

М. Е. Бабешко, В. Г. Савченко

**ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ
СОСТАВНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ
И РАДИАЦИОННОМ ОБЛУЧЕНИИ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: plast@inmech.kiev.ua*

Abstract. A technique of numerical study is proposed as applied to the thermoelastoplastic axisymmetric stress-strain state of thin layered shells made of the isotropic and transversally isotropic materials under thermo-force loading and irradiation. The constitutive equations of the thermoplasticity theory for isotropic materials and the theory of elasticity for transversally isotropic materials are used. Some results of evaluation of the elastoplastic state of two-layered plate are shown with allowance for irradiation that are further analyzed.

Key words: thermoelastoplastic deformation process, constitutive equations, stress-strain state, thermo-force loading, irradiation

Введение.

С развитием техники увеличивается число конструкций, работающих в условиях радиационного воздействия. Известно, что потоки элементарных частиц, в первую очередь нейтронные потоки, действующие на элементы конструкций, способны вызывать объемную деформацию и изменять упругие, а особенно пластические характеристики материалов. Изучению свойств изотропных и анизотропных конструкционных материалов при действии радиационного облучения посвящен ряд исследований [6 и др.], свидетельствующих о том, что происходящие в материалах процессы могут существенно повлиять на работоспособность конструкции, особенно состоящей из различных материалов. При исследовании эксплуатационных и предельных режимов работы такой конструкции, наряду с изменением свойств ее материалов от температуры и истории нагружения, необходимо учитывать влияние радиационного облучения.

В данной статье изложена методика численного исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкостенных оболочек вращения из изотропных и трансверсально-изотропных материалов, работающих в условиях термосилового нагружения и радиационного облучения. В работах [5, 7] предложена методика определения осесимметричного упругопластического НДС тонких слоистых оболочек из изотропных материалов при простом нагружении и радиационном облучении. В отличие от [5, 7], изложенная в данной статье методика разработана применительно к слоистым оболочкам из неупруго деформирующихся изотропных и упруго деформирующихся трансверсально-изотропных материалов. Методика основана на использовании модифицированных уравнений термопластичности для описания процессов деформирования изотропных материалов по траекториям малой кривизны и уравнений теории упругости для трансверсально-изотропных материалов. Модификация физических уравнений основана на использовании подхода, предложенного в [2]. В соответствии с [2] в определяющих уравнениях свойства материалов предполагаются зависящими не только от температуры, но и от радиационного облучения.

§1. Постановка задачи и основные соотношения.

Рассмотрим слоистую оболочку вращения, изготовленную из изотропных и трансверсально-изотропных материалов, первоначально находящуюся в ненапряженном и необлученном состоянии при начальной температуре $T = T_0$, а затем подвергнутую действию осесимметричных силовых нагрузок, неравномерного нагрева и радиационного облучения. Предполагаем, что в процессе нагружения слои оболочки деформируются без проскальзывания и отрыва; трансверсально-изотропные материалы деформируются упруго, а в изотропных материалах наряду с упругими деформациями могут возникать зоны пластических деформаций, в которых может происходить разгрузка; уровни нагрузок и время их действия таковы, что деформации ползучести не возникают. Температурные поля оболочки и дозы действующего на нее радиационного облучения предполагаются известными в процессе нагружения. В частности, температурные поля слоистой оболочки и распределение нейтронного потока в ней могут быть получены путем решения соответствующих краевых задач [6, 8]. Оболочка отнесена к криволинейной ортогональной системе координат s, θ, ζ , где s – меридиональная координата непрерывной координатной поверхности, $s_a \leq s \leq s_b$, s_a, s_b – координаты, соответствующие торцам оболочки; θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) – окружная координата, а ζ – координата, отсчитываемая по нормали к координатной поверхности; $\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_k$, ζ_0 – соответствует внутренней поверхности первого (внутреннего) слоя оболочки, а ζ_k – наружной поверхности последнего (внешнего) слоя; k – количество слоев, толщины которых $h_i = \zeta_i - \zeta_{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots, k$). Задачу решаем в геометрически линейной квазистатической постановке в пределах малых деформаций с использованием гипотез Кирхгофа – Лява для пакета слоев [1].

При исследовании упругопластического НДС оболочек в условиях силового нагружения и радиационного облучения процесс нагружения разбиваем на ряд малых этапов таким образом, чтобы моменты времени, разграничивающие этапы, хорошо согласовались с моментами изменения направления процесса, т.е. перехода от активного нагружения к разгрузке и наоборот, в элементах оболочки, работающих за пределами упругости материала. На каждом этапе нагружения используется система уравнений равновесия, геометрических и физических (определяющих) соотношений. Уравнения равновесия и геометрические соотношения используем в форме [1]. Физические соотношения для изотропных материалов используем в виде уравнений широко используемой при решении краевых задач теории процессов деформирования по траекториям малой кривизны [3, 4, 9 – 14 и др.], линейризованных методом дополнительных напряжений, а для трансверсально-изотропных – в виде закона Гука [8]. Для удобства построения алгоритма решения задачи связь между компонентами тензоров напряжений $\sigma_{ss}, \sigma_{\theta\theta}$ и деформаций $\varepsilon_{ss}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{\zeta\zeta}$ записываем в единой форме для изотропных и трансверсально-изотропных материалов, т.е. в виде закона Гука с дополнительными напряжениями

$$\sigma_{ss} = A_{11}\varepsilon_{ss} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} - A_1; \quad \sigma_{\theta\theta} = A_{12}\varepsilon_{ss} + A_{22}\varepsilon_{\theta\theta} - A_2, \quad (1.1)$$

где коэффициенты A_{11}, A_{12}, A_{22} и дополнительные напряжения A_1, A_2 имеют разный вид для изотропных и трансверсально-изотропных материалов.

Для изотропных материалов имеем формулы

$$A_{11} = A_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}; \quad A_{12} = A_{11}\nu; \quad A_1 = A_{11}\varepsilon_{NT}(1+\nu) + \sigma_{ss}^D; \quad A_2 = A_{11}\varepsilon_{NT}(1+\nu) + \sigma_{\theta\theta}^D, \quad (1.2)$$

где

$$\varepsilon_{NT} = \alpha_T(T - T_0) + \alpha_N N; \quad (1.3)$$

$$\sigma_{ss}^D = A_{11}(e_{ss}^{(p)} + \nu e_{\theta\theta}^{(p)}); \quad \sigma_{\theta\theta}^D = A_{11}(e_{\theta\theta}^{(p)} + \nu e_{ss}^{(p)}). \quad (1.4)$$

В выражениях (1.2) – (1.4) обозначено: $E = 2G(1 + \nu)$ – модуль упругости; G – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона; α_T – коэффициент линейного теплового расширения материала; α_N – коэффициент линейного расширения материала в результате его облучения. Предполагаем, что, в общем случае, эти характеристики материала зависят от температуры T и дозы радиационного облучения N . Входящие в (1.4) величины пластических составляющих компонент деформации $e_{ss}^{(p)} = \varepsilon_{ss}^{(p)}(s, \theta)$ на произвольном M -м этапе нагружения определяются как суммы их приращений

$$e_{ss}^{(p)} = \sum_{k=1}^M \Delta_k e_{ss}^{(p)}(s, \theta), \quad (1.5)$$

где

$$\Delta_k e_{ss}^{(p)} = \left\langle \frac{\sigma_{ss} - \sigma_0}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma_p^*(s, \theta); \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_{ss} + \sigma_{\theta\theta}}{3}; \quad (1.6)$$

$$S = \sqrt{(\sigma_{ss}^2 - \sigma_{ss}\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta\theta}^2)/3} \quad (1.7)$$

– интенсивность касательных напряжений;

$$\Gamma_p^* = \sum_{k=1}^M \Delta_k \Gamma_p^* \quad (1.8)$$

– интенсивность накопленных пластических деформаций сдвига. В (1.6) угловыми скобками обозначено среднее за этап значение находящейся в них величины. Входящие в (1.5) приращения пластических составляющих деформаций $\Delta_k e_{ss}^{(p)}(s, \theta)$ (1.6) необходимо уточнять в процессе последовательных приближений. При вычислении $\Delta_k e_{ss}^{(p)}(s, \theta)$ используем предположение о существовании зависимости

$$S = F(\Gamma, T, N) \quad (1.9)$$

между интенсивностью касательных напряжений S (1.7), интенсивностью деформаций сдвига

$$\Gamma = \sqrt{[(\varepsilon_{ss} - \varepsilon_{\theta\theta})^2 + (\varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{\varphi\varphi})^2 + (\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{ss})^2]/6}, \quad (1.10)$$

температурой T и дозой радиационного облучения N . Для конкретизации зависимости (1.9) используем диаграммы $\sigma \sim \varepsilon$ (σ – напряжение; ε – продольная деформация образца), полученные в экспериментах на растяжение цилиндрических образцов при различных фиксированных значениях температуры и дозы радиационного облучения, выполненных со скоростями нагружения, не влияющими на форму диаграмм $\sigma \sim \varepsilon$. Переход от σ и ε к S и Γ осуществляется по формулам [9]

$$S = \sigma / \sqrt{3}; \quad \Gamma = S / (2G) + \sqrt{3}\varepsilon^{(p)} / 2; \quad \varepsilon^{(p)} = \varepsilon - \sigma / E. \quad (1.11)$$

Для промежуточных значений T и N зависимости $S \sim \Gamma$ получим путем линейной интерполяции по T и N .

Для трансверсально-изотропных материалов коэффициенты уравнений (1.1) имеют вид

$$A_{11} = \frac{E_s}{1 - \nu_{\theta s}\nu_{s\theta}}; \quad A_{22} = \frac{E_\theta}{1 - \nu_{\theta s}\nu_{s\theta}}; \quad A_{12} = A_{11}\nu_{s\theta} = A_{22}\nu_{\theta s};$$

$$A_1 = A_{11}(\varepsilon_{NTs} + \nu_{s\theta}\varepsilon_{NT\theta}); \quad A_2 = A_{22}(\varepsilon_{NT\theta} + \nu_{\theta s}\varepsilon_{NTs}), \quad (1.12)$$

где

$$\varepsilon_{NTs} = \alpha_{Ts}(T - T_0) + \alpha_{Ns}N; \quad \varepsilon_{NT\theta} = \alpha_{T\theta}(T - T_0) + \alpha_{N\theta}N. \quad (1.13)$$

В формулах (1.12), (1.13) обозначено: E_i – модули упругости материала в соответствующем направлении ($i = s, \theta$); ν_{ij} – коэффициенты Пуассона, характеризующие поперечное сжатие материала в направлении, указанном первым индексом, при действии растягивающей силы в направлении, указанном вторым индексом; α_{Ti} и α_{Ni} , соответственно, коэффициенты теплового и радиационного удлинения материала в соответствующих направлениях.

Используя связь между напряжениями и деформациями в виде (1.1), соотношения между усилиями, моментами и деформациями координатной поверхности оболочки представим в виде

$$\begin{aligned} N_s &= C_{11}^{(0)}\varepsilon_s + C_{12}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(1)}\kappa_s + C_{12}^{(1)}\kappa_\theta - N_1^{(0)}; \\ N_\theta &= C_{12}^{(0)}\varepsilon_s + C_{11}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(1)}\kappa_s + C_{11}^{(1)}\kappa_\theta - N_2^{(0)}; \\ M_s &= C_{11}^{(1)}\varepsilon_s + C_{12}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(2)}\kappa_s + C_{12}^{(2)}\kappa_\theta - N_1^{(1)}; \\ M_\theta &= C_{12}^{(1)}\varepsilon_s + C_{11}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(2)}\kappa_s + C_{11}^{(2)}\kappa_\theta - N_2^{(1)}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

где N_s, M_s – нормальное усилие и момент, действующие в сечении оболочки $s = \text{const}$; N_θ, M_θ – аналогичные усилие и момент, действующие в сечении оболочки $\theta = \text{const}$; $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta$ и κ_s, κ_θ – деформации и изменения кривизны координатной поверхности оболочки в меридиональном и окружном направлениях. В (1.14) обозначено:

$$C_{mn}^{(j)} = \sum_{i=1}^k \int_{\zeta_{i-1}}^{\zeta_i} A_{mn} \zeta^j d\zeta; \quad N_m^{(j)} = \sum_{i=1}^k \int_{\zeta_{i-1}}^{\zeta_i} A_m \zeta^j d\zeta \quad (m, n = 1, 2; j = 0, 1, 2). \quad (1.15)$$

Соотношения (1.14) вместе с тремя статическими и пятью геометрическими соотношениями [1] образуют систему 12 уравнений, которая приводится к системе 6 обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $N_s, M_s, Q_s, u, w, \vartheta_s$, где Q_s – перерезывающее усилие в сечении оболочки $s = \text{const}$; u, w – перемещения точек координатной поверхности в направлениях s и ζ , соответственно; ϑ_s – угол поворота нормали к координатной поверхности в меридиональной плоскости. Эта система в векторной форме имеет вид

$$\frac{d\bar{Y}}{ds} = P(s)\bar{Y} + \bar{f}(s) \quad (1.16)$$

при заданных граничных условиях

$$B_1\bar{Y}(s_a) = \bar{b}_1; \quad B_2\bar{Y}(s_b) = \bar{b}_2. \quad (1.17)$$

В (1.16), (1.17) \bar{Y} – вектор разрешающих функций, $\bar{Y} = \{N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s\}$; $P(s)$ – матрица системы; $\bar{f}(s)$ – вектор дополнительных слагаемых; B_1, B_2 – заданные матрицы; \bar{b}_1, \bar{b}_2 – заданные векторы граничных условий. Элементы матрицы $P(s)$ и вектора $\bar{f}(s)$ вычисляем по формулам, представленным в [9]. При этом элементы матрицы зависят от геометрических параметров оболочки, упругих характеристик ее материалов, зависящих от температуры и радиации, а компоненты вектора \bar{f} зависят

еще и от ε_{NT} (1.3), ε_{NTs} , $\varepsilon_{NT\theta}$ (1.13), а также (для изотропных слоев) от величин пластических составляющих деформаций (1.5), которые определяются в процессе последовательных приближений.

§2. Алгоритм решения задачи.

Для проведения расчетов НДС исследуемой оболочки необходимо задать параметры ее геометрии, характеристики материалов слоев в зависимости от температуры и радиации, силовые нагрузки и условия закрепления, распределения температуры и дозы радиационного облучения по меридиональному сечению оболочки на каждом этапе нагружения. При построении процесса последовательных приближений на произвольном M -м этапе принимаем, что известны компоненты НДС на предыдущем $(M-1)$ -м этапе и величины $(e_{ss}^{(p)})_{M-1}$, $(e_{\theta\theta}^{(p)})_{M-1}$, $(\Gamma_p^*)_{M-1}$. Для вычисления элементов матрицы $P(s)$ разрешающей системы (1.16) определим значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона материалов для температуры и дозы радиации, соответствующих рассматриваемому этапу нагружения, и вычислим величины $C_{mn}^{(j)}$ (1.15). Для вычисления компонент вектора \vec{f} определим значения коэффициентов теплового и радиационного расширения материалов, вычислим величины ε_{NT} (1.3), ε_{NTs} , $\varepsilon_{NT\theta}$ (1.12) и определим $N_m^{(j)}$ (1.15), используя в первом приближении значения пластических составляющих деформаций изотропных элементов, известных из предыдущего этапа.

Затем решаем краевую задачу (1.16), (1.17) путем сведения ее к задачам Коши, для решения которых используем метод Рунге – Кутты с дискретной ортогонализацией. Точность решения краевой задачи оцениваем путем сгущения вдвое сетки принятого разбиения оболочки. Получив в результате разрешающие функции, определяем компоненты деформаций, а по ним – компоненты напряжений (1.1). Тем самым получим НДС оболочки в первом приближении текущего этапа. По заданным зависимостям $\sigma \sim \varepsilon$, преобразованным по формулам (1.11) к виду $S \sim \Gamma$, путем линейной интерполяции по температуре и дозе облучения определим соответствующую кривую, на которой определим значение $S^{(d)}$, соответствующее значению интенсивности деформаций сдвига $\Gamma = (\Gamma_p^*)_{M-1} + S/2G$, где S вычислено по формуле (1.7). Тогда

$\Delta_M \Gamma_p^* = (S - S^{(d)})/2G$. Это значение используем для получения приращений пластических составляющих деформаций (1.6) и компонент (1.5), после чего уточняем значения величин A_1 , A_2 (1.2) и можем решать краевую задачу (1.16), (1.17) в следующем приближении. В общем случае в L -м приближении на M -м этапе приращение интенсивности пластической деформации сдвига вычисляем по формулам

$$\Delta_M \Gamma_p^* = \sum_{i=1}^{L-1} \Delta_{Mi} \Gamma_p^* + \Delta_{ML} \Gamma_p^*; \quad \Delta_{ML} \Gamma_p^* = \frac{S - S^{(d)}}{2G}; \quad |\Delta_{ML} \Gamma_p^*| \leq \delta,$$

где δ – наперед заданное число, определяющее точность решения задачи пластичности.

Описанный алгоритм реализован при активном процессе нагружения в изотропных элементах оболочки. Для определения направленности процесса необходимо в каждом элементе оболочки, в котором имеют место пластические деформации ($\Gamma_p^* > 0$), после решения задачи в первом приближении текущего этапа проверить выполнение условия $\Delta \Gamma_p^* > 0$. При выполнении этого условия вычисления проводим по описанному выше алгоритму. В противном случае в данном элементе происходит разгрузка и для ее учета в данном элементе оболочки необходимо принять $\Delta \Gamma_p^* = 0$ и продолжить расчет с использованием значений пластических деформаций, соответствующих концу предыдущего этапа.

Правильность разбиения на этапы проверяем путем повторного расчета при уменьшении величины этапов в два раза.

§3. Числовые результаты.

В качестве примера исследуем упругопластическое НДС круглой двухслойной пластины с отверстием, радиус которого $R_a = 0,05$ м; внешний радиус $R_b = 0,5$ м; за координатную выбрана срединная поверхность; толщина слоев постоянна, $h/2 = 0,0125$ м. Внутренний контур пластины – свободен, а внешний – зашпелен. Пластина, первоначально находившаяся в ненапряженном и необлученном состоянии при температуре $T = T_0 = 0^\circ\text{C}$, подвергается действию нормальной к срединной поверхности распределенной нагрузки q_ζ и радиационного облучения в результате падающего на поверхность $\zeta = -h/2$ потока нейтронов. Первый слой пластины ($-h/2 \leq \zeta \leq 0$) изготовлен из стали 347, а второй ($0 \leq \zeta \leq h/2$) – из графита. Известно [6], что затухание интенсивности падающего на плоскую поверхность тела потока с удалением от этой поверхности приближенно описывается экспоненциальным законом. В соответствии с этим распределение дозы радиации N по толщине пластины принято в виде

$$N = Ate^{-\mu(\zeta+h/2)}, \quad (3.1)$$

где $A = 15 \cdot 10^{18}$ нейтрон/см² · с (нтр/см² с), $0 \leq t \leq 1$ с, $-h/2 \leq \zeta \leq h/2$, а коэффициент μ определяется интенсивностью поглощения нейтронов данным материалом. В данной задаче принято $\mu = 0,9$ см⁻¹ в обоих слоях. Для проведения расчетов были заданы диаграммы растяжения материала первого слоя в виде таблицы [7] при $T = 0^\circ\text{C}$ и различных значениях доз радиационного облучения N . Коэффициенты Пуассона и радиационного расширения материала первого слоя приняты независимыми от дозы радиационного облучения $\nu = 0,3$, $\alpha_N = 0,3 \cdot 10^{-21}$ (нтр/см²)⁻¹. Характеристики материала второго слоя приняты независимыми от дозы радиационного облучения и равными [8] $E_s = 25000$ МПа, $E_\theta = 4600$ МПа, $\nu_{\theta s} = 0,11$, $\alpha_{N_s} = \alpha_{N_\theta} = 0,12 \cdot 10^{-21}$ (нтр/см²)⁻¹. При решении задачи граничные условия приняты в таком виде: при $s = s_a = R_a$, $N_s = Q_s = M_s = 0$, при $s = s_b = R_b$, $u = w = \mathcal{Q}_s = 0$.

Для исследования упругопластического НДС пластины при заданном процессе нагружения этот процесс был разбит на 21 этап, на которых величина распределенной нагрузки была равной $q_\zeta = 0,10; 0,11; 0,12; \dots; 0,29; 0,3$ МПа, а распределение дозы радиационного облучения по толщине пластины определено формулой (3.1) при $t = 0; 0,05; 0,1; \dots; 0,95; 1,0$ с. Некоторые результаты расчета представлено на рис. 1, 2.

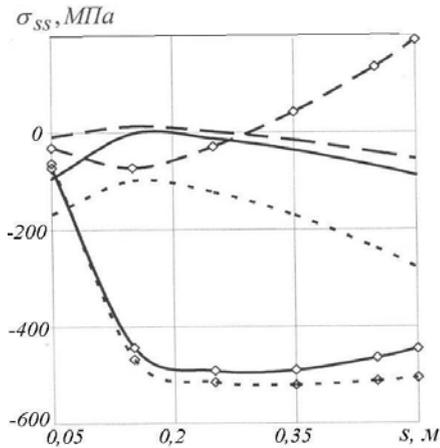


Рис. 1

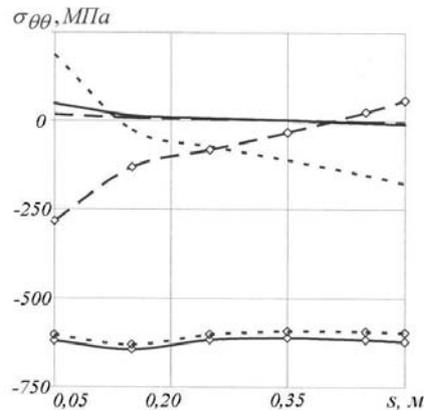


Рис. 2

На рис. 1 представлено распределение вдоль меридиональной координаты меридиональных σ_{ss} , а на рис. 2 – окружных $\sigma_{\theta\theta}$ напряжений, полученных на последнем этапе нагружения.

На рис.1, 2 сплошные линии соответствуют расчету слоистой пластины при действии нагрузки и радиации; штриховые линии – расчету без учета радиации, пунктирные линии – расчету, в котором эта пластина изготовлена из стали 347 при действии нагрузки и радиации; кривые с маркерами – значениям напряжений при $\zeta = -h/2$. Из результатов расчета следует, что при отсутствии радиации пластина пребывает в упругом состоянии, а при действии радиации весь металлический слой находится за пределом упругости. Вблизи поверхности $\zeta = -h/2$ максимальные по абсолютной величине значения компонент напряжений в результате действия радиации увеличились более, чем в два раза; в окрестности контура $s = s_b = R_b$ напряжения меняют знак. Таким образом, из результатов расчетов следует, что влияние радиации может и количественно и качественно изменить распределение напряжений в пластине.

Заключение.

Предложена методика численного исследования упругопластического НДС слоистых оболочек вращения из изотропных и трансверсально-изотропных материалов. Методика основана на использовании модифицированных уравнений термопластичности для описания деформирования изотропных материалов по линиям малой кривизны и уравнений теории упругости для трансверсально-изотропного материала. Учтена также зависимость свойств материалов от радиационного облучения.

На конкретном примере двухслойной пластины показано, что под действием радиационного облучения может произойти качественное изменение состояния пластины: металлический слой переходит из упругого в пластическое состояние; максимальные значения компонент напряженного состояния существенно увеличиваются. Это свидетельствует о необходимости разработки методик численного исследования напряженного состояния элементов конструкций в виде слоистых оболочек (пластин) с учетом действия радиационного облучения.

РЕЗЮМЕ. Запропоновано методику чисельного дослідження термомпружнопластичного осесиметричного напружено-деформованого стану тонких шаруватих оболонок з ізотропних і трансверсально-ізотропних матеріалів при термосиловому навантаженні. Використано визначальні рівняння теорії термопластичності для ізотропних матеріалів і теорії пружності для трансверсально-ізотропних матеріалів. Наведено результати розрахунку пружнопластичного стану двошарової пластини з урахуванням впливу радіації та дано їх аналіз.

1. Новожиллов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
2. Шевченко Ю.Н. Уравнения терморadiационной пластичности // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1972. – Вып. 12. – С. 39 – 52.
3. Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N. Studying the Axisymmetric Thermoviscoelastoplastic Deformation of Layered Shells Taking into Account the Third Deviatoric Stress Invariant // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N 6. – P. 615 – 626.
4. Babeshko M.E., Galishin A.Z., Semenets A.I., Shevchenko Yu.N. On Effect of a Kind of Stress State on Strength of High Pressure Vessels // Int. Appl. Mech. – 2015. – 51, N3. – P. 319 – 325.
5. Babeshko M.E., Savchenko V.G. Study of the Elastoplastic Axisymmetric Stress-Strain State of Irradiated Laminated Shells with a Loading History // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, N 11. – P. 1441 – 1446.
6. Olszak W., Rychlewski J., Urbanowski W. Plasticity under non-homogeneous conditions. – New York and London: Academic Press, 1962. – 152 p.
7. Savchenko V.G., Babeshko M.E. The Elastoplastic Axisymmetric Stress-Strain State of Flexible Layered Shells Exposed to Radiation // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, N 9. – P. 1218 – 1224.

8. *Savchenko V.G., Shevchenko Yu.N.* Nonaxisymmetric thermal stress state of laminated rotational bodies of orthotropic materials under nonisothermic loading // *Mechanics of Composite Materials*. – 2004. – **40**, N 6. – P. 731 – 752.
9. *Shevchenko Yu.N., Babeshko M.E.* Numerical Analysis of the Thermoelastoplastic Stress-Strain State of Laminated Orthotropic Shells Under Axisymmetric Loading // *J. of Thermal Stresses*. – 2006. – **29**, N 12. – P. 1143 – 1162.
10. *Shevchenko Yu.N., Babeshko M.E.* The thermoviscoelastoplastic state of laminated shells of revolution under axisymmetric complex loading . – Proc. of the 6th Int. Congress on Thermal Stress and Related Topics, TS2005, 26 – 29 May 2005, Vienna. – P. 227 – 230.
11. *Shevchenko Yu.N., Galishin A.Z., Babeshko M.E.* Thermoviscoelastoplastic Deformation of Composed Shells of Revolution under Damageability of Material // *Int. Appl. Mech.* – 2015. – **51**, N6. – P. 607 – 613.
12. *Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N.* Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal – Plasticity Problems. In.: «Encyclopedia of Thermal Stresses. In. 11 volumes (Ed. R.B.Hetnarski). – New York, Dordrecht: Springer, 2014. – **2**, C-D. – P. 507 – 1084». – P. 623 – 630.
13. *Zolochovsky A., Galishin A., Sklepus S., Voyiadjis G.Z.* Analysis of creep deformation and creep damage in thin-walled branches shells from materials with different behavior in tension and compression // *Int. J. of Solids and Struct.* – 2007. – **44**, N 16. – P. 5075 – 5100.
14. *Zyczkowski M.* Combined Loadings in the Theory of Plasticity. – PWN – Polish Scientific Publishers , 1981. – 714 p.

Поступила 20.04.2016

Утверждена в печать 14.03.2017
