УДК 519.44

П. Г. Гресь

О соответствии характеров в p-разрешимых группах

Введение. Везде в этой работе «группа» — это «конечная группа».

В теории характеров конечных групп хорошо известно соответствие, построенное Глауберманом [1]: пусть H— конечная группа, на которой действует разрешимая группа A, причем $(|A|, |H|) = 1$; тогда существует биекция между множеством A-инвариантных неприводимых комплексных характеров группы H и множеством всех неприводимых комплексных характеров группы $C_H(A)$.

Соответствие Глаубермана довольно часто используется в различных рассуждениях о характерах конечных групп, особенно при проведении индуктивных доказательств. Результат Глаубермана обобщался различными авторами. Так, Дейд и Айзекс (см. [2]) построили соответствие, подобное соответствию Глаубермана, в случае, когда A неразрешима. Если A разрешима и $|H|$ нечетен, то Вольф [3] доказал совпадение соответствия Глаубермана и соответствия, построенного Айзексом. Далее, Алперин [4] показал, что соответствие Глаубермана может быть получено с использованием теории p-блоков в случае, когда A является p-группой. Опираясь на подход Алперина, Нагао [5] доказал существование биекции множества всех A-инвариантных неприводимых комплексных характеров, лежащих в p-блоках дефекта 0 группы H во множество неприводимых комплексных характеров, лежащих во всех p-блоках дефекта 0 групп $C_G(A_i)$, где A — p-группа, $|A|$ и $|H|$ не обязательно взаимно просты, а A_i пробегает полную систему представителей сопряженных классов дополнений H в AH.

В настоящей работе мы рассматриваем ситуацию, в которой p-группа A действует на p-разрешимой группе H. Если B — p-блок максимального дефекта группы H, обозначим через $X_0(A, B)$ множество A-инвариантных неприводимых комплексных характеров высоты 0, принадлежащих B. Мы покажем существование такой группы K и такого ее p-блока b, что силовская p-подгруппа группы K абелева и нормальна в K, а $|X_0(A, B)|$ совпадает с числом $k(b)$ всех неприводимых комплексных характеров, лежащих в b. Тем самым будет доказано существование биекции между множеством всех неприводимых комплексных характеров, лежащих в b и множеством $X_0(A, B)$. При этом $|K| \leqslant |H|$ и силовская p-подгруппа группы K изоморфна гомоморфному образу силовской p-подгруппы группы H. Это создает предпосылки для индуктивных рассуждений о характерах множества $X_0(A, B)$.

Доказательство этого результата основано на серии редуктивных шагов, представляющих независимый интерес. p-разрешимость H нужна лишь в одном месте доказательства, где требуется выполнимость гипотезы Алперина (по поводу гипотезы Алперина см. [6]). Поэтому условие p-разрешимости H можно заменить на выполнимость для p-блока B гипотезы Алперина.

1 Обозначения и предварительные результаты. Основные понятия и обозначения теории p-блоков конечных групп можно найти в [7], гл III—V Их мы будем использовать без пояснений. Если H — конечная группа, то термин «неприводимый характер» будем употреблять вместо термина «неприводимый комплексный характер». Символ $\mathrm{Irr}(H)$ будет обозначать множество всех неприводимых характеров группы H Пусть $\chi \in \mathrm{Irr}(H)$, T — подгруппа группы H. Тогда χ_T — ограничение χ на T Если $T \lhd H$ и $\theta \in \mathrm{Irr}(H)$, то $I_H(\theta) = \{h \in H \mid \chi(hgh^{-1}) = \chi(g)$ для всех $g \in T\}$ — группа инерции θ в H. Если $\chi_1, \chi_2 \in \mathrm{Irr}(H)$, то $\langle \chi_1, \chi_2 \rangle_H$ — стандартное скалярное произведение χ_1 и χ_2 в H. Пусть $A \leqslant \mathrm{Aut}(H)$. Тогда A действует на $\mathrm{Irr}(H)$ следующим образом: $\chi^a(g) = \chi(g^a)$, $a \in A$, $g \in H$. Характер $\chi \in \mathrm{Irr}(H)$ A-инвариантен, если $\chi^a = \chi$ для всех $a \in A$. Везде в дальнейшем p — простое число, «блок» — «p-блок» относительно этого простого числа. Пусть $\mathrm{Bl}(H)$ — множество всех блоков группы H, $B \in \mathrm{Bl}(H)$. Тогда $X_0(B)$ — множество всех неприводимых характеров высоты 0 в B,

$k_0(B) = |X_0(B)|$, $k(B)$ — число всех неприводимых характеров в B. Блок B будем называть максимальным, если его дефектной группой является силовская p-подгруппа группы H. Заметим, что в случае максимального блока B, $X_0(B)$ состоит из неприводимых характеров, степень которых не делится на p. Пусть $T \lhd H$, $B \in \mathrm{Bl}(H)$, $b \in \mathrm{Bl}(T)$. Говорят, что B накрывает b, если существует неприводимый характер χ группы H, лежащий в B и неприводимый характер θ группы T, лежащий в b, такие, что θ является конституэнтой χ_T.

Если A — группа, действующая на группе H, а φ — линейный характер группы A, то φ можно рассматривать как линейный характер $\tilde{\varphi}$ группы AH, считая $\tilde{\varphi}(ah) = \varphi(a)$ для всех $a \in A$, $h \in H$. Для упрощения обозначений характер $\tilde{\varphi}$ будем обозначать снова через φ. Тем самым имеет смысл произведение $\chi\varphi$, где χ — характер группы AH. Если χ — неприводимый характер группы AH, то $\chi\varphi$ — неприводимый характер. Действительно, $\chi\varphi$, будучи произведением характеров группы AH, является характером группы AH. Далее, поскольку $|\varphi(g)| = 1$ для всех $g \in AH$, то

$$\langle \chi\varphi, \chi\varphi \rangle_{AH} = \frac{1}{|AH|} \sum_{g \in AH} \chi(g)\varphi(g)\chi(g^{-1})\varphi(g^{-1}) =$$

$$= \frac{1}{|AH|} \sum_{g \in AH} \chi(g)\chi(g^{-1}) = \langle \chi, \chi \rangle_{AH} = 1.$$

Поэтому $\chi\varphi$ — неприводимый характер группы AH.

Мы будем применять следующие результаты, которые являются следствиями теоремы 2 из [8].

Теорема 1. *Пусть G — группа, $H \lhd G$, χ — продолжение неприводимого комплексного характера θ группы H на G. Тогда любое продолжение θ на G имеет вид $\chi\varphi$ для подходящего линейного характера φ группу G, причем $\chi\varphi_1 = \chi\varphi_2$ тогда и только тогда, когда $\varphi_1 = \varphi_2$, где φ_1, φ_2 — линейные характеры группы G.*

Теорема 2. *Пусть G — группа, $H \lhd G$, θ — неприводимый комплексный характер группы H, обладающий продолжением θ' на группу G. Если G/H — p-группа, $\chi \in \mathrm{Irr}(G)$, $\chi(1) \not\equiv 0 \pmod p$ и θ является конституэнтой χ_H, то χ — продолжение θ.*

2. Соответствие характеров. Пусть H — группа, A — *p-группа, действующая на H*, $G = AH$, $B \in \mathrm{Bl}(H)$. Обозначим через $X_0(A, B)$ множество всех A-инвариантных неприводимых характеров высоты 0 в B.

Нашей целью будет последовательное «упрощение» групп H и A, которые не изменяют числа $|X_0(A, B)|$.

Теорема 3. *Пусть $B \in \mathrm{Bl}(H)$, B — максимальный блок, причем $X_0(A, B) \neq \varnothing$. Тогда существует единственный блок B' группы G, накрывающий B, причем*

(1) *B' максимален;*

(2) $X_0(B') = \{\chi^*\varphi \mid \chi \in X_0(A, B),\ \varphi \in \mathrm{Irr}(A/A')\}$, *где χ^* — каноническое продолжение χ* (см. [1]), *A' — коммутант A. Кроме того, $\chi_1^*\varphi_1 = \chi_2^*\varphi_2$ тогда и только тогда, когда $\chi_1 = \chi_2$ и $\varphi_1 = \varphi_2$. В частности, $|X_0(B')| = |A/A'|\,|X_0(A, B)|$.*

Доказательство. По условию, $X_0(A, B) \neq \varnothing$. Поэтому B содержит неприводимый характер χ высоты 0, инвариантный относительно группы A. Так как B — максимальный блок, то $\chi(1) \not\equiv 0 \pmod p$. Пусть B' — блок группы G, содержащий χ^*. Тогда B' накрывает B, поскольку χ является конституэнтой χ^*_H. В силу леммы 3.5 гл. V из [7], B' — единственный блок G, накрывающий B. Так как $\chi^*(1) \not\equiv 0 \pmod p$, то B' — максимальный блок. Тем самым (1) доказано.

Докажем (2). Пусть $Y = \{\chi^*\varphi \mid x \in X_0(A, B),\ \varphi \in \mathrm{Irr}(A/A')\}$, $\theta \in Y$. Так как $\theta(1) \not\equiv 0 \pmod p$, то θ лежит в максимальном блоке группы G. Поскольку $\theta_H \in B$, то θ принадлежит блоку G, накрывающему B. Поэтому $\theta \in B'$. Значит, $Y \subseteq X_0(B')$.

Пусть $\tau \in X_0(B')$. По теореме Клиффорда, $\tau_H = r_\tau(\gamma_1 + \ldots + \gamma_k)$, где $r_\tau \in \mathbb{N}$, $\gamma_i \in \mathrm{Irr}(H)$ и все γ_i сопряжены относительно действия группы G, $i = 1, \ldots, k$. Так как B' — максимальный блок, то $\tau(1) \not\equiv 0 \pmod p$. Поэтому $\gamma_1(1) \not\equiv 0 \pmod p$, $k \not\equiv 0 \pmod p$, поскольку $\tau(1) = r_\tau \gamma_1(1) k$. Так как $k = | G_G : I_G(\gamma_1) |$ и $| G : I_G(\gamma_1) |$ является степенью p, то $k = 1$. Значит, $G = I_G(\gamma_1)$. Поэтому $\tau_H = r_\tau \gamma_1$, причем $\gamma_1 \in X_0(A, B)$. В силу теоремы 1 из [1], γ_1 продолжается на группу G. По теоремам 2 и 1, $\tau = \gamma_1 \omega$ для подходящего $\omega \in \mathrm{Irr}(A/A')$. Тем самым, $X_0(B') \subseteq Y$. Значит, $X_0(B') = Y$.

Пусть $\chi_1, \chi_2 \in X_0(A, B)$, причем $\chi_1 \neq \chi_2$. Тогда $\chi_1^* \varphi_1 = \chi_2^* \varphi_2$ для любых $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathrm{Irr}(A/A')$. Если $\chi_1^* \varphi_1 = \chi_1^* \varphi_2$, где $\varphi_1, \varphi_2 \in \mathrm{Irr}(A/A')$, то из теоремы 1 следует, что $\varphi_1 = \varphi_2$. Таким образом, $| X_0(B') | = | A/A' | \, | X_0(A, B) |$. Теорема доказана.

Докажем первую теорему на пути «упрощений» A и H, при которых число $| X_0(A, B) |$ остается неизменным.

Теорема 4. *Пусть B — максимальный блок p-разрешимой группы H. Пусть A — p-группа, действующая на H, причем $X_0(A, B) \neq \varnothing$. Обозначим через B' блок группы $G = AH$, накрывающий B. Пусть $D \in \mathrm{Syl}_p(H)$, $P = AD \in \mathrm{Syl}_p(AH)$, $N = N_G(P)$, $H_0 = N \cap H$. Обозначим через $\tilde{B}'$ блок группы N, соответствующий B в соответствии Брауэра. Тогда $N = AH_0$, $D = P \cap H$, $D \lhd N$ и существует единственный блок $\tilde{B}$ группы H_0, накрываемый $\tilde{B}'$, причем $| X_0(A, B) | = | X_0(A, \tilde{B}) |$.*

Доказательство. Так как $H \lhd G$, то $H_0 \lhd N$. Далее, $G = AH = NH$. Тогда $A \cong G/H = NH/H \cong N/H_0$. Поскольку $A \cap H_0 = \langle 1 \rangle$, то $| AH_0 | = | A | \, | H_0 |$. Так как $AH_0 \leqslant N$, то $N = AH_0$. Поскольку $P \lhd N$ и $H_0 \lhd N$, то $P \cap H_0 \lhd N$. Однако $D \leqslant P \cap H_0$ и $D \in \mathrm{Syl}_p(H)$. Поэтому $D = P \cap H_0$ и $D \lhd N$.

Так как H p-разрешима, то p-разрешима и G. Следовательно, для группы G и ее блока B' верна гипотеза Алперина (см. [6]), т. е. $| X_0(B') | = | X_0(\tilde{B}') |$.

Пусть $\chi \in X_0(\tilde{B}')$. Тогда по теореме Клиффорда $\chi_{H_0} = r_\chi(\varphi_1 + \ldots + \varphi_k)$, где $r_\chi \in \mathbb{N}$, $\varphi_i \in \mathrm{Irr}(H_0)$ и все φ_i сопряжены между собой с помощью группы N. Так как χ — характер высоты 0, то $\chi(1) \not\equiv 0 \pmod p$. Как и в доказательстве теоремы 3 заключаем, что $\chi_{H_0} = r_\chi \varphi_1$, причем $\varphi_1(1) \not\equiv 0 \pmod p$. Обозначим через $\tilde{B}$ блок группы H_0, содержащий φ_1. Тогда, по определению, $\tilde{B}$ накрывается блоком $\tilde{B'}$. В силу леммы 2.3 гл. V из [7] $\tilde{B}$ — единственный блок группы H_0, накрываемый блоком $\tilde{B}'$. Далее, $\tilde{B}$ содержит A-инвариантный характер φ_1 и тем самым удовлетворяет условиям теоремы 3. Поэтому $| X_0(\tilde{B}') | = | A/A' | \, | X_0(A, B) |$. Так как $| X_0$ $| X_0(B') | = | A/A' | \, | X_0(A, B) |$ и $| X_0(B') | = | X_0(\tilde{B}') |$, то $| X_0(A, \tilde{B}) | = | X_0(A, B) |$. Теорема доказана.

Замечание. В доказательстве теоремы 4 p-разрешимость группы H нужна лишь для того, чтобы гарантировать справедливость для B' гипотезы Алперина. Поэтому в формулировке теоремы 4 условие p-разрешимости H можно заменить на условие выполнимости для блока B' гипотезы Алперина.

Для обозначения коммутанта группы M наряду с символом M' будем применять также символ $[M, M]$. Как обычно, $[M, T]$ — взаимный коммутант групп M и T.

Лемма 1. *В обозначениях теоремы 4 имеют место следующие утверждения*:

(1) $P' = [A, A][A, D][D, D]$;

(2) $[A, D][D, D] \lhd H_0$;

(3) $N/P' = (AP'/P')(H_0P'/P')$.

Доказательство. (1). С небольшими модификациями повторить рассуждения доказательства теоремы 2.1 (*viii*) гл. 2 из [9].

(2). Так как $D \lhd H_0$, то $[D, D] \lhd H_0$. Пусть $d \in D$, $a \in A$, $h \in H_0$. Тогда $d^h = d' \in [D, D]$ и $[a, d] = [a^h, d']$. Так как $P \lhd N$, то $a^h \in P$. Поэтому $a^h = la'$, где $l \in D$, $a' \in A$. Тогда $[a^h, d'] = [la', d'] = [l, d']^{a'} [a', d'] \in \in [D, D] [D, A]$.

(3). $AP'/P' \cong A/A \cap P' = A/A'$, ввиду п. (1). Далее, $HP'/P' \cong H_0/P' \cap \cap H_0 = H_0/[A,D][D, D]$, учитывая п. (2). Тогда $(AP'/P')(HP'/P')$ является подгруппой группы $AH_0/P' = N'/P'$. Так как $(AP'/P') \cap (H_0P'/P') = \langle 1 \rangle$, то $|(AP'/P')(H_0P'/P')| = |AP'/P'|\,|H_0P'/P'| = |A/A'|\,|H_0/[A, D][D, D]| = = \dfrac{|N|}{|P'|}$, учитывая п. (1). Из полученного равенства для порядков следует, что $N/P' = (AP'/P')(H_0P'/P')$. Лемма доказана.

Ввиду теоремы 4 группу H можно заменить на H_0, G — на AH_0, блок B группы H — на блок $\tilde{B}$ группы H_0, B' — на блок $\tilde{B}'$ группы AH_0. Поэтому для упрощения обозначений будем считать, что $H = H_0$, $G = AH_0$, $B = = \tilde{B}$, $B' = \tilde{B}'$, Положим также $\overline{H} = HP'/P'$, $\overline{G} = G/P'$, $\overline{A} = AP'/P'$, $\overline{P} = P/P'$. В силу леммы 1 $\overline{G} = \overline{A}\overline{H}$.

Пусть $\chi \in X_0(B)$. Тогда по теореме Клиффорда $\chi_P = r_\chi(\lambda_1 + \ldots + \lambda_l)$, где $r_\chi \in \mathbb{N}$, $\lambda_i \in \mathrm{Irr}(P)$, λ_i сопряжены относительно действия группы G. Поскольку $\chi(1) \not\equiv 0 \pmod p$, то $\lambda_i(1) \not\equiv 0 \pmod p$, т. е. $\lambda_i(1) = 1$, так как λ_i — неприводимый характер p-группы. В ядре каждого из λ_i лежит P'. Поэтому P' лежит в ядре χ. Тем самым, χ можно рассматривать как неприводимый характер $\overline{\chi}$ группы $\overline{G}$. Можно показать, следуя схеме доказательства теоремы 2 из [11], что множество $\overline{X_0(B')} = \{\overline{\chi} \mid \chi \in X_0(B')\}$ составляет множество всех неприводимых характеров высоты 0 некоторого блока b' группы $\overline{G}$, причем $|X_0(B')| = |\overline{X_0(B')}|$. Поскольку силовская p-подгруппа группы $\overline{G}$ абелева, то $\overline{X_0(B')}$ — множество всех неприводимых характеров блока b' (см. [10]).

Следующим шагом редукции является теорема, в которой используются только что приведенные обозначения и соглашения.

Теорема 5. *Блок b' накрывает единственный блок b группы $\overline{H}$, причем $|X_0(A, B)| = |X_0(\overline{A}, b)|$.*

Доказательство. Пусть $\chi \in X_0(B')$. Тогда очевидно $\overline{\chi}_{\overline{H}}$ неприводим и $\overline{A}$-инвариантен. Пусть b — блок $\overline{H}$, в котором лежит $\overline{\chi}_{\overline{H}}$. Так как b содержит $\overline{A}$-инвариантный неприводимый характер $\overline{\chi}_{\overline{H}}$, то b — единственный блок группы $\overline{H}$, накрываемый блоком b' (см. лемму 2.3 гл. V из [7]). Блок b удовлетворяет условиям теоремы 3. Поэтому $|X_0(b')| = = |\overline{A}|\,|X_0(\overline{A}, b)|$. С другой стороны, $|X_0(b')| = |X_0(B')|$ и по теореме 3 $|X_0(B')| = |\overline{A}|\,|X_0(A, B)|$. Значит, $|X_0(\overline{A}, b)| = |X_0(A, B)|$. Теорема доказана.

Теорема 5 позволяет снова изменить обозначения, считая $G = \overline{G}$, $H = = \overline{H}$, $A = \overline{A}$, $B' = b'$, $B = b$.

Пусть $\chi \in X_0(B')$, θ — неприводимая конституэнта характера $\chi_{O_{p'}(G)}$, $T = P \times O_{p'}(G)$. Тогда θ является единственным неприводимым характером Брауэра некоторого блока b_0 группы T. Очевидно, $T \lhd G$ и B' накрывает b_0. Обозначим через I группу инерции блока b_0 в группе G (см. [7]). Согласно теореме 2.5 гл. V из [7], существует такой блок B_0' группы I, что $|X_0(B')| = |X_0(B_0')|$ и B_0' — единственный блок группы I, накрывающий b_0. Положим $H_0 = I \cap H$. Можно показать, что $I = AH_0$ (см., например, начало доказательства теоремы 4). Если $\chi \in X_0(B_0')$, то по теореме Клиффорда, $\chi_{H_0} = r_\chi(\lambda_1 + \ldots + \lambda_k)$, где $r_\chi \in \mathbb{N}$, $\lambda_i \in \mathrm{Irr}(H_0)$, λ_i сопряжены относительно группы I. Условие $\chi(1) \not\equiv 0 \pmod p$ влечет, что $k = 1$ и, значит, B_0' накрывает единственный блок B_0 группы H_0. Теорема 3 влечет $|X_0(B_0')| = |A|\,|X_0(A, B)|$. Поскольку $|X_0(B')| = |X_0(B_0')|$ и $|X_0(B')| = = |A|\,|X_0(A, B)|$, то $|X_0(A, B)| = |X_0(A, B_0)|$. Тем самым доказана следующая теорема.

Теорема 6. $|X_0(A, B)| = |X_0(A, B_0)|$.

Положим $G = I$, $H = H_0$, $B' = B$, $B'_0 = B_0$.

Теорема 7. *Существует такая p-подгруппа $\tilde{A}$ группы G, что $\tilde{A} \leqslant Z(G)$, $G = \tilde{A}H$.*

Доказательство. Индукция по рангу A. Предположим сначала, что $A = \langle a \rangle$. Покажем существование такого $y \in D$, что $\langle ay \rangle \leqslant Z(G)$.

Пусть $H = VD$, где V — p-дополнение D в H. Поскольку V^a также p-дополнение в H и все p-дополнения сопряжены в H, то существует такой $x \in H$, что $(V^a)^x = V$. Пусть $x = ly$, где $l \in V^a$, $y \in D$. Тогда $V = (V^a)^x = (V^a)^{ly} = (V^a)^y = V^{ay}$. Очевидно, $G = \langle ay \rangle H$.

Поскольку $P \lhd G$, то для любого $v \in V$, $\langle ay \rangle^v \leqslant P$. Покажем, что $\langle ay \rangle^v = \langle ay \rangle$ для любого $v \in V$. Так как $(ay)^v \in P$, то $\langle ay \rangle^v = a^i k$ для подходящего $i \in \mathbb{N}$ и подходящего $k \in D$, поскольку $P = AD = \langle a \rangle D$. Предположим, что $\langle ay \rangle^v \neq \langle ay \rangle$ для некоторого $v \in V$. Поскольку V $\langle ay \rangle$-инвариантна, то $\langle ay \rangle V$ — группа, в которой $\langle ay \rangle$ — силовская p-подгруппа. Поэтому $(ay)^v = a^i k = (ay)^j h$ для некоторого $h \in V$. Тогда $h = a^{i-j} ky^{-j}$. Так как h — p'-элемент, а $a^{i-j} ky^{-j}$ — p-элемент, то $h = 1$ и значит $(ay)^v = (ay)^j$ — противоречие. Таким образом, $\langle ay \rangle^v = \langle ay \rangle$ для любого $v \in V$, т. е. $\langle ay \rangle \lhd \langle ay \rangle V$. Поскольку $V \lhd \langle ay \rangle V$, то $\langle ay \rangle V = \langle ay \rangle \times V$. Так как $G = \langle ay \rangle H = \langle ay \rangle VD$ и $P = \langle ay \rangle D$ абелева, то $\langle ay \rangle \leqslant Z(G)$. Положим $\tilde{A} = \langle ay \rangle$. Тогда группа $\tilde{A}$ удовлетворяет заключению теоремы и тем самым, в случае циклической A теорема доказана.

Предположим, что теорема верна для группы ранга $r = m$. Докажем, что отсюда вытекает ее справедливость для $r = m + 1$.

Пусть $A = \langle a_1 \rangle \times \ldots \times \langle a_m \rangle \times \langle a_{m+1} \rangle$. Положим $A_0 = \langle a_1 \rangle \times \ldots \times \langle a_m \rangle$, $G_0 = A_0 H$. Тогда, по доказанному, существует такая p-подгруппа $\langle \tilde{a}_{m+1} \rangle$ группы G, что $\langle \tilde{a}_{m+1} \rangle \leqslant Z(G)$ и $G = \langle \tilde{a}_{m+1} \rangle G_0$. По индукции, существует такая p-подгруппа $\tilde{A}_0$ группы G_0, что $\tilde{A}_0 \leqslant Z(G_0)$ и $G_0 = \tilde{A}_0 H$. Тогда $\tilde{A} = \langle \tilde{a}_{m+1} \rangle \tilde{A}_0$ удовлетворяет заключению теоремы. Теорема доказана.

Непосредственным следствием теорем 4—7 является следующий результат.

Теорема 8. *Пусть H — p-разрешимая группа, A — p-группа, действующая на H, $B \in \mathrm{Bl}(H)$, B максимален, $X_0(A, B) \neq \varnothing$. Тогда существует такая группа K и блок b группы K, что*

(1) $|K| \leqslant |H|$;

(2) *силовская p-подгруппа группы K абелева и нормальна в K и является гомоморфным образом силовской p-подгруппы группы H;*

(3) $|X_0(A, B)| = k(b)$.

1. *Glauberman G.* Correspondences of character for relatively prime operator groups // Can. J. Math.— 1962.— **20**, N 6.— P. 1465—1488.
2. *Isaacs M.* Characters of solvable and symplectic groups // Amer. J. Math.— 1973.— **95**.— P. 594—635.
3. *Wolf T. R.* Character correspondences in solvable groups // Ill. J. Math.— 1978.— **22**, P. 327—340.
4. *Alperin J. L.* The main problem of block theory // Conf. Finite Groups: New York etc.: Acad. Press, Inc., 1976.— P. 341—356.
5. *Nagao H.* Some correspondences in the representation theory of finite groups // Proc. Int. Math. Conf., Singapure, June, 1981, Amsterdame etc.: 1982.— P. 35—41.
6. *Гресь П. Г.* Доказательство для p-разрешимых групп гипотезы Альперина о числе характеров высоты 0 // VI Всесоюз. симп. по теории групп.— Киев : Наук. думка, 1980.— С. 179—188.
7. *Feit W.* The representation theory of finite groups.—Amsterdame etc.: North Holland, 1982.
8. *Gallagher P. X.* Group character and normal Hall subgroups // Nagoya Math. J.— 1962.— **21**.— P. 223—230.
9. *Gorenstein D.* Finite groups.— New York: Harper and Row, 1968.
10. *Fong P.* On the characters of p-solvable groups // Trans. Amer. Math. Soc. — 1961. — N 98.— P. 263—284.
11. *Гресь П. Г.* Несколько следствий для p-разрешимых групп гипотезы Альперина // Укр. мат. журн.— 1986.— 38, № 1.— С. 17—22.

Ужгород. ун-т

Получено 25.01.88