

В. Л. Карлаш

**АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АКТИВНЫХ  
И РЕАКТИВНЫХ КОМПОНЕНТОВ ПОЛНОЙ ПРОВОДИМОСТИ  
ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: karlashv@ukr.net*

**Abstract.** The further progress of experimental methods is discussed including the searching of experimental ways to determine the coupling coefficients and energy loss. These methods are based on constructing the experimental and calculation amplitude-frequency dependences for the full, active and reactive admittance components. Some comparison of methods is carried out.

**Key words:** piezoceramic resonator, admittance, impedance and phase shift, amplitude-frequency relation comparison.

**Введение.**

Пьезокерамические резонаторы давно зарекомендовали себя как надежные элементы различных ультразвуковых устройств [1 – 6, 10 – 19]. В последнее время такие резонаторы интенсивно внедряются в различные бытовые приборы в качестве двигателей, громкоговорителей, телефонов и микрофонов – мобильные телефоны, цифровые фотокамеры, трансформаторы, актуаторы, сенсоры и т.д. Их основным преимуществом перед электромагнитными аналогами является возможность миниатюризации, так как удельная мощность может достигать 20 – 40 Ватт на кубический дюйм [8, 20, 21]. Недавние исследования показали, что поведение пьезорезонаторов при больших мощностях сильно зависит от способа электрического нагружения [1, 3, 20]. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) полной проводимости и ее компонентов в режиме напряжения постоянной амплитуды отличаются значительной нелинейностью вблизи резонансов, вплоть до срывов и прыжков, тогда как в режиме тока постоянной амплитуды такой нелинейности нет [20, 21].

При экспериментальном исследовании колебаний пьезокерамических резонаторов непосредственно измеряются их масса, статическая емкость, геометрические размеры, характеристические частоты (резонансные и антирезонансные), а также падения электрического потенциала на пьезоэлементе и (или) нагрузочном резисторе [3, 7, 14]. Прямых методов измерения ни активных, ни реактивных компонент полной проводимости не существует и приходится определять их косвенными способами – путем расчетов по различным приближенным формулам [3 – 7]. В [2] описана методика определения добротности и пьезомодуля путем дифференцирования АЧХ активной компоненты полной проводимости по частоте.

В интервалах ниже резонансной частоты и между соседними резонансами возникают значительные фазовые сдвиги между током и падением потенциала в пьезоэлементе [6, 7]. Поскольку классическая схема четырехполюсника Мэсона обеспечивает приемлемый уровень погрешностей лишь на характеристических частотах, то измерения проведены с применением усовершенствованной схемы с дополнительным коммутатором, подробно описанной в [7, 12]. С разработкой автором усовершенствован-

ной методики определения амплитуд и фаз, основанной на поочередном измерении падений потенциала на пьезоэлементе и нагрузочном резисторе [6, 7, 14, 15], стало возможным изучение особенностей поведения фазовых, адмиттансных и мощностных характеристик пьезорезонаторов в широком диапазоне частот электрического нагружения.

Данная статья посвящена дальнейшему развитию экспериментальных методик, включая поиски путей измерения коэффициентов электромеханической связи на основе экспериментального и расчетного построения амплитудно-частотных зависимостей активных и реактивных компонентов полной проводимости в диапазоне частот и сопоставления их.

Все расчеты проведены в комплексной форме с учетом диэлектрических, упругих и пьезоэлектрических потерь энергии [3, 9, 14]. Графики рассчитанных и измеренных АЧХ компонентов полной проводимости для резонаторов нескольких геометрических форм построены для сравнения в одинаковых координатных сетках. Этот прием позволил предложить новую итерационную методику экспериментального определения электроупругих коэффициентов пьезорезонаторов.

### 1. Компоненты входного адмиттанса пьезокерамических резонаторов.

Приложенная к любому пьезоэлементу разность электрических потенциалов  $U_{pe}$  вызывает в нем ток  $I_{pe}$ . Отношение тока в цепи к падению потенциала на ней является по определению полной проводимостью или адмиттансом цепи  $Y$  [3 – 5]

$$Y = \frac{I_{pe}}{U_{pe}}. \quad (1)$$

Ток через пьезоэлемент измеряется обычно косвенным способом по падению потенциала на специальном резисторе, включенном последовательно с ним [7, 10].

По мере возрастания частоты ток через пьезоэлемент и падение потенциала (т. е. электрическое напряжение) на нагрузочном резисторе увеличиваются. Вдали от резонанса (на низкой частоте) ток через пьезоэлемент преимущественно связан с перезарядом его межэлектродной емкости и с увеличением (с ростом частоты) емкостной проводимости. На частоте  $f_m$  максимальной входной проводимости  $Y_m$ , близкой к резонансной частоте  $f_r$ , падение напряжения  $U_m$  на резисторе  $R_n$  достигает максимума, во много раз превосходящего емкостную компоненту. На частоте  $f_n$  минимума полной проводимости  $Y_n$ , близкой к антирезонансной частоте  $f_a$ , падение напряжения  $U_n$  на резисторе  $R_n$  достигает минимума. Полная проводимость пьезоэлемента на любой частоте создается совместным действием пьезоэффекта и статической емкости.

Экспериментальные исследования и многочисленные расчеты показали, что полная проводимость  $Y$  любого пьезоэлектрического элемента состоит из действительной  $G$  (активной) и мнимой  $B$  (реактивной) составляющих. До первого резонанса она полностью определяется реактивной проводимостью статической емкости пьезоэлемента  $C_0$  и только вблизи от резонанса к ней векторным образом добавляется активная проводимость, создаваемая механическими напряжениями [5, 10]. На некоторой частоте реактивная компонента достигает максимальной величины, одинаковой с величиной активной компоненты. Затем активная составляющая продолжает возрастать, тогда как амплитуда реактивной компоненты уменьшается. На резонансной частоте активная компонента достигает максимума, а реактивная падает до нуля. Далее реактивная составляющая изменяет знак, проходит через минимум (отрицательный максимум) и снижается до нуля. Активная составляющая также снижается до нуля. Полная проводимость во второй точке перехода реактивной составляющей через нуль достигает минимальной величины, затем снова становится реактивной проводимостью емкостного типа. Частоты максимумов активной и полной компонент практически совпадают между собой, а также с первой точкой перехода через нуль реактивной компоненты. Совпадают также частоты минимумов активной и полной компонент проводимости со второй точкой перехода через нуль реактивной компоненты.

В монографии [4] на основе решения простых одномерных задач электроупругости получены выражения для входной проводимости различных по форме пьезокерамических резонаторов, таких как стержни с поперечной и продольной поляризацией, тонкие круговые диски и кольца с толщиной поляризацией, «короткие» и «высокие» цилиндрические кольца-оболочки и т. д. Как показано в [1, 6, 7, 14, 15] все они сводятся к единой комплексной формуле

$$Y = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta_r(x)}, \quad (2)$$

где:  $j$  – мнимая единица;  $\omega$  – угловая частота;  $C_0$  – статическая емкость;  $x$  – безразмерная частота;  $\Delta_r(x)$  – резонансный и  $\Delta_a(x)$  антирезонансный определители.

Таким образом, полная проводимость  $Y$  любого пьезокерамического резонатора на любой частоте является произведением реактивной проводимости  $Y_C = j\omega C_0$  его межэлектродной емкости на отношение антирезонансного определителя к резонансному.

Отличаются пьезорезонаторы лишь комплексными выражениями для определителей и  $\Delta_a(x)$  и  $\Delta_r(x)$ .

В случае продольных колебаний тонкого пьезокерамического стержня с поперечной поляризацией длиной  $l$ , шириной  $w$  и толщиной  $h$  (все последующие обозначения совпадают с обозначениями [3 – 7]) имеем

$$\Delta_r(x) = \cos(x); \quad \Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta(x) + k_{31}^2 \sin x / x, \quad (3)$$

причем

$$C_1 = C_{01}(1 - j\varepsilon_{33m}); \quad x = x_0(1 - 0,5js_{11m}); \quad C_{01} = \frac{\varepsilon_{330}lw}{h}; \quad x = kl / 2; \quad k^2 = \rho\omega^2 s_{11}^E; \quad (4)$$

$$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \varepsilon_{33}^T}; \quad d_{31}^2 = d_{310}^2(1 - 2jd_{31m}); \quad k_{31}^2 = k_{310}^2[1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})],$$

а при продольных колебаниях стержня с продольной поляризацией и тех же обозначениях геометрических размеров в [4, см. 2.27 ]

$$\Delta_a(x) = \cos(x); \quad \Delta_r(x) = (1 + k_D^2)\Delta_a(x) - k_D^2 \sin x / x$$

$$\left( x = kl / 2; \quad k^2 = \rho\omega^2 s_{33}^D; \quad k_D^2 = \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2} \right). \quad (5)$$

После простых преобразований имеем равенства

$$\Delta_a = \cos x = Z_1; \quad \Delta_r = \frac{x \cos x - k_{33}^2 \sin x}{(1 - k_{33}^2)x}; \quad Y = jax(1 - k_{33}^2) \frac{Z_1(x)}{Z_2(x)}; \quad x = x_0(1 - 0,5js_{33m});$$

$$Z_2(x) = \cos x - k_{33}^2 \sin x / x; \quad C_2 = C_{02}(1 - j\varepsilon_{33m}); \quad C_{02} = \frac{\varepsilon_{330}hw}{l}; \quad k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E \varepsilon_{33}^T}; \quad (6)$$

$$d_{33}^2 = d_{330}^2(1 - 2jd_{33m}); \quad k_{33}^2 = k_{330}^2[1 + j(s_{33m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{33m})].$$

Для радикальных колебаний тонких пьезокерамических дисков радиуса  $R$  при толщине  $h$  с толщиной поляризацией и сплошными электродами на главных поверхностях частотные определители  $\Delta_r(x)$  и  $\Delta_a(x)$ , безразмерная комплексная частота  $x$  и квадрат планарного коэффициента электромеханической связи (КЭМС)  $k_p^2$  определяются согласно формул [4, 5]

$$\Delta_r(x) = xJ_0(x) - (1 - \nu)J_1(x) \quad \Delta_a(x) = (1 - k_p^2)\Delta(x) + (1 + \nu)k_p^2 J_1(x); \quad x = k^E R;$$

$$k^{E2} = (1-\nu^2)\rho\omega^2 s_{11}^E; \quad x = x_0(1-0,5js_{11m}); \quad k_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{(1-\nu)s_{11}^E \varepsilon_{33}^T}; \quad d_{31}^2 = d_{310}^2(1-2jd_{31m}); \quad (7)$$

$$k_p^2 = k_{p0}^2[1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})]; \quad C_{dsk} = C_{0dsk}(1 - j\varepsilon_{33m}); \quad C_{0dsk} = \frac{\varepsilon_{330}\pi R^2}{h}.$$

Следует отметить, что все входящие в формулы (2) – (7) электроупругие коэффициенты являются комплексными числами [4, 5, 9, 18]

$$s_{11}^E = s_{110}(1 - js_{11m}); \quad \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33m}); \quad d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31m});$$

$$s_{33}^E = s_{330}(1 - js_{33m}); \quad d_{33} = d_{330}(1 - jd_{33m}).$$

Здесь индексами со значком «0» обозначены действительные части соответствующих комплексных чисел, а индексами со значком «m» – отношения мнимых частей к действительным частям, т.е. тангенсы потерь энергии [5, 9].

В поляризованных по радиусу «коротком» (подстрочный индекс *sr*) и «высоком» (индекс *hr*) цилиндрических кольцах (индекс *rng*) с наружным радиусом  $R$ , внутренним  $r$  и высотой  $l$  можно записать

$$\Delta_{rsr}(x) = \omega_r^2 - \omega^2; \quad \Delta_{asr}(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta_{rsr}(x) + k_{31}^2\omega_r^2; \quad x = \omega / \omega_r; \quad k_{31}^2 = \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_a^2};$$

$$\frac{2(1 - k_p^2)}{(1 + \nu)k_p^2} = \frac{f_m^2}{f_n^2 - f_m^2}; \quad \Delta_{ahr}(x) = (1 - k_p^2)\Delta_{rhr}(x) + (1 + \nu)k_p^2\omega_r^2 / 2;$$

$$\Delta_{rhr}(x) = \omega_r^2 - \omega^2; \quad C_{rng} = C_{0rng}(1 - j\varepsilon_{33m}); \quad C_{0rng} = \frac{\varepsilon_{330}\pi(R + r)l}{R - r}.$$

При вычислениях адмиттанса с применением формулы (2) в каждом конкретном резонаторе осуществлялась «привязка» безразмерной  $x_0$  и измеренной  $f_0$  резонансных частот по формуле

$$\omega C_0 = \frac{2\pi f_0 C_0 x}{x_0} = ax; \quad a = \frac{2\pi f_0 C_0}{x_0},$$

$x$  – текущее значение безразмерной частоты.

Измеренные в эксперименте с применением усовершенствованной схемы Мэсона падения потенциала на исследуемом пьезорезонаторе  $U_{pe}$ , нагрузочном резисторе  $U_R$  и на входе схемы измерения  $U_{in}$  вводились в компьютер и по формуле (1) вычислена полная проводимость  $Y_{pe}$ . Ее активный  $Y_{ac}$  и реактивный  $Y_{re}$  компоненты определены с учетом сдвига фаз между падением напряжения на пьезоэлементе  $U_{pe}$  и протекающим в нем током  $I_{pe}$  или, что то же самое, между напряжениями  $U_{pe}$  и  $U_R$ , т.е.

$$Y = Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}; \quad Y_{ac} = Y_{pe} \cos \alpha; \quad Y_{re} = Y_{pe} \sin \alpha = Y_{pe} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}.$$

Косинус угла сдвига фаз вычислен согласно теореме косинусов [1, 3, 7, 14]

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R},$$

а комплексная мгновенная мощность определена как произведение падения напряжения на пьезоэлементе  $U_{pe}$  на протекающий в его цепи ток  $I_{pe}$

$$P_{pe} = U_{pe} I_{pe} = \frac{U_R U_{pe}}{R}.$$

## 2. Сопоставление расчетных и измеренных компонентов полного адмиттанса пьезокерамических резонаторов.

Для сопоставления экспериментальных и расчетных графиков между собой они построены в единых координатных сетках, при этом приравнивались безразмерная  $x_{01}$  и измеренная  $f_{01}$  частоты максимумов полной проводимости

$$x_0 = x x_{01} / f_{01}.$$

В случае основной продольной моды пластины из пьезокерамики ЦТБС-3  $40 \times 16 \times 1$  мм с данными  $C_0 = 8250$  пФ;  $\text{tg } \delta = 0,0163$ ;  $k_{31}^2 = 0,09$ ;  $s_{11m} = 0,016$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,016$ ;  $d_{31m} = 0,016$ ;  $a = 1,19$  мС;  $x_{01} = 1,57$ ;  $f_{01} = 36,2$  кГц в интервале безразмерных частот  $1,5 \leq x \leq 1,75$  построены графики рис 1, а для АЧХ абсолютных значений активного и реактивного компонентов адмиттанса. Резонансная частота первого продольного резонанса в стержне с поперечной поляризацией равна  $\pi/2$ , антирезонансная – зависит от величины  $k_{31}^2$ .

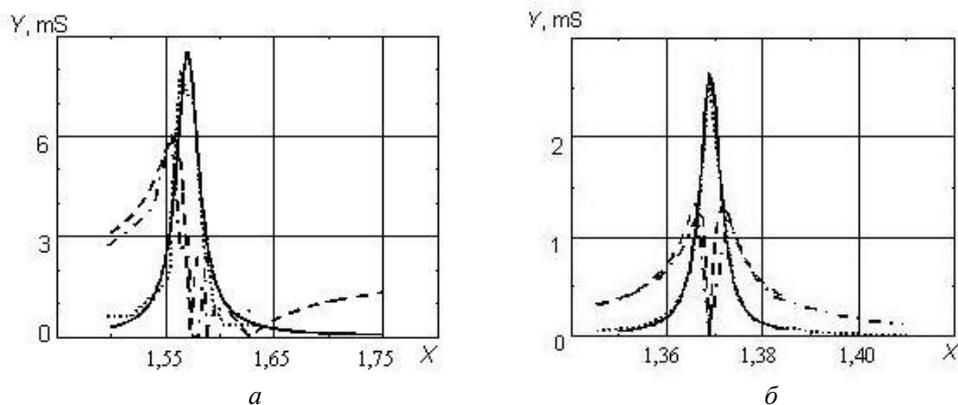


Рис. 1

Абсолютные значения величин использованы для сравнения, потому что при экспериментальном измерении вольтметром падений напряжений их полярность не учитывается. На всех рисунках графики рассчитанных величин активных компонентов показаны сплошными линиями, а экспериментальных – пунктиром. Графики рассчитанных величин реактивных компонентов адмиттанса представлены на рисунках в виде штриховых линий, а экспериментальных – штрих-пунктиром.

Для первого продольного резонанса продольно поляризованного стержня из пьезокерамики ЦТСтБС-2 с размерами  $7 \times 7 \times 15$  мм, нагруженного резистором  $R = 993$  Ом,  $x_{01} = 1,57$ ,  $f_{01} = 99,886$  кГц,  $C_0 = 64,8$  пФ,  $\text{tg } \delta = 0,0038$ , в интервале безразмерных частот  $1,35 \leq x \leq 1,385$  построены графики рис 1, б при следующих данных  $k_{33}^2 = 0,28$ ;  $s_{11m} = 0,0033$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,004$ ;  $d_{31m} = 0,003$ ;  $a = 0,029$  мС. Резонансная частота в случае продольной поляризации зависит от величины  $k_{33}^2$ , тогда как антирезонансная частота равна  $\pi/2$ .

Для радиальных колебаний диска из пьезокерамики ЦТБС-3 диаметром 66,1 мм при толщине 3,1 мм получено:  $C_0 = 18490$  пФ,  $\text{tg } \delta = 0,0066$ ,  $a = 1,77$  мС,  $\nu = 0,35$ ,  $k_p^2 = 0,3$ ;  $s_{11m} = 0,0069$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,0085$ ;  $d_{31m} = 0,0076$ ;  $x_{01} = 2,08$ ,  $f_{01} = 31,59$  кГц. В частотном интервале  $2,00 \leq x \leq 2,15$  построены графики рис 2, а. Активные составляющие совместились очень хорошо, однако, наблюдается значительное расхождение в местах перехода реактивных составляющих через ноль. Причиной этого расхождения может быть недостаточное количество экспериментальных точек вблизи максимума активной составляющей или неточности в выборе для расчета величины  $k_p^2$ .

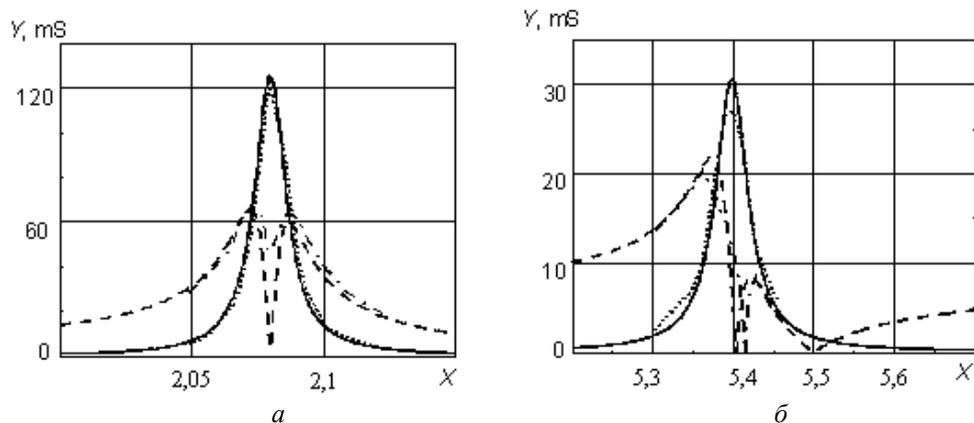


Рис. 2

Графики рис 2, б построены для второго радиального резонанса того же диска в частотном интервале  $5,2 \leq x \leq 5,7$  при  $x_{01} = 5,4$ ;  $f_{01} = 83,1$  кГц и  $s_{11m} = 0,009$ . Кривые активных составляющих практически совместились, реактивные компоненты немного отличаются положением нуля, но имеют подобные «склоны».

В случае радиальных колебаний «короткого» цилиндрического кольца из пьезо-керамики ЦТБС-3 с внешним диаметром 38,01 мм, внутренним диаметром 34,19 мм и высотой 29,85 мм с радиальной поляризацией и электродами на боковых поверхностях получены такие данные:  $C_0 = 21\ 860$  пФ,  $\text{tg } \delta = \varepsilon_{33m} = 0,0124$ ,  $a = 3,59$  мС,  $s_{11m} = 0,009$ ;  $x_{01} = 1,006$ ;  $f_{01} = 26,165$  кГц и в интервале  $0,96 \leq x \leq 1,04$  построены графики рис 3, а. В расчетах квадрат поперечного КЭМС  $k_{31}^2 = 0,039$  подогнан по максимуму адмиттанса, а уровень тангенса пьезоэлектрических потерь  $d_{31m} = 0,009$  выбран из соображений подобия. Активные компоненты совместились хорошо, реактивные – удовлетворительно.

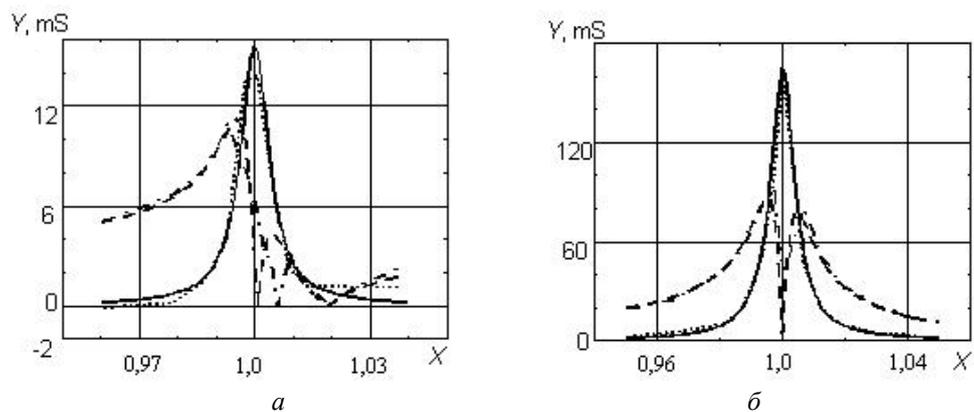


Рис 3

Графики рис 3, б построены для радиального резонанса «высокого» цилиндрического кольца  $18,5 \times 15,7 \times 22$  мм из пьезокерамики ЦТС-19 в частотном интервале  $0,95 \leq x \leq 1,05$ . В расчетах использованы следующие данные:  $C_0 = 14\ 480$  пФ;  $\text{tg } \delta = 0,0104$ ;  $a = 7,02$  мС;  $\nu = 0,35$ ;  $k_p^2 = 0,33$ ;  $s_{11m} = 0,0095$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,0104$ ;  $d_{31m} = 0,01$ ;  $x_{01} = 1,0$ ;  $f_{01} = 78,0$  кГц. Кривые как активных, так и реактивных составляющих практически совместились.

Резонансные частоты  $x_{01}$  при радиальных колебаниях цилиндрических колец с радиальной поляризацией приближаются к единице, антирезонансные частоты зависят от величин  $k_{31}^2$  в «коротком» кольце и  $k_p^2$  в «высоком».

### 3. Элементы итерационной методики по определению коэффициентов связи и параметров потерь энергии в пьезокерамических резонаторах.

В работах [3, 14] изложены основы простой расчетно-экспериментальной итерационной методики, позволяющей определять коэффициенты электромеханической связи и тангенсы углов потерь энергии путем сопоставления рассчитанных и измеренных величин полной проводимости  $Y_{pe}$  на частотах  $f_m$  и  $f_n$  их максимумов  $Y_m$  и минимумов  $Y_n$ . В качестве примера рассмотрены радиальные колебания тонких дисков с толщиной поляризацией и сплошными электродами на главных поверхностях. К сожалению, потери энергии в коэффициенте Пуассона  $\nu$  там игнорировались. Этого недостатка не будет, если выбрать в качестве примера продольные колебания поперечно поляризованных стержней или радиальные колебания «коротких» цилиндрических колец с радиальной поляризацией.

Рис. 4 иллюстрирует этапы итерационного процесса для случая первого продольного резонанса тонкого стержня  $33,4 \times 5,8 \times 1,25$  мм из пьезокерамики ЦТБС – 3, в котором  $C_0 = 2,98$  нФ;  $\text{tg} \delta = 0,0093$ ;  $Y_m = 11,6$  мС;  $Y_n = 0,0637$  мС ( $Z_n = 15,7$  кОм);  $f_m = 51,01$  кГц;  $f_n = 53,04$  кГц;  $f_n/f_m = 1,0398$ ;  $a = 0,608$  мС;  $x_{01} = 1,571$ ;  $R = 229$  Ом.

Графики полной входной проводимости  $Y$  стержня приведены в верхнем ряду (рис. 4). АЧХ входного импеданса  $Z = 1/Y$  представлены внизу. Кривые для каждого шага подобны по форме и отличаются лишь положениями минимума проводимости (или максимума импеданса) по частоте и амплитудами максимумов и минимумов.

Первая итерация проведена в интервале  $1,5 \leq x \leq 1,75$  при произвольно принятых величинах  $k_{310}^2 = 0,1$ ;  $s_{11m} = 0,01$ ;  $d_{31m} = 0,01$  и экспериментально определенных  $\varepsilon_{33m} = \text{tg} \delta = 0,0093$  и  $a = 0,608$  мС. В результате получены следующие величины:  $Y_m = 7,8$  мС;  $Y_n = 0,112$  мС;  $x_n = 1,64$ ;  $x_m = 1,571$ ;  $x_n/x_m = 1,0446$  (рис.4, а). Отношение частот минимальной и максимальной проводимостей здесь немного превышает измеренную величину (на 0,46%). Уменьшить его возможно только путем некоторого снижения  $k_{310}^2$ . Вычисленная величина  $Y_m$  в 1,487 раза меньше измеренного максимума. Для ее увеличения необходимо снижать  $s_{11m}$  и (или) повышать коэффициент связи  $k_{310}^2$ . Сперва следует подобрать величину  $k_{310}^2$ , чтобы приблизить отношение частот к измеренному значению. Снижение  $k_{310}^2$  до значения 0,09 уменьшило отношение частот до  $x_n/x_m = 1,0389$ , что практически совпадает с измеренным значением (этот случай на рисунке не представлен).

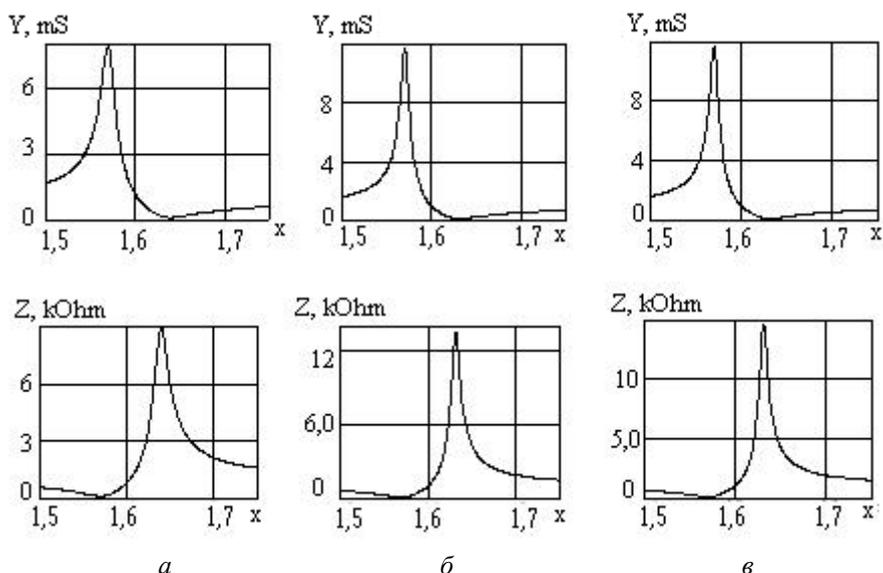


Рис. 4

При заданных величинах  $k_{310}^2 = 0,09$ ;  $s_{11m} = 0,006$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,0093$ ;  $d_{31m} = 0,007$ ;  $a = 0,608$  мС получаем:  $Y_m = 11,7$  мС;  $Y_n = 0,0735$  мС;  $x_n = 1,6321$ ;  $x_m = 1,571$ ;  $x_n/x_m = 1,0389$  (рис.4, б). Максимум полной проводимости и отношение частот теперь приближаются к экспериментальным данным, а вычисленный минимум проводимости превышает измеренную величину в 1,154 раза. Необходимо уменьшать тангенс пьезоэлектрических потерь.

Последний из представленных на рисунке итерационных шагов сделан в том же частотном интервале при  $d_{31m} = 0,004$ . Получено  $Y_m = 11,7$  мС;  $Y_n = 0,0684$  мС;  $x_n = 1,6321$ ;  $x_m = 1,571$ ;  $x_n/x_m = 1,0389$  (рис.4, в). Расхождение с экспериментом теперь составляет: по  $Y_m - 0,86$  %, по  $Y_n - 7,4$  %, по  $f_n/f_m = -0,03$  %.

В результате проведенных итерационных процедур можно принять установленным для исследуемого стержня:  $k_{310}^2 = 0,09$ ;  $s_{11m} = 0,006$ ;  $\varepsilon_{33m} = 0,0093$ ;  $d_{31m} = 0,004$ .

Следует отметить, что все экспериментальные данные приведены в данной статье такими, какими они были получены на различных образцах в режиме «как есть». Не всегда шаг изменения частоты был плавным. Особенно трудно изменять частоту генератора на 20 – 40 Гц, что необходимо в резонаторах с добротностью порядка 1000 единиц.

Возникает вопрос, что лучше сравнивать в итерационных процедурах: полные проводимости или их активные / реактивные компоненты? Опыт свидетельствует, что рассчитанные кривые хорошо совпадают с измеренными на участках до частоты максимума адмиттанса, если измерения проводятся с небольшими величинами сопротивлений нагрузочного резистора (порядка 3 – 10 Ом). Начиная с этой частоты и выше величину сопротивления нагрузочного резистора необходимо резко увеличивать.

Проведены специальные исследования на электрической эквивалентной схеме типа Ван-Дайка [15], составленной из пассивных элементов индуктивности  $L = 2,14$  мГн; статической емкости  $C_0 = 14\,905$  пФ; емкости последовательной ветви  $C = 2105$  пФ, нагруженной резистором  $R = 11,3$  Ом (рис 5, линии показаны также, как экспериментальные кривые на рис. 1 – 3). Частота максимума активной составляющей адмиттанса в эквивалентной схеме 74,5 кГц совпала с частотой максимума активной составляющей адмиттанса ее последовательной ветви и близка к резонансной частоте  $f_{01} = 78,0$  кГц «высокого» цилиндрического кольца  $18,5 \times 15,7 \times 22$  мм, изготовленного из пьезокерамики ЦТС-19.

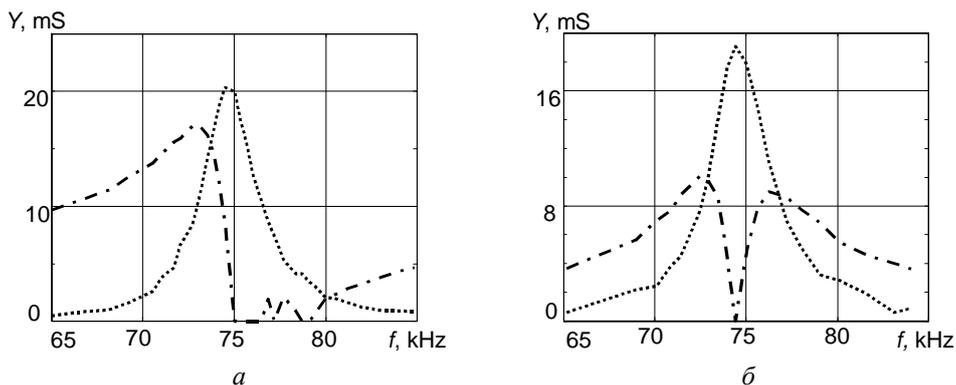


Рис. 5

АЧХ абсолютных значений активного и реактивного компонентов адмиттанса полной эквивалентной схемы (рис 5, а) и ее последовательной ветви (рис 5, б) полностью подтверждают указанное выше замечание относительно выбора сопротивления нагрузочного резистора.

С учетом полученного результата можно предложить следующий вариант итерационного процесса; сперва сравниваются вычисленные и измеренные отношения час-

тот минимальной и максимальной полных проводимостей и подбирается величина квадрата соответствующего выбранному резонатору КЭМС (эту величину можно также определять независимо по известным методикам [3 – 5, 10]); затем подбирается величина тангенса упругих потерь  $s_{11m}$  до тех пор, пока не совпадут (или приблизятся на заданную величину) максимумы полной проводимости или ее активного компонента. Величину  $s_{11m}$  также можно определять предварительно, как обратную к механической добротности  $s_{11m} = 1/Q_m$ , и уточнять путем итераций. Последним этапом является подбор тангенса пьезоэлектрических потерь при сопоставлении минимума полной проводимости или ее активного компонента вблизи антирезонанса.

#### **Заключение.**

Кривые АЧХ как активных, так и реактивных компонентов полной проводимости подобны для всех пьезорезонаторов, хотя их амплитудные величины отличаются почти в 50 раз – от 3, 5 мС (в стержне с продольной поляризацией) до 167 мС (в «высоком» цилиндрическом кольце).

Лучше всего графики рассчитанных и измеренных величин согласуются на частотах, немного ниже резонансных, хуже всего – очень близко от них, где расхождение может достигать 10 %.

Для снижения влияния величины сопротивления нагрузочного резистора на точность полученных результатов, необходимо разбивать АЧХ полной проводимости и ее компонентов на два участка – до первого максимума, когда  $R = 3 - 5$  Ом, и после него, когда  $R = 10 - 30$  кОм. При пользовании описанной выше итерационной методикой можно выбрать компромиссную величину  $R$  около 100 Ом и уточнять величину минимума адмиттанса при нагрузке в несколько десятков килоом. Этот вопрос требует дополнительного изучения.

Основным недостатком разработанных автором методик является то, что они не учитывают изменение с частотой величины диэлектрических потерь энергии, которые независимо измеряются на частоте 1000 Гц. Этот недостаток мало влияет при работе пьезоэлектрических резонаторов на частотах до нескольких десятков килогерц, однако может быть существенным в мегагерцевом диапазоне.

**РЕЗЮМЕ.** Обговорено подальший розвиток експериментальних методів, включаючи пошуки експериментальних способів з визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії. Методи базуються на побудові експериментальних і розрахованих амплітудно-частотних залежностей повних, активних і реактивних компонентів адмітансу й порівнянні їх між собою.

1. Безверхий О., Зінчук Л., Карлаш В. Вплив режиму електричного навантаження, сталих напруги та струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // Фіз.-матем. моделювання та інформ. технології. – 2013. – Вип. 18. – С. 9 – 20.
2. Земляков В.Л., Ключников С.Н. Определение параметров пьезокерамических элементов по амплитудным измерениям // Измерительная техника. – 2010. – № 3. – С. 38 – 40.
3. Карлаш В.Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. – 2012. – **15**, № 4. – С. 24 – 38.
4. Шульга Н.А., Болжисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
5. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
6. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доп. НАН України. – 2013, № 9. – С.80 – 86.
7. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Измерение амплитуд и фаз при колебаниях элементов конструкций из пьезокерамики // Прикл. механика. – 2015. – **51**, № 3. – С. 122 – 133.
8. Erhart J. Parameters and design optimization of the ring piezoelectric ceramic transformer // J. Adv. Dielectric. – 2015. – **1**, N 3. – 1550022.
9. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU. – 1967. – SU-14. – P.18 – 20.

10. *IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics.* 1961 // Proc. IRE. – 1961. – **49**. – P. 1161 – 1169.
11. *Karlash V.* Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // Jpn. J. Appl. Phys. – 2005. – **44**, N 4A. – P. 1852 – 1856.
12. *Karlash V.L.* Particularities of Amplitude-Frequency Characteristics of Admittance of Thin Piezoceramic Half-Disk // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 10. – P. 647 – 653.
13. *Karlash V.L.* Forced Electromechanical Vibrations of Rectangular Piezoceramic Bars with Sectionalized Electrodes // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 3. – P.360 – 368.
14. *Karlash V.L.* Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electronics and Communication. – 2014. – **19**, N 2 (79). – P.82 – 94.
15. *Karlash V.L.* Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical Modelling and Computing. – 2014. – **1**, N 2). – P.163 – 177.
16. *Liu G. et al.* Losses in ferroelectric materials // Material Science and Engineering .– 2013. – R 89. – P. 1 – 48.
17. *Mezheritsky A.V.* Quality factor of piezoceramics. Ferroelectrics. – 2002. – 266. – P. 277 – 304.
18. *Mezheritsky A.V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans UFFC. – 2004. – **51**, N 6. – P. 695 – 797.
19. *Smits J.G.* Iterative method for accurate determination of real and imaginary parts of materials coefficients of piezoelectric ceramics // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. – 1976. – **SU-23**, N 6. – P. 393 – 402.
20. *Uchino K., Zheng J. H., Chen Y.H. et al* Loss mechanisms and high power piezoelectrics // J. Mat. Sci. – 2006. – **41**. – P. 217 – 228.
21. *Uchino K., Zhuang Yu., Ural S.O.* Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectric. – 2011. – **1**, N 1. – P. 17 – 31.

Поступила 15. 12. 2015

Утверждена в печать 14.03.2017

