$/\psi(l)(1-\lambda_r(l))$. В силу условия (4) заключаем, что

$$\|(f_r(t))_{\bar\beta}^{\psi}\|_p = |\bar\nu(r)/\psi(l)(1-\lambda_r(l))|\,\|\sin lt\|_p \leqslant K\|\sin lt\|_p.$$

Отсюда следует, что функция $f_r^*(t) = (Ka(1-\lambda_r(l)))^{-1}\bar\nu(r)\sin(lt-\bar\beta(l)\times\times\pi/2)$, где $a=\|\sin t\|_p$, а K — то же, что и в (4), принадлежит классу $L_{\rho,p}^{\psi}$. Тогда $(f_r^*(t))_{\bar\beta}^{\psi}\in S_p$ и вследствие неравенства Гельдера

$$\|f_{r\bar\beta}^{*\psi}\|_s = \Big(\int_{-\pi}^{\pi}|(f_r^*(t))_{\bar\beta}^{\psi}|^s dt\Big)^{1/s} \leqslant (2\pi)^{(p-s)/ps}\Big(\int_{-\pi}^{\pi}|(f_r^*(t))_{\bar\beta}^{\psi}|^p dt\Big)^{1/p} \leqslant$$

$$\leqslant (2\pi)^{(p-s)/ps}\|f_{r\bar\beta}^{*\psi}\|_p \leqslant (2\pi)^{(p-s)/ps}.$$

Поэтому

$$\mathscr{E}_r(L_{\bar\beta,p}^{\psi})_s \geqslant \|\delta_r(f_r^*;x)\|_s = \|(1-\lambda_r(k))f_r^*(x)\|_s = (1-\lambda_r(l))(Ka(1-$$

$$-\lambda_r(l)))^{-1}\bar\nu(r)\|\sin(lt-\bar\beta(l)\pi/2)\|_s = C_{p,s}\bar\nu(r).$$

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 5. *Пусть* $1<p<s<\infty$, $\alpha = 1/p - 1/s$ *и* $(\psi;\bar\beta)\in P_\alpha^{(r)}\cap P_k$. *Тогда* $\forall r\in E_\Lambda$ $C_{p,s}^{(2)}\bar\nu(r)\leqslant\mathscr{E}_r(L_{\bar\beta,p}^{\psi})_s\leqslant C_{p,s}^{(1)}\bar\nu(r)$, *где* $C_{p,s}^{(1)}$ и $C_{p,s}^{(2)}$ — *положительные постоянные, зависящие лишь от* p *и* s.

1. *Степанец А. И.* Классификация периодических функций и приближение их суммами Фурье.— Киев, 1983.— 57 с.— (Препринт / АН УССР, Ин-т математики; 83.69).
2. *Степанец А. И., Кушпель А. К.* Наилучшие приближения и поперечники классов периодических функций.— Киев, 1984.— 44 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 84.15).
3. *Marcinkievicz J.* Sur les multiplicateurs des series de Fourier // Studia Math.— 1939.— N 8.— P. 78—91.
4. *Бари Н. К.* Тригонометрические ряды.— М. : Физматгиз, 1961.— 936 с.

Ин-т математики АН УССР, Киев

Получено 15.09.86

УДК 519.41/47

Н. С. Черников

Факторизации групп автоморфизмов конечнопорожденного модуля над коммутативным кольцом

Пусть $\mathfrak{X}$ — класс всех групп, изоморфно представимых автоморфизмами тех или иных конечнопорожденных унитальных модулей над коммутативно-ассоциативными кольцами с единицей. Этот класс достаточно широк. Очевидно, произвольная группа матриц над любым коммутативно-ассоциативным кольцом с единицей принадлежит $\mathfrak{X}$. В частности, $\mathfrak{X}$ включает в себя все линейные группы. В настоящей статье приведены три теоремы, связанные с факторизациями группы $G\in\mathfrak{X}$ попарно перестановочными подгруппами с теми или иными свойствами.

Теорема 1. *Группа* $G\in\mathfrak{X}$ *гиперабелева и локально конечна, если выполняется хотя бы одно из следующих условий*: 1) G *разложима в произведение некоторых попарно перестановочных периодических локально нильпотентных подгрупп* A_ι, $\iota\in I$; 2) G *разложима в произведение некоторых попарно перестановочных примарных подгрупп* A_ι, $\iota\in I$; 3) *для каждого простого* p *найдется* p*-подгруппа группы* G, *обладающая* p'*-дополнением в ней. Если группа* G *локально конечна и гиперабелева (или даже локально конечна и двуступенно разрешима), то для нее может не выполняться ни одно из условий* 1—3.

Теорема 2. *Если группа $G \in \mathfrak{X}$ разложима в произведение конечного числа попарно перестановочных периодических подгрупп, которые одновременно либо* а) *удовлетворяют условию минимальности, либо* б) *имеют конечные специальные ранги, либо* в) *удовлетворяют условию минимальности для примарных подгрупп, то она локально конечна и для нее выполняется соответствующее из условий* а)—в).

Теорема 3. *Если группа $G \in \mathfrak{X}$ разложима в произведение двух подгрупп A и B, которые одновременно либо* а) *локально нильпотентны, либо* б) *почти локально нильпотентны, либо* в) *периодичны и почти локально нильпотентны, то она соответственно* а*) *гиперабелева,* б*) *почти гиперабелева,* в*) *почти гиперабелева, локально конечна и является π-группой с $\pi = \pi(A) \cup \pi(B)$.*

(Через $\pi(X)$, как обычно, обозначается множество всех простых делителей порядков элементов группы X.)

Хорошо известно, что примарная локально нильпотентная группа матриц над коммутативно-ассоциативным кольцом с единицей может не быть разрешимой. Поэтому в теоремах 1 и 3 условие гиперабелевости нельзя заменить условием разрешимости.

Теорема 1 доказывается с использованием теорем 2.14, 2.9 из [1] и теорем 3.7, 13.5 из [2], теорема 2 — с помощью теорем 1.1, 1.5, 1.8 из [1] и теорем 3.7, 13.5 из [2], теорема 3 — с помощью теоремы 2.8 из [3] и теорем 3.7, 13.5 из [2].

1. *Черников Н. С.* Группы, разложимые в произведение перестановочных подгрупп.— Киев : Наук. думка, 1987.— 206 с.
2. *Wehrfritz B. A. F.* Infinite linear groups.— Berlin etc. : Springer, 1973.— 229 p.
3. *Kegel O. H.* On the solvability of some factorized linear groups // Ill. J. Math.— 1965. — **9**, N 3.— P. 535—547.

Ин-т математики АН УССР, Киев

Получено 29.04.87