УДК 517.946

И. А. Коваленко, В. А. Сердюк

О разрешимости в обобщенных функциях граничных задач для общих эллиптических с параметром систем с разрывными коэффициентами

В данной работе устанавливается теорема о полном наборе изоморфизмов для общих граничных задач для эллиптических с параметром систем Дуглиса—Ниренберга с разрывными коэффициентами, т. е. для задач типа дифракционных или задач трансмиссии с параметром. Такие задачи (без параметра) в классах достаточно гладких функций изучались в работах [1—3]. Здесь эти вопросы для задач с параметром изучаются в классах обобщенных функций. Для случая с параметром дан ответ на вопрос, сформулированный в [4], гл. 2, пп. 11.2, 11.10. Отметим, что метод транспонирования М. И. Вишика— С. Л. Соболева в сочетании с интерполяцией, который обычно использовался для доказательства теорем о полном наборе изоморфизмов (ср. с [4, 5]), здесь неприменим. В статье развивается методика работы [6], в которой теорема о полном наборе изоморфизмов устанавливается вначале для модельной задачи в полупространстве.

Пусть $G \subset R^n$ — ограниченная область с границей Γ, $G_1 \subset G$ — подобласть с границей γ, $\gamma \cap \Gamma = \varnothing$, $G_2 = G \setminus \bar{G}_1$. В G_r; $r = 1, 2$, заданы линейные матричные дифференциальные выражения

$$l_r(x, D, q) = (l^r_{kj}(x, D, q))_{k,j=1,\dots,N_r}, \quad r = 1, 2, \tag{1}$$

эллиптические с параметром в смысле Дуглиса—Ниренберга. Это означает, что существуют целые числа $t^r_1 \geqslant \dots \geqslant t^r_{N_r} \geqslant 0 = s^r_1 \geqslant \dots \geqslant s^r_{N_r}$ такие, что

$$l^r_{kj}(x, D, q) = \sum_{|\alpha|+p \leqslant s^r_k + t^r_j} a^{r,k,j}_{\alpha,p}(x)\,(qe^{i\Theta})^p D^\alpha \quad \forall k, j : s^r_k + t^r_j \geqslant 0,$$

$$l^r_{kj}(x, D, q) \equiv 0 \quad \forall k, j : s^r_k + t^r_j < 0,$$

$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, $|\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_n$, $D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}$, $D_h = i\partial/\partial x_h$, $q \in R$, $\Theta \in [\Theta_1, \Theta_2]$ (не исключается случай $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta$) и при этом $\Delta_r(x, \xi, q) = \det l_{r0}(x, \xi, q) = \det (l^{r0}_{kj}(x, \xi, q))_{k,j=1,\dots,N_r} \neq 0$ в каждой точке $x \in \bar{G}_r$ для любых действительных $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$, q, $\Theta \in [\Theta_1, \Theta_2]$, $|\xi| + |q| > 0$. Здесь $l^{r0}_{kj}(x, D, q)$ — главная часть $l^r_{kj}(x, D, q)$, состоящая из членов порядка $s^r_k + t^r_j$ относительно (D, q). Через $\tilde{l}_r(x, \xi, q)$ обозначим матрицу, взаимную матрице $l_{r0}(x, \xi, q)$, т. е. матрицу, у которой элемент с индексом kj равен алгебраическому дополнению элемента $l^{r0}_{kj}(x, \xi, q)$ матрицы $l_{r0}(x, \xi, q)$. Выражение $l_r(x, D, q)$ называется правильно эллиптическим в $\bar{G}_r$, если в каждой точке границы G_r для любого касательного вектора $\tau \neq 0$ и орта внутренней нормали ν полином $\Delta_r(\eta) = \Delta_r(x, \tau + \eta\nu, q)$ имеет четную степень, равную $2m_r = t^r_1 + \dots + t^r_{N_r} + s^r_1 + \dots + s^r_{N_r}$ и его корни расположены поровну в верхней и нижней η-полуплоскостях. Тогда $\Delta_r(x, \tau + \eta\nu, q) = \Delta_r^+(x, \tau + \eta\nu, q)\,\Delta_r^-(x, \tau + \eta\nu, q)$, где η — корни Δ_r^+ (Δ_r^-), имеющие положительные (отрицательные) мнимые части.

Пусть на γ заданы матричные дифференциальные выражения

$$b_r(x, D, q) = (b^r_{kj}(x, D, q))_{\substack{k=1,\dots,m_1+m_2 \\ j=1,\dots,N_r}}, \quad r = 1, 2, \tag{2}$$

а на Γ — выражение

$$b_3(x, D, q) = (b^3_{kj}(x, D, q))_{\substack{k=1,\dots,m_2 \\ j=1,\dots,N_2}}. \tag{3}$$

Предположим, что существуют целые числа $\sigma_1, \dots, \sigma_{m_1+m_2}$ такие, что $\operatorname{ord} b^r_{kj}(x, D, q) \leqslant \sigma_k + t^r_j$, $r = 1, 2$; $x \in \gamma$, и $b^r_{kj}(x, D, q) \equiv 0$, если $\sigma_k + t^r_j < 0$. Отметим, что в работе порядки всех дифференциальных выражений берутся относительно (D, q). Предположим также, что существуют целые числа $\sigma^3_1, \dots, \sigma^3_{m_2}$ такие, что $\operatorname{ord} b^3_{kj}(x, D, q) \leqslant \sigma^3_k + t^2_j$ и $b^3_{kj}(x, D, q) \equiv 0$, если $\sigma^3_k + t^2_j < 0$. Через $b_{r0}(x, D, q) = (b^{r0}_{kj}(x, D, q))$ обозначим главную часть матрицы $b_r(x, D, q)$, $r = 1, 2, 3$; $b^{r0}_{kj}(x, D, q)$ содержит лишь члены порядков $\sigma_k + t^r_j$, $r = 1, 2$, $\sigma^3_k + t^2_j$, $r = 3$. Положим также

$$(M^r_{kj}(x, \xi, q))_{\substack{k=1,\dots,l \\ j=1,\dots,N_r}} = M_r(x, \xi, q) \overset{\text{def}}{=} b_r(x, \xi, q)\,\tilde{l}_r(x, \xi, q), \quad r = 1, 2, 3.$$

Здесь, если $r = 1, 2$, $x \in \gamma$, то $l = m_1 + m_2$; если $r = 3$, $x \in \Gamma$, то $l = m_2$.

Рассмотрим следующую задачу:

$$l_1 u_1(x) = l_1(x, D, q)\,u_1(x) = f_1(x), \quad x \in G_1, \tag{4}$$

$$l_2 u_2(x) = l_2(x, D, q)\,u_2(x) = f_2(x), \quad x \in G_2, \tag{5}$$

$$b_\gamma u(x) = b_1(x, D, q)\,u_1(x) + b_2(x, D, q)\,u_2(x) = \varphi(x), \; x \in \gamma, \tag{6}$$

$$b_\Gamma u(x) = b_3(x, D, q)\,u_2(x) = \psi(x), \quad x \in \Gamma. \tag{7}$$

Всюду в работе будем предполагать, что задача (4)—(7) эллиптическая с параметром. Это означает, что выполнены следующие условия:

1. Выражения $l_r(x, D, q)$ правильно эллиптичны в $\bar{G}_r$, $r = 1, 2$.

2. На Γ и γ выполнены условия Я. Б. Лопатинского:

а) в каждой точке $x \in \Gamma$ для каждого вектора $\tau \neq 0$, касательного к Γ в точке x и орта ν внутренней нормали строки матрицы $M_3(x, \tau + \eta\nu, q)$, элементы которой рассматриваются как многочлены от η, линейно независимы по модулю $\Delta_2^+(x, \tau + \eta\nu, q)$, т. е. требуется, чтобы из соотношения $\sum_{k:1\leqslant k\leqslant m_2} c_k M_{kj}^3 (x, \tau + \eta\nu, q) \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\, \Delta_2^+ (x, \tau + \eta\nu, q))$, где $c_1, \ldots, c_{m_2}$ — постоянные, следовало $c_1 = \ldots = c_{m_2} = 0$;

б) в каждой точке $x \in \gamma$ для каждого вектора $\tau \neq 0$, касательного к γ в точке x, и орта ν внутренней по отношению к G_1 нормали к γ в этой точке из одновременного выполнения соотношений

$$\sum_{k:1\leqslant k\leqslant m_1+m_2} c_k M_{kj}^1 (x, \tau + \eta\nu, q) \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\, \Delta_1^+ (x, \tau + \eta\nu, q)),$$

$$\sum_{k:1\leqslant k\leqslant m_1+m_2} c_k M_{kj}^2 (x, \tau + \eta\nu, q) \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\, \Delta_2^- (x, \tau + \eta\nu, q)),$$

где $c_1, \ldots, c_{m_1+m_2}$ — постоянные, следует $c_1 = \ldots = c_{m_1+m_2} = 0$.

Для простоты всюду будем предполагать, что коэффициенты всех выражений, а также поверхности Γ и γ бесконечно гладкие.

Для $s, q \in R$ обозначим через $H^s(R^n, q)$ пространство распределений таких, что

$$\| f, R^n, q \|_s = \left(\int_{R^n} (1 + |\xi|^2 + q^2)^s \, | (Ff)(\xi) |^2 d\xi \right)^{1/2} < \infty, \tag{8}$$

где $(Ff)(\xi)$ — преобразование Фурье элемента f. Для каждого фиксированного $q \in R$ норма (8) эквивалентна норме $\| f, R^n, 0 \|_s = \| f, R^n \|_s$ и поэтому $H^s(R^n, q)$ совпадает с $H^s(R^n, 0) = H^s(R^n)$. Через $H^s(\Omega, q)$, $s \geqslant 0$, обозначим пространство сужений на Ω функций из $H^s(R^n, q)$ с нормой $\| u, \Omega, q \|_s = \inf \| v, R^n, q \|_s$, где inf берется по всем $v \in H^s(R^n, q)$, равным u в Ω; Ω — ограниченная область R^n с гладкой границей $\partial\Omega$ либо полупространства $R_+^n = \{x = (x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n) = (x', x_n) \in R^n : x_n > 0\}$ и $R_-^n = R^n \setminus \bar{R}_+^n$ (черта означает замыкание) с границей R_{n-1}'. Для $s < 0$ обозначим через $H^s(\Omega, q)$ пространство, сопряженное $H^{-s}(\Omega, q)$ относительно расширения скалярного произведения в $L_2(\Omega)$. Норма $\| u, R^{n-1}, q \|_s$ с помощью разложения единицы и локального распрямления границы определяет норму $\langle\!\langle u, \partial\Omega, q \rangle\!\rangle_s$ на $\partial\Omega$ и пространство $H^s(\partial\Omega, q)$ с этой нормой.

Пусть r — натуральное число, s — действительное, $s \neq k + 1/2$, $k = 0, \ldots, r-1$. Через $\tilde{H}^{s,(r)}(\Omega, q)$ обозначим пополнение множества $\tilde{C}_0^\infty(\bar{\Omega})$ бесконечно дифференцируемых в $\bar{\Omega}$ функций, финитных на бесконечности в случае Ω — полупространство по норме

$$||| u |||_{s,(r)} = ||| u, \Omega, q |||_{s,(r)} = \left(\| u, \Omega, q \|_s^2 + \sum_{j:1\leqslant j\leqslant r} \langle\!\langle D_\nu^{j-1} u, \partial\Omega, q \rangle\!\rangle_{s-j+1/2}^2 \right)^{1/2}$$

($D_\nu = i\partial/\partial\nu$, ν — орт внутренней нормали к $\partial\Omega$). Отметим, что если Ω — ограниченная область, то $C_0^\infty(\bar{\Omega}) = C^\infty(\bar{\Omega})$. Если $s = k + 1/2$, $k = 0, \ldots, r-1$, то определим пространство $\tilde{H}^{s,(r)}(\Omega, q)$ и норму $|||\cdot|||_{s,(r)}$ с помощью комплексной интерполяции между $\tilde{H}^{k,(r)}(\Omega, q)$ и $\tilde{H}^{k+1,(r)}(\Omega, q)$. Наконец, если $r = 0$, то положим по определению, что $\tilde{H}^{s,(0)}(\Omega, q) = H^s(\Omega, q)$ и $||| u, \Omega, q |||_{s,(0)} = \| u, \Omega, q \|_s$.

Если $M(x, D, q) = \Sigma_{|\mu|+p\leqslant t} a_{\mu p}(x)(q)^p D^\mu$ — дифференциальное выражение в Ω порядка $t \leqslant r$, то для каждого $s \in R$ $\| M(x, D, q) u, \Omega, q \|_{s-t} \leqslant c_s ||| u, \Omega, q |||_{s,(r)}$. Аналогично, если $N(x, D, q)$, $x \in \partial\Omega$, — граничное выражение порядка $t \leqslant r-1$, то замыкание N отображения $u \to N(x, D, q) u|_{\partial\Omega}$, $u \in C_0^\infty(\bar{\Omega})$, непрерывно действует из $\widetilde{H}^{s,(r)}(\Omega, q)$ в $H^{s-t-1/2}(\partial\Omega, q)$. Отсюда также следует, что замыкание M отображения $u \to M(x, D, q) u$, $u \in C_0^\infty(\bar{\Omega})$, непрерывно действует из $\widetilde{H}^{s,(r)}(\Omega, q)$ в $\widetilde{H}^{s-t,(r-t)}(\Omega, q)$ (ср. с [5], гл. 3, § 6, п. 8, [11]).

Нам понадобится следующее видоизменение пространств $\widetilde{H}^{s,(r)}(\Omega, q)$. Пусть граница $\partial\Omega$ ограниченной области Ω состоит из двух компонент Γ и γ, r_Γ и r_γ — неотрицательные целые числа, s — действительное число, $s \neq k+1/2$, $k = 0, 1, \ldots, \max\{r_\Gamma, r_\gamma\} - 1$. Через $\widetilde{H}^{s,(r_\Gamma, r_\gamma)}(\Omega, q)$ обозначим пополнение $C^\infty(\bar{\Omega})$ по норме

$$||| u |||_{s,(r_\Gamma, r_\gamma)} = ||| u, \Omega, q |||_{s,(r_\Gamma, r_\gamma)} = \Big(\| u, \Omega, q \|_s^2 + \sum_{j:1\leqslant j\leqslant r_\Gamma} \ll D_\nu^{j-1} u, \Gamma, q \gg_{s-j+1/2}^2 + \sum_{j:1\leqslant j\leqslant r_\gamma} \ll D_\nu^{j-1} u, \gamma, q \gg_{s-j+1/2}^2 \Big)^{1/2}. \quad (9)$$

Если $r_\Gamma = 0$ ($r_\gamma = 0$), то первая (вторая) сумма в правой части (9) отсутствует. Для полуцелых s пространство $\widetilde{H}^{s,(r_\Gamma, r_\gamma)}(\Omega, q)$ и норма $||| \cdot |||_{s,(r_\Gamma, r_\gamma)}$ определяются, как и выше, с помощью комплексной интерполяции. Понятно, что если $M(x, D, q)$ — дифференциальное выражение в Ω порядка $t \leqslant \min\{r_\Gamma, r_\gamma\}$, то замыкание M отображения $u \to M(x, D, q) u$, $u \in C^\infty(\bar{\Omega})$, непрерывно действует из $\widetilde{H}^{s,(r_\Gamma, r_\gamma)}(\Omega, q)$ в $\widetilde{H}^{s-t,(r_\Gamma - t, r_\gamma - t)}(\Omega, q)$.

Рассмотрим задачу (4) — (7). Пусть $\varkappa_\gamma = \max\{0, \sigma_1 + 1, \ldots, \sigma_{m_1+m_2} + 1\}$, $\varkappa_\Gamma = \max\{0, \sigma_1^3 + 1, \ldots, \sigma_{m_2}^3 + 1\}$, $\tau_j^r = t_j^r + \varkappa_\gamma$, $j = 1, \ldots, N_r$; $r = 1, 2$; $\tau_j^2 = \tau_{j\gamma}$, $\tau_{j\Gamma} = t_j^2 + \varkappa_\Gamma$, $j = 1, \ldots, N_2$. Из изложенного выше следует, что для каждого $s \in R$ отображение A_s:

$$u = (u_1, u_2) = (u_{11}, \ldots, u_{1N_1}; u_{21}, \ldots, u_{2N_2}) \to (l_1 u_1, l_2 u_2, b_\Gamma u, b_\gamma u) \quad (10)$$

непрерывно действует из всего

$$\prod_{j=1}^{N_1} \widetilde{H}^{t_j^1+s,(\tau_j^1)}(G_1, q) \times \prod_{j=1}^{N_2} \widetilde{H}^{t_j^2+s,(\tau_{j\Gamma}, \tau_{j\gamma})}(G_2, q) \overset{\text{def}}{=} \widetilde{H}^{T+s,(\tau)}(G_1, G_2, q) \quad (11)$$

в

$$\prod_{k=1}^{N_1} \widetilde{H}^{s-s_k^1,(\varkappa_\gamma - s_k^1)}(G_1, q) \times \prod_{k=1}^{N_2} \widetilde{H}^{s-s_k^2,(\varkappa_\Gamma - s_k^2, \varkappa_\gamma - s_k^2)}(G_2, q) \times$$

$$\times \prod_{h=1}^{m_2} H^{s-\sigma_h^3-1/2}(\Gamma, q) \times \prod_{h=1}^{m_1+m_2} H^{s-\sigma_h-1/2}(\gamma, q) \overset{\text{def}}{=} \widetilde{H}^{s-S,\varkappa,\sigma}(G_1, G_2, \Gamma, \gamma, q). \quad (12)$$

Оказывается, что если $|q|$ достаточно большое, то для каждого $s \in R$ оператор A устанавливает изоморфизм между пространствами (11), (12), т. е. справедлива следующая теорема о полном наборе изоморфизмов.

Теорема. *Пусть задача* (4)—(7) *эллиптическая с параметром,* s — *произвольное действительное. Тогда существует число* $q_0 > 0$ *такое, что при* $|q| \geqslant q_0$ *и* $\Theta \in [\Theta_1, \Theta_2]$ *отображение* A_s, *заданное формулой* (10), *устанавливает изоморфизм между пространствами* (11), (12). *Существуют постоянные* $c_s > 0$, *не зависящие от* u *и* q *такие, что*

$$c_s^{-1} \| u \|_{\widetilde{H}^{T+s,(\tau)}(G_1, G_2, q)} \leqslant \| A_s u \|_{\widetilde{H}^{s-S,\varkappa,\sigma}(G_1, G_2, \Gamma, \gamma, q)} \leqslant c_s \| u \|_{\widetilde{H}^{T+s,(\tau)}(G_1, G_2, q)},$$

$$u \in \widetilde{H}^{T+s,(\tau)}(G_1, G_2, q).$$

Функция $s \to c_s$, $s \in R$, *ограничена на любом компакте.*

Доказательство теоремы проводится с помощью локальных рассмотрений. Вначале утверждение теоремы устанавливается для модельных задач соответственно в полупространстве и пространстве. Доказательство основывается на следующих леммах.

Лемма 1. *Рассмотрим в* R_+^n *эллиптическую с параметром задачу*

$$l_{20}(D, q)\, u_2(x) = f(x),\ x_n > 0,\ b_{30}(D, q)\, u_2(x)|_{x_n=0} = \psi(x).$$

Здесь l_{20}, b_{30} — *однородные выражения вида* (1), (3) *с постоянными коэффициентами. Тогда для каждого* $q \neq 0$ *и* $\Theta \in [\Theta_1, \Theta_2]$ *отображение* $A_{0s}: u_2 \to$ $\to (l_{20}u_2, b_{30}u_2)$ *устанавливает изоморфизм*

$$\prod_{j=1}^{N_2} \tilde{H}^{t_j^2+s,(\tau_{j\Gamma})}(R_+^n, q) \to \prod_{k=1}^{N_2} \tilde{H}^{s-s_k^2,(\varkappa_\Gamma - s_k^2)}(R_+^n, q) \times \prod_{h=1}^{m_2} H^{s-\sigma_h^3-1/2}(R'_{n-1}, q).$$

Лемма 2. *Рассмотрим в* R^n *эллиптическую с параметром задачу*

$$l_{10}(D, q)\, u_1(x) = f_1(x),\quad x_n > 0, \tag{13}$$

$$l_{20}(D, q)\, u_2(x) = f_2(x),\quad x_n < 0, \tag{14}$$

$$b_\gamma u = (b_{10}(D, q)\, u_1(x) + b_{20}(D, q)\, u_2(x))|_{x_n=0} = \varphi(x). \tag{15}$$

Тогда для каждого $q \neq 0$, $\Theta \in [\Theta_1, \Theta_2]$ *и* $s \in R$ *оператор задачи* (13)—(15) *устанавливает изоморфизм*

$$\prod_{j=1}^{N_1} \tilde{H}^{t_j^1+s,(\tau_j^1)}(R_+^n, q) \times \prod_{j=1}^{N_2} \tilde{H}^{t_j^2+s,(\tau_j^2)}(R_-^n, q) \to$$

$$\to \prod_{k=1}^{N_1} \tilde{H}^{s-s_k^1,(\varkappa_\gamma - s_k^1)}(R_+^n, q) \times \prod_{k=1}^{N_2} \tilde{H}^{s-s_k^2,(\varkappa_\gamma - s_k^2)}(R_-^n, q) \times$$

$$\times \prod_{h=1}^{m_1+m_2} H^{s-\sigma_h-1/2}(R'_{n-1}, q).$$

Лемма 1 доказана в [6]. Утверждение леммы 2 с помощью замены переменных $y_1 = x_1, \ldots, y_{n-1} = x_{n-1}, y_n = -x_n$ в (10) выводится из леммы 1. Теорему о полном наборе изоморфизмов получаем из лемм 1 и 2 с помощью стандартных рассуждений, связанных с разложением единицы (ср. с [8]).

Установленную теорему можно использовать для локального повышения гладкости обобщенных решений задачи (4)—(7) (ср. с [5], гл. 3, § 6, п. 11), для построения и изучения матрицы Грина задачи (4)—(7) (ср. с [9]), для изучения задач вида (4)—(7) со степенными особенностями в правых частях (ср. с [10, 11]), для изучения подобных задач с сильным вырождением (ср. с [12, 13]).

1. *Шефтель З. Г.* Общая теория граничных задач для эллиптических систем с разрывными коэффициентами.— Укр. мат. журн., 1966, **18**, № 3, с. 132—136.
2. *Ройтберг Я. А., Шефтель З. Г.* Нелокальные задачи для эллиптических уравнений и систем.— Сиб. мат журн., 1972, **13**, № 1, с. 165—181.
3. *Житарашу Н. В.* Замечание об общих граничных задачах для эллиптических и параболических систем с разрывными коэффициентами.— Мат. исслед., 1978, № 46, с. 53—60.
4. *Лионс Ж.-Л., Мадженес Э.* Неоднородные граничные задачи и их приложения.— М. : Мир, 1971.— 371 с.
5. *Березанский Ю. М.* Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов.— Киев : Наук. думка, 1965.— 798 с.
6. *Ройтберг Я. А., Сердюк В. А.* Эллиптические задачи с параметром в L_2-пространствах обобщенных функций для общих систем уравнений.— Киев, 1982.— 62 с.— (Препринт/ АН УССР, Ин-т математики; 82.30).
7. *Ройтберг Я. А.* О значениях на границе области обобщенных решений эллиптических уравнений.— Мат. сб., 1971, **86**, № 2, с. 248—267.
8. *Агранович М. С., Вишик М. И.* Эллиптические задачи с параметром и параболические задачи общего вида.— Успехи мат. наук, 1964, **19**, № 3, с. 53—161.

9. *Коваленко И. А., Ройтберг Я. А., Шефтель З. Г.* Функция Грина общих неоднородных граничных задач для систем, эллиптических по Дуглису — Ниренбергу.— Укр. мат. журн., 1978, 30, № 5, с. 664—668.
10. *Ройтберг Я. А.* О разрешимости общих граничных задач для эллиптических уравнений при наличии степенных особенностей в правых частях.— Там же, 1968, 20, № 3, с. 412—418.
11. *Сердюк В. А.* Общие эллиптические граничные задачи, правые части которых негладко вырождаются.— Там же, 1982, 34, № 2, с. 237—241.
12. *Ройтберг Я. А., Шефтель З. Г.* Эллиптические граничные задачи с сильным вырождением.— М., 1981.— 28 с.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 1599-81 Деп.
13. *Ройтберг Я. А., Шефтель З. Г.* Об общих эллиптических задачах с сильным вырождением.— Докл. АН СССР, 1980, 254, № 6, с. 1336—1342.

Чернигов. пед. ин-т,
Херсон. пед. ин-т

Получено 13.08.84