДРА–ПП

Система НАДРА–ПП, функционирующая на двухмашинном комплексе ПЭВМ–Кластер, создана на базе комплекса НАДРА [8]. Для нее разработано и программно реализовано ряд дополнительных возможностей, упрощающих работу пользователя с системой и позволяющих решать задачи пространственно-плановой фильтрации жидкости. Для этого были модернизированы некоторые методы и свойства классов объектной модели системы НАДРА.

**2.1. Метод создания геометрии области в системе НАДРА–ПП.** Для описания областей больших размеров со сложной геометрией предлагается использовать новую методику создания области, различия которой с основной состоят в следующем.

Основная методика предполагает несколько этапов работы:

- ввод границ геометрической области, пустот и тонких включений;
- разбиение области на зоны в полуавтоматическом режиме, в процессе которого пользователь выполняет обход по всем опорным точкам зон, а система обеспечивает привязку к существующим точкам и границам области.

Эта методика является компромиссом между гибкостью и скоростью ввода геометрической информации, тогда как новые возможности системы направлены, в первую очередь, на увеличение скорости ввода областей со сложной геометрической структурой.

Предлагается следующий подход к решению этих вопросов. Область создается как совокупность зон, представляющих собой аналог прямоугольной сетки с переменными размерами строк и столбцов. В этом случае необходимо определить, на блоки каких размеров будет разбиваться область, т.е. высоту и ширину каждой зоны. Поскольку в общем случае среда является неоднородной и может быть покрыта реками разных размеров, каналами, болотами. Возникает потребность с помощью зон как можно более точно описать эту геометрическую структуру. Отсюда следует, что зоны не могут быть одинаковых размеров: в местах, где область более однородна и ее геометрия не сильно влияет на происходящие физические процессы, зоны могут быть большими, а в местах, где область покрыта густой сеткой рек, целесообразно уменьшить их высоту и ширину. Для этого в комплексе НАДРА–ПП следует указать пределы, в которых будет строиться зона определенного размера.

Граница области как отдельный элемент геометрии не задается, а определяется на этапе ввода параметров граничных условий для сторон каждой зоны. Все зоны, лежащие за границей требуемой области, отмечаются как нулевые.

Таким образом, новый метод позволяет уменьшить количество операций при создании областей по сравнению с основной методикой за счет автоматического создания набора зон и того факта, что задание геометрии фактически совмещено с определением физической структуры рассматриваемой области.

**2.2. Использование фоновых изображений.** При решении профильных или плановых практических задач часто возникают ситуации, когда область решения схематически нанесена на кальку, или является определенной географической территорией, изображенной, например, на географической карте с известным масштабом. Чтобы облегчить геометрическое описание таких областей, в системе НАДРА–ПП предоставляется возможность помещать в рабочую область предварительно отсканированный (и, возможно, обработанный доступной графической системой) рисунок территории, который имеет формат .bmp. После стандартной процедуры выбора графического файла перед пользователем появится диалоговое окно, в котором следует указать, с какой позиции будет размещаться фон относительно координатных осей. Потом, выбрав тип масштабирования по линейным размерам или по масштабу, указать, соответственно, ширину и высоту фонового изображения, или величину разрешения в пикселях на дюйм, с которым сканировалось изображение.

Масштаб устанавливается в специальном окне.

После того, как на рабочую область поместили фон, можно приступить к описанию геометрии области средствами, предоставляемыми комплексом НАДРА (см. [9, 10]). Преимущества использования фоновых изображений состоят в том, что пользователь при создании геометрии средствами системы НАДРА опирается на образ области, представленный в реальных размерах и пропорциях. После окончания описания области фон можно удалить.

**2.3. Множественный ввод параметров.** Среди новых возможностей, существенно ускоряющих работу с системой, следует выделить механизмы одновременного выбора нескольких элементов геометрии и ввода общих физических параметров для их совокупности. Одновременный выбор нескольких зон осуществляется двумя способами. Первый из них заключается в том, что добавить зону в число уже выделенных можно с помощью нажатия правой кнопки мыши в пределах требуемой зоны. Повторное нажатие правой кнопки мыши исключает зону из числа выбранных. Нажатие левой кнопки мыши снимает текущее выделение и активирует указанную зону. Это позволяет создавать произвольную комбинацию выбранных зон для последующего ввода их общих параметров: коэффициентов фильтрации, водопроницаемости, функций источников (стоков), инфильтрационного питания и т.д.

Второй способ выбора нескольких зон состоит в применении прямоугольной области выделения. Все зоны, попадающие целиком в пределы данной области, становятся выделенными. Для создания прямоугольной области выделения необходимо выбрать соответствующий инструмент, нажать левую кнопку мыши в левой верхней позиции ограничивающей области и, удерживая, переместить в нижнюю правую позицию. Если те же самые действия произвести с помощью правой кнопки мыши, то выделенные таким образом зоны будут добавлены к предыдущему выделению.

Точно так же можно выбрать несколько граничных сторон. Для этого поочередно выбираются несколько зон, а в каждой выбранной зоне выбирается граничная сторона. После того, как все необходимые граничные стороны выбраны, следует нажать одну из кнопок – “Условие Дирихле”, “Условие Неймана” или “Условие Ньютона” – и задать одинаковый тип условия для всех выбранных сторон. Для удобства граничное условие каждого типа выделяется своим цветом.

Физические параметры и крайевые условия для выбранных зон или сторон можно задавать одновременно для всех слоев области.

**2.4. Режимы отображения и визуальный контроль.** В системах НАДРА–ПП введено понятие режима отображения оперативной информации. Этот термин имеет отношение к пользовательскому интерфейсу системы и определяет, насколько детальным будет экранное представление данных о структуре и характеристиках области. Очевидно, что при увеличении сложности геометрии области представляется невозможным задача отображения в реальном времени полной графической информации. Для этого введены понятия режимов полного и чернового отображения информации. В черновом режиме детальная информация, такая как номера опорных точек, номер точек и др., отображается только для выделенных элементов геометрии. Для всех остальных – только границы и цветовое заполнение на основании физических параметров. Таким образом, использование чернового режима дает существенное уменьшение времени перерисовки на экране геометрически сложных структур при сохранении всей функциональности системы.

Для увеличения интерактивности работы пользователя с системой создана возможность заполнения каждой зоны цветом, связанным со значением ее физических параметров. Максимальному значению данного параметра будет соответствовать темный фон зоны, минимальному – самый светлый (рис. 1). Зоны с незадаанными физическими параметрами определяются по отсутствию цветового заполнения.

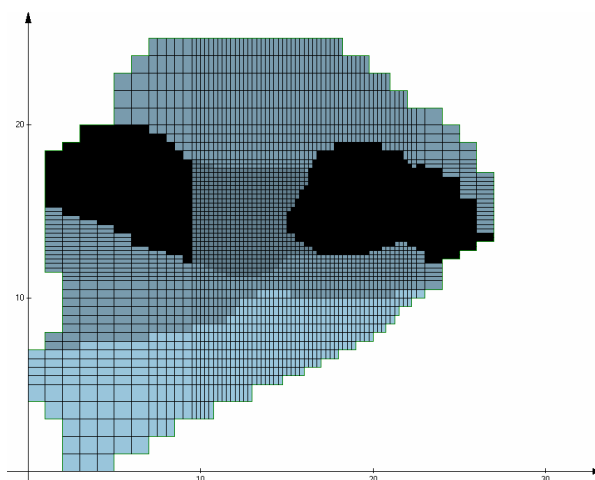


Рис. 1

**2.5. Алгоритмы оптимизации.** В системе НАДРА применено ряд подходов, которые позволяют

оптимизировать процесс вывода геометрической информации и, как следствие, значительно упростить работу с задачами, у которых сложная геометрическая структура.

Основную роль здесь играют механизмы отсечения, применяющиеся для предотвращения рисования тех частей объекта, которые располагаются вне видимой области. В системе реализован алгоритм отсечения прямых – отсекающий Кохена-Сазерленда [10], который вычисляет, какая часть отрезка прямой с конечными точками  $p_1$  и  $p_2$  лежит внутри видимого окна, и возвращает конечные точки такого отрезка. Алгоритм Кохена-Сазерленда выявляет и отбрасывает для случая, называемых “тривиальный прием” и “тривиальное отклонение”.

Как показано на рис. 2, обе точки отрезка АВ расположены внутри окна W, и поэтому весь отрезок АВ должен располагаться внутри W. Следовательно, отрезок АВ может быть “тривиально принят”: он не нуждается в отсечении. Такая ситуация возникает при использовании большого окна, охватывающего большинство элементов геометрии. С другой стороны, обе точки отрезка CD лежат целиком по одну сторону от окна W, поэтому отрезок CD должен располагаться целиком вне W. Следовательно, CD “тривиально отклоняется” и не рисуется ничего. Такая ситуация часто возникает, когда маленькое окно используется для просмотра изображения, многие из отрезков которого находятся за пределами этого окна.

Для определения случаев тривиального приема и отклонения можно использовать следующий прием. Для каждой конечной точки каждого отрезка строится ключевой код в виде битовой маски. Этот код имеет вид 1100. Каждый из битов определяет уникальную ситуацию для данной точки. Первый бит определяет, находится ли точка P слева от окна просмотра. Второй бит указывает, находится ли точка P выше окна просмотра. Третий и четвертый биты соответственно определяют, находится ли точка P справа и ниже видимого окна. Если условие выполняется, то соответствующий бит принимает значение 1, в противном случае 0.

Пусть, например, точка P находится внутри окна, тогда ее код равен 0000. Если P ниже, но ни слева, ни справа от окна, то ее код равен 0001. На рис. 3 показаны девять возможных расположений с кодом для каждого из них.

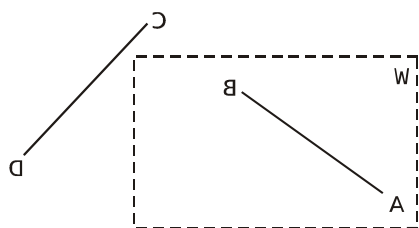


Рис. 2

1100	0100	0110
1000	0000	0010
1001	0001	0011

Рис. 3

Формируется кодовое слово для каждой конечной точки тестируемого отрезка прямой. Условия тривиального приема и отклонения легко связываются с этими кодовыми словами:

- тривиальный прием: оба кодовых слова равны 0000;
- тривиальное отклонение: кодовые слова имеют 1 в одном и том же бите, т.е. обе точки находятся слева от окна или обе справа и т.д.

В том случае, если отрезок не может быть ни принят, ни отклонен, он разделяется на две части по разные стороны одной из границ видимого окна. Одна его часть располагается вне окна и отбрасывается. Вторая – потенциально видимая, поэтому весь процесс повторяется с оставшимся отрезком относительно других границ окна. Алгоритм прекращает работу, пройдя цикл не более четырех раз, так как в каждой итерации мы оставляем только ту часть отрезка, которая удовлетворяет условиям тестирования относительно предыдущей границы окна. Поэтому после максимум четырех итераций обеспечивается тривиальный прием или тривиальное отклонение.

Для разделения отрезка на границе окна используются следующие соображения (рис. 4).

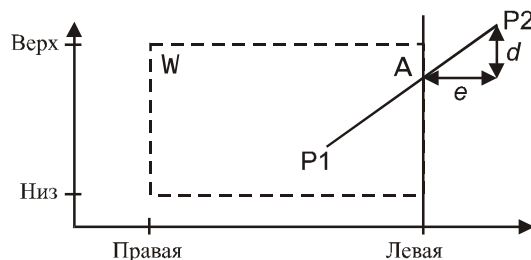


Рис. 4

Положение точки A необходимо вычислить. Ее  $x$  – координата равна, очевидно,  $W.right$  – координате правой границы окна. Для определения ее  $y$  – координаты необходимо найти  $pl.y$  с помощью поправки  $d$ , как

указано на рис. 4. Однако из подобия треугольников  $\frac{d}{delY} = \frac{e}{delX}$ , где  $e$  равно  $pl.x - pl.right$ , а равенства

$$delX = p2.x - pl.x; delY = p2.y - pl.y$$

задают приращения координат для этой пары конечных точек. Следовательно,  $d$  легко определить и новое значение  $pl.y$  находится путем добавления приращения к предыдущему значению

$$pl.y = pl.y + (W.right - pl.x) * \frac{delY}{delX}.$$

Аналогичные рассуждения используются при отсечении на остальных трех границах видимого окна.

### 3. Решение задачи о пространственно-плановой фильтрации жидкости с помощью комплекса НАДРА-ПП

Программные подсистемы комплекса НАДРА-ПП, функционирующего на ПЭВМ, выполняют такие функции как ввод и редактирование: геометрии контура области макроэлементов (зон), параметров разбивки на конечные элементы, физических характеристик среды и параметров взаимодействия исследуемого тела с окружающей средой (краевые условия); разбивка области на конечные элементы; перенумерация узлов для уменьшения полуширины ленты ненулевых элементов; формирование системы линейных алгебраических уравнений.

Расчетная область  $\Omega$  состоит из областей (слоев)  $\Omega_l$  ( $l = 1, 2$ ), каждая из которых размерами  $27000 \times 25000$ . В масштабе 1:1000 нижний слой показан на рис. 5 [11], а верхний – на рис. 6.

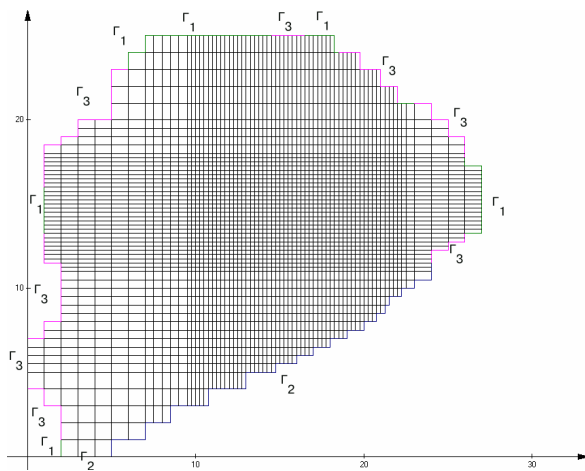


Рис. 5

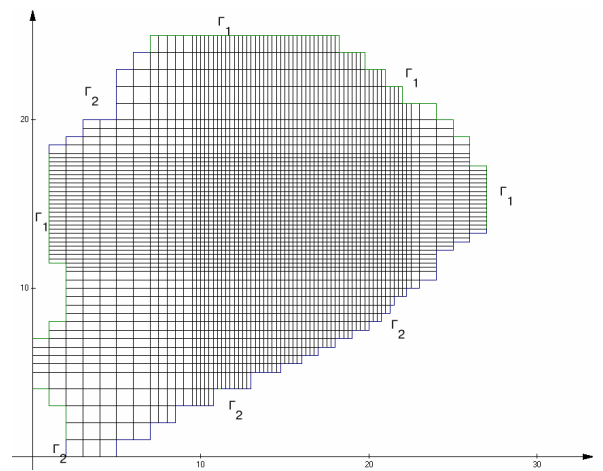


Рис. 6

По границам  $\Gamma = \bigcup_{i=1}^3 \Gamma_i$  области заданы краевые условия: на части границы  $\Gamma_1$  – краевые условия первого рода;  $\Gamma_2$  – второго рода;  $\Gamma_3$  – третьего рода.

Коэффициенты водопроницаемости  $kh$  верхнего слоя изменяются от 70 до 500 м<sup>2</sup>/сут [11].

Коэффициенты водопроницаемости  $kh$  нижнего водоносного горизонта слоя изменяются от 100 до 250 м<sup>2</sup>/сут [11].

Карта инфильтрационного питания (разгрузки)  $f$  отображает схематизированные условия питания верхнего слоя за счет атмосферных осадков и утечек из коммуникаций. Всего выделено три интервала положительных значений инфильтрации: 0–100; 100–200; 200–350 мм/год и два интервала отрицательных значений инфильтрации: -200 ... -100; -100 ... 0 мм/год.

Речные болотные блоки на модели (граничные условия III рода) показаны на рис. 5, 6, 7.

При итерационном решении задачи в масштабе 1:1000 область разбивалась с шагом 125 и 62,5 м. Порядок СЛАУ равен  $29097 \times 2$  и  $115537 \times 2$  соответственно.

Итерационный процесс для систем (17) организован следующим образом: на ПЭВМ формируется матрица  $A_1$  для первой системы линейных алгебраических уравнений, которая соответствует верхнему слою. Задается некоторое начальное приближение для вектора  $U_2^0$  и вычисляется вектор правых частей  $F_1(U_2^n)$ ,  $n = 0$ . Вычисляется матрица  $A_2$  второй системы, которая соответствует нижнему слою. Результаты вычислений записываются в бинарные файлы и передаются вместе с файлами информации о разбиении области на Кластер.

На Кластере решается первая система, вектор решения которой  $U_1^{n+1}$ ,  $n=0$ , используется для вычисления вектора правых частей второй СЛАУ  $F_2(U_1^{n+1})$ ,  $n=0$ . Полученный результат (вектор  $U_2^{n+1}$ ,  $n=0$ ) сравнивается с заданным приближенно вектором  $U_2^n$ ,  $n=0$ . Если  $|U_2^{n+1} - U_2^n| < \varepsilon$ , то полученные векторы  $U_1^{n+1}$ ,  $U_2^{n+1}$ ,  $n=0$ , являются решениями двух СЛАУ. В противном случае полагается  $n=1$ ,  $U_2^n = U_2^{n+1}$ , и повторяется итерационный процесс. Следует отметить, что матрицы  $A_1$  и  $A_2$  вычисляются один раз на ПЭВМ, а на Кластере они только используются для решения СЛАУ на последующих итерациях. Результаты решения (изолинии напоров) для верхнего и нижнего слоев показаны на рис. 8, 9.

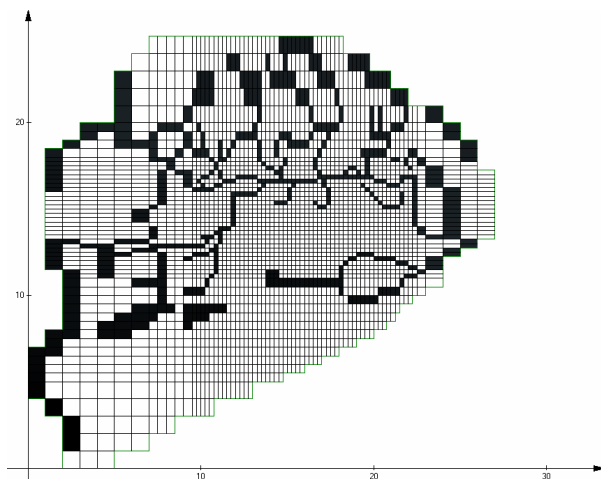


Рис. 7

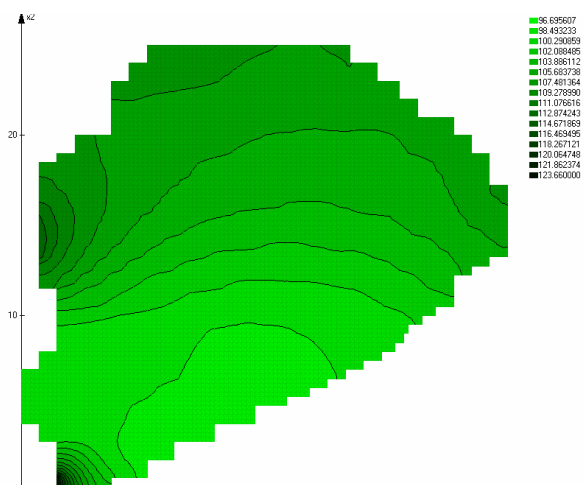


Рис. 8

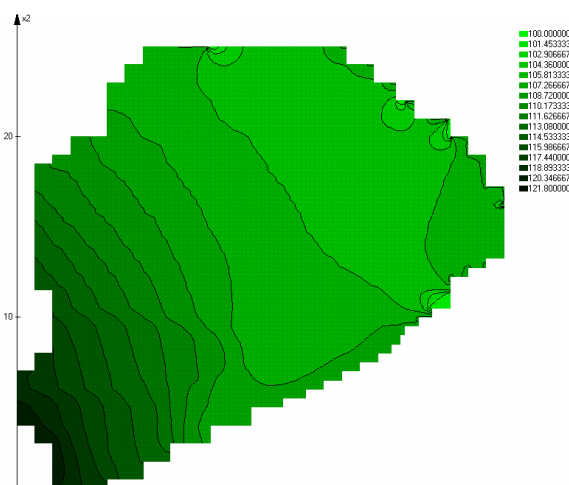


Рис. 9

На сегодняшний день ведутся работы над созданием модулей, которые будут не только решать СЛАУ на суперкомпьютере СКИТ, но и в параллельном режиме формировать ее.

## Выводы

Описанный автоматизированный диалоговый программно-алгоритмический комплекс НАДРА-ПП, эффективно решает задачи исследования пространственно-планового движения жидкости в многокомпонентных средах, что подтверждается решением практической задачи. Рассмотренные новые возможности для ввода и отображения геометрической информации позволяют оптимизировать работу с системой при больших объемах входных данных. Использование вычислительного комплекса ПЭВМ-Кластер (суперкомпьютер для реализации информационных технологий – СКИТ) значительно сокращает затраты на решение СЛАУ.

1. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. – М.: Наука, 1967. – 667 с.
2. Кальнюк Н.А. Подсистема ввода и обработки геометрической информации в комплексе НАДРА // Компьютерная математика, 2002. – № 1. – С. 12–23.



3. *Сергиенко І.В., Дейнека В.С., Калынюк Н.А., Радионов М.М.* Автоматизированная система НАДРА для исследования процессов в многокомпонентных средах // Компьютерная математика, 2002. – № 1. – С. 3–11.
4. *Сергиенко І.В., Дейнека В.С., Калынюк Н.А., Радионов М.М.* Автоматизированный комплекс НАДРА для исследования процессов в многокомпонентных средах. – Киев, 2002. – с. 36. – (Препр. / Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины; 2002 –4. – Ч. 2).
5. *Архангельский А.Я.* Программирование в C++Builder 4 – М.: Бином, 2000. – 1084 с.
6. *Ласло Майкл.* Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++ – М.: Бином, 1997. – 304 с.
7. *Дейнека В.С., Сергиенко І.В.* Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 2001. – 606 с.
8. *Дейнека В.С., Калынюк Н.А.* Численное решение задачи пространственно-плановой фильтрации жидкости в сложных грунтовых средах // Компьютерная математика. – 2005. – № 2. – С. 3–9.
9. *Дейнека В.С., Сергиенко І.В., Скопецкий В.В.* Математические модели и методы расчета задач с разрывными решениями. – Киев: Наук. думка, 1995. – 262 с.
10. *Хилл Френсис.* OpenGL. Программирование компьютерной графики. – СПб.: Питер, 2002. – 1088 с.
11. *Водообмен в гидрогеологических структурах и Чернобыльская катастрофа: В 2 ч. / В.М. Шестопапов, В.И. Лялько, А.Б. Ситников и др. : – Киев: Ин-т геологических наук, 2001. – 636 с.*