

УДК 523.98-337

О некоторых следствиях применения метода масштабирования к исследованию поля соленоидального вектора

С. И. Гопасюк

Крымская астрофизическая обсерватория
98409, п. Научный, Крым, Украина

Показано, что некоторые выводы, полученные с применением метода масштабирования к исследованию структуры магнитного поля на Солнце (в частности, активных областей), могут оказаться ошибочными. Полученный «спектр» не является спектром структур магнитного поля. Анализ его приводит к неправильному заключению о направлении передачи энергии по спектру и размерах структур, в которых произошли изменения потока. Это связано с тем, что метод масштабирования приводит к переходу от общей характеристики поля — соленоидальности вектора — к характеристике конкретного поля вектора — сумме модулей потоков.

ПРО ДЕЯКІ НАСЛІДКИ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МАСШТАБУВАННЯ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ПОЛЯ СОЛЕНОЇДАЛЬНОГО ВЕКТОРА, Гопасюк С. І. — Показано, що деякі висновки, отримані із застосуванням методу масштабування для дослідження структури магнітного поля на Сонці (зокрема активних областей), можуть виявитися помилковими. Отриманий «спектр» не є спектром структур магнітного поля. Аналіз його приводить до неправильних висновків про напрямки передавання енергії по спектру та розміри структур, в яких відбулися зміни потоку. Це пов'язано з тим, що метод масштабування приводить до переходу від загальної характеристики поля — соленоїдальності вектора — до характеристики конкретного поля вектора — суми модулів потоків.

SOME EFFECTS OF USING THE SCALING METHOD FOR THE STUDY OF THE SOLENOIDAL VECTOR FIELD STRUCTURE by Gopasyuk S. I. — The use of the scaling method for the study of magnetic field structure was analyzed. Some conclusions derived on the basis of this method are shown to be mistaken. The scaling method does not allow the energy spectrum of the magnetic structures and the scale structures in which magnetic fluxes change to be determined. The cause is that the scaling method leads to the transition from the general property of a field vector, the solenoidal vector field property, to the absolute flux value which is a characteristic of a specific vector field.

В последнее время появился ряд работ [1, 2, 13—15, 20], в которых проведено исследование структуры магнитного поля методом масштабирования. Выводы, сделанные в некоторых из них [1, 2, 14], не являются корректными. Цель данной работы — указать на эти обстоятельства.

ПОЛЕ СОЛЕНОИДАЛЬНОГО ВЕКТОРА

Соленоидальный вектор — вектор без источников. Это означает, что его силовые линии замкнуты или уходят в бесконечность. Доля силовых линий, которые уходят в бесконечность, мала. Если взять замкнутую поверхность, то поток соленоидального вектора F , вошедшего в одном месте через поверхность, равен потоку, вышедшему в каком-то другом месте через эту же поверхность [11]:

$$\oint_S F ds = 0, \tag{1}$$

или на основании теории Гаусса — Остроградского

$$\oint_S F ds = \int_Q \operatorname{div} F dq = 0, \tag{2}$$

где Q — объем, ограниченный замкнутой поверхностью S . Поскольку выражение (2) справедливо для произвольного объема Q , то

$$\operatorname{div} F = 0. \tag{2a}$$

Любой вектор, для которого выполняется условие (2a), является соленоидальным. Свойством соленоидальности обладают, кроме вектора магнитного поля H плотность квазистационарного электрического тока, поле вектора скорости несжимаемой жидкости и др.

Выражение (1) можно записать и для случая плоской поверхности. Устремление радиуса кривизны поверхности в бесконечность приводит выражение (1) к виду

$$\int_S F ds = 0 \quad (R \rightarrow \infty). \tag{3}$$

Отсюда следует, что если поток соленоидального вектора пересек плоскую поверхность где-то в одном направлении, то этот же поток пересекает эту плоскость в другом месте, но в противоположном направлении.

На практике приходится иметь дело с конечными значениями S . Поэтому выражение (3) выполняется на практике либо приближенно, либо вообще не выполняется — в зависимости от выбора исходной площадки S .

МЕТОД МАСШТАБИРОВАНИЯ

Приложение метода масштабирования к анализу, в частности структуры магнитных полей на Солнце сводится к следующему [1, 2, 14, 15]. Сначала выбирается площадка S_0 прямоугольной формы. Отдельно вычисляются на ней положительный $\Phi_0(+)$ и отрицательный $\Phi_0(-)$ потоки поля с сеткой, размер ячейки которой соответствует размеру ячейки карты поля или размеру площадки разрешения, с которой проведены наблюдения. Определяется модуль суммы этих потоков ($\Phi_0(-)$ — отрицательная величина)

$$|\Delta\Phi_0| = |\Phi_0(+) + \Phi_0(-)|. \tag{4}$$

Ей соответствует площадка S_0 , от выбора которой зависит величина $|\Delta\Phi_0|$.

Затем исходная площадка S_0 делится (в простейшем случае) двумя взаимно перпендикулярными прямыми на четыре равные непересекающиеся прямоугольника (квадрата). На каждой новой площадке S_1 снова вычисляются потоки, берется модуль их суммы

$$|\Delta\Phi_1|_i = |\Phi_1(+) + \Phi_1(-)|_i$$

и находится сумма $\sum_{i=1}^4 |\Delta\Phi_1|_i$. Процесс дробления каждой из площадок продолжается до тех пор, пока размер элементарной площадки $(S_n)_i$ не

станет равным величине площадки, соответствующей пространственному разрешению, с которым проведены наблюдения. Каждый раз вычисляются $|\Delta\Phi_n|_i$ на площадке $(S_n)_i$ и сумма

$$\sum_{i=1}^N |\Delta\Phi_n|_i, \quad (5)$$

где n — кратность делений площадки S_0 , $N = 4^n$ — полное число площадок.

На площадке $(S_n)_i$ наименьшего размера, соответствующей пространственному разрешению, наблюдаемый элементарный поток, как правило, одного знака. Поэтому на каждой такой площадке $(S_n)_i$ сумма потоков $|\Delta\Phi_n|_i$ соответствует модулю потока поля одного знака.

Рассмотрим, что представляет собой $|\Delta\Phi_0|$ в выражении (4) и $\sum_{i=1}^N |\Delta\Phi_n|_i$ в выражении (5). Величина $|\Delta\Phi_0|$ на исходной площадке S_0 представляет собой модуль разности потоков и является характеристикой соленоидальности вектора. Поэтому она не является характеристикой конкретного вектора поля и нечувствительна к изменению потока.

Действительно, предположим, что на площадке S_0 изменился поток одного знака, например $\Phi_0(+)$, на величину $\Delta\Phi_0(+)$. Вследствие свойств соленоидальности вектора на такую же величину $\Delta\Phi_0(-)$ изменится поток $\Phi_0(-)$ противоположного знака. В результате модуль суммы потоков $|\Delta\Phi_0|$ остается неизменным.

Напротив, если пространственное разрешение не совсем низкое, то сумма суммы модулей потоков (выражение (5)) несет совсем другую информацию. В самом деле, на площадке $(S_n)_i$, соответствующей пространственному разрешению, элементарный поток, как правило, одного знака. Поэтому на каждой такой площадке $(S_n)_i$ в пределах наблюдаемого разрешения сумма потоков $|\Delta\Phi_n|_i$ равна модулю потока поля одного знака.

Из (5) находим, что на площадке S_0

$$\sum_{i=1}^N |\Delta\Phi_n|_i = |\Phi_0(+)| + |\Phi_0(-)|. \quad (6)$$

Эта величина равна сумме модулей потоков. Данные наблюдений пока не позволяют установить нижний предел истинных размеров магнитных элементов. Однако совершенно очевидно, что чем выше пространственное разрешение при наблюдениях, тем с большей точностью определяется поток. Согласно наблюдениям [4] магнитный поток, сконцентрированный в элементах размером меньше $1''$, составляет не более 10 % от потока активной области. Поэтому при достаточно высоком пространственном разрешении величина, определяемая (6), с большей точностью определяет сумму модулей потоков. Представленная величина характеризует интенсивность (плотность) потока конкретного поля вектора и, очевидно, чувствительна к изменению потока. Так что, если изменяется поток, то сумма модулей потоков (выражение (6)) чувствует его изменение.

Таким образом, применение метода масштабирования к полю соленоидального вектора порождает «незаметный» переход от одной характеристики поля, соленоидальности вектора, к совершенно другой характеристике — сумме модулей потоков — характеристике конкретного поля вектора. В результате сравниваются несопоставимые характеристики, что порождает ошибочные заключения.

СЛЕДСТВИЯ

1. Факт отсутствия изменений в модуле разности потоков (выражение (4)) и в то же время наличие изменений, полученных на основании (5),

приписывается изменению поля вектора (в частности магнитного) в мелко-масштабных структурах [1, 2]. На самом деле можно говорить только об изменении поля вектора, но в каких структурах, мелкомасштабных или крупномасштабных, оно произошло, этот метод не позволяет установить.

2. Зависимость суммы модулей разности потоков $\sum_{i=1}^N |\Delta\Phi_n|_i$ от размера соответствующей ей площадки S_n (выражения (4) и (5)) именуется спектром [1, 2, 14] — аналог спектра Колмогорова [7]. Однако спектр Колмогорова дает изменение одной и той же характеристики (скорости в потоке) в зависимости от обратной величины размера структурного элемента — вихря в потоке.

В то же время метод масштабирования, примененный к исследованию поля соленоидального вектора, приводит к переходу с изменением размера площадки S_n от свойств соленоидальности вектора (не являющегося характеристикой конкретного вектора поля) к сумме модулей потоков — характеристике конкретного поля вектора. Полученную характеристику нельзя отождествлять со спектром. Это подтверждает и анализ выражений (4) и (6). Действительно, всегда выполняется условие

$$\sum |\Phi_0(+)| + |\Phi_0(-)| > |\Phi_0(+) + \Phi_0(-)|, \quad (7)$$

и $S_n < S_0$, из которых следует, что в самых мелкомасштабных структурах должна быть сосредоточена большая энергия, чем в более крупномасштабных. Как следствие поток энергии должен передаваться от меньших масштабов к большим. В действительности при турбулентном состоянии среды поток энергии передается от больших к меньшим масштабам [7, 12].

Спектр стационарной изотропной турбулентности характеризуется спектральной функцией распределения квадратов амплитуд гармоник в разложении, аналогичном разложению Фурье, функции поля скоростей. Он показывает, сколько энергии заключено в движении каждого масштаба. Можно построить спектр, аналогичный этому для магнитного поля на Солнце, в частности, активной области (АО).

Величина

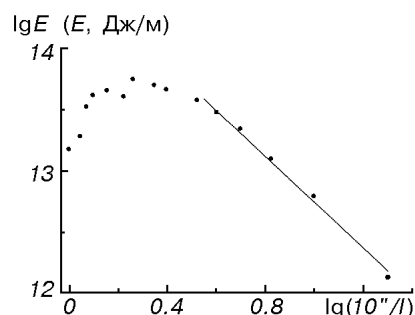
$$E(l) = \frac{H^2(l)}{8\pi} l^2 \frac{N_1}{N_0}(l) \quad (8)$$

дает распределение энергии магнитного поля в АО по размерам магнитных элементов. Ее размерность Дж/м.

В [4] приведены данные по восьми дням наблюдений АО распределения относительного числа магнитных элементов $N_1/N_0(l)$ и напряженности магнитного поля $H(l)$ в них в зависимости от величины поперечного размера l элемента. Приведенная на рисунке зависимость $\lg E(l)$ от обратной величины размера элемента l_m/l ($l_m = 10''$) (выражение (8)) по наблюдениям в Fe I λ 525.3 нм [4] показывает спектр, подобный спектру стационарной турбулентности [7, 12]. Наибольшая величина энергии в АО сосредоточена в элементах размером 4—7". В области размеров от 0.5" до 3" данные наблюдений располагаются практически на прямой, коэффициент наклона которой равен $k = -1.87$. Это значение близко к $k = -5/3$, которое характерно для стационарной и изотропной турбулентности [6, 7, 12].

В то же время метод масштабирования дает для магнитного поля АО очень малое [1, 2, 14] и не соответствующее по знаку [1, 2] значение показателя.

Наблюдениями пока не установлен нижний предел размера магнитных элементов. Несомненно, этот предел меньше 0.5", ибо распределение числа магнитных элементов по размерам не имеет максимума и число их наибольшее при 0.5" [4]. В стационарном случае равновесное состояние по



Распределение магнитной энергии по размерам магнитных элементов в активной области в зависимости от обратной величины размера элементов l_m/l , $l_m = 10''$. Распределение построено по 8 сериям наблюдений активных областей в линии Fe I λ 525.3 нм

числу элементов должно установиться для размеров, для которых число образовавшихся элементов за счет генерации мелкомасштабных и распада более крупных не сравняется с числом исчезающих в результате магнитной вязкости.

3. Разбаланс — модуль суммы потоков (выражение (4)) чувствителен к выбору начальной площадки S_0 . При исследовании изменений так называемого «спектра», когда требуются повторные карты записи поля, необходимо на каждой из них тщательно установить границы и размер площадки S_0 . Несоблюдение этого условия приведет к изменению «показателя спектра», который можно будет приписать локальному изменению поля вектора.

Метод масштабирования применялся и к произведению вертикального H_z поля и вертикальной j_z плотности тока в АО [1, 2]. Произведение двух знакопеременных функций чаще переходит через нуль, чем каждая функция в отдельности. Это приводит к дроблению структуры результирующего поля. Поле j_z в АО мелкомасштабное, состоящее из большого числа мелкомасштабных элементов противоположных знаков в области поля H_z одного направления [3, 9]. Для него с хорошей точностью выполняется равенство встречных токов по АО в целом [3, 9]. Для площадки в АО с одним знаком H_z [1, 2] знакопеременность результирующего поля определяется функцией j_z . Именно поле j_z определяет «показатель спектра», полученный методом масштабирования. Это непосредственно следует из (3), записанного для произведения $H_z j_z$. Так как H_z имеет преимущественно один знак на исходной площадке, то из (3) с использованием теоремы о среднем имеем

$$H_z \int_S j_z ds = 0.$$

Отсюда следует, что свойство соленоидальности определяется функцией j_z , и для него остаются в силе все выводы, которые были сделаны выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, приложение метода масштабирования в таком виде, как в [1, 2, 14], к анализу структуры магнитного поля на Солнце приводит к переходу от общей характеристики поля — соленоидальности вектора поля к сумме модулей потоков — характеристике конкретного поля вектора. Полученный таким способом «спектр» не является спектром структур магнитного поля в АО. Анализ этого «спектра» приводит к неправильному заключению о направлении передачи энергии по спектру (по аналогии со спектром Колмогорова для стационарной турбулентности) и размерах структур, в которых произошли изменения потока. Величина показателя этого «спектра» зависит от выбора начальной площадки, на которой проводится изучение структуры поля в АО.

Если соблюдены условия следствия 3 в выборе границ и размера площадки S_0 и все же имеется изменение «показателя спектра», то можно говорить, что произошло изменение потока вектора. На основании следствия 2 ни в коем случае нельзя говорить о величине изменения действительного показателя энергетического спектра. Учитывая требования следствия 1, нужно взять реальные карты и по ним установить величину и размеры структур, в которых произошли изменения потока. Это метод, который применялся ранее для установления изменения магнитных полей в АО [5].

Учет тонкоструктурных элементов, которые в настоящее время не исследованы прямыми наблюдениями, может изменить величину показателя k для магнитного поля. Величина эффекта будет зависеть от того, какая часть магнитного потока теряется из-за свойств тонкоструктурных образований при наблюдениях с пространственным разрешением 1—2".

В [14] были предприняты усилия с целью установить методом масштабирования свойства мелкомасштабных структурных образований. Однако никаких конкретных результатов получено не было.

Модели однополярных мелкомасштабных магнитных элементов, развитые на основе сохранения магнитных потоков по наблюдениям в линиях с разной чувствительностью к магнитному расщеплению [18], разработаны детально. Подробный анализ свойств их содержится в обзоре [17], согласно которому поперечный размер элемента 200—300 км, а напряженность поля в нем около 200 мТл. По исследованиям [19] магнитного поля по эффекту Ханле получено, что значительная часть магнитного потока, содержащегося в мелкомасштабных элементах, теряется при наблюдениях с магнитографом, основанном на эффекте Зеемана. На основе анализа профилей зеемановских компонентов спектральных линий с разной магнитной чувствительностью были выделены в работе [8] две пространственно неразрешимые составляющие магнитного поля вне пятен. Одна из них квазиоднородная с напряженностями менее 1 Тл, а другая — мультиполярная с напряженностями менее 0.1 Тл. Эти данные послужили основой для создания мультиполярной модели мелкомасштабных магнитных элементов [10].

Согласно модели [10] размер магнитных элементов около 100 км, напряженности поля в их центрах имеют дискретные значения (0.25, 0.62, 0.83, 1 Тл), а полярности с переходом к периферии чередуются. Наблюдения в ИК-линии с магнитографом, на котором регистрируется полный профиль V параметра Стокса, показали, что в активных областях вне пятен измеренные напряженности поля находятся в интервале 100—170 мТл; фактор заполнения составляет 0.3 при дрожании 2" [16]. Различие напряженностей, полученных из анализа зеемановских профилей линий в видимой области спектра [8] и в ИК-линии [16], возможно, обусловлено разностью высот формирования линий. Тем более, что высотные градиенты поля, как дает модель [10] для мелкомасштабных элементов, могут быть большими.

Из ИК-наблюдений [16] и моделей [10, 17] следует, что элементы тонкой структуры выступают как особые образования. Элементы, магнитные потоки которых замыкаются на расстояниях, сравнимых с их размерами, не могут повлиять на спектр магнитного поля, полученный по наблюдениям с пространственным разрешением 1—2", хотя при этом и теряется поток. А повышение разрешения при наблюдениях приведет к тому, что мелкомасштабные элементы выделятся в отдельные образования соответствующих размеров. Влияние элементов с высокой напряженностью скажется на спектре в том случае, если их магнитные потоки замыкаются на расстояниях, превышающих 1—2".

1. *Абраменко В. И., Юрчишин В. Б., Карбоне В.* Масштабная инвариантность токовой спиральности магнитного поля активных областей на Солнце // Кинематика и физика небес. тел.—1998.—14, № 2.—С. 99—108.
2. *Абраменко В. И., Юрчишин В. Б., Карбоне В.* Отклик фотосферного магнитного поля на солнечную вспышку // Кинематика и физика небес. тел.—1998.—14, № 3.—С. 210—218.
3. *Гопасюк С. И.* Структура и динамика магнитного поля в активных областях на Солнце. — М.: ВИНТИ.—1987.—34.—С. 6—77.—(Итоги Науки и Техники. Сер. Астрономия. Солнечные вспышки.)
4. *Гопасюк С. И., Гопасюк О. С., Залесов И. П. и др.* Наблюдения магнитного поля в активных областях на Солнце с цифровым Крымским магнитографом // Кинематика и физика небес. тел.—1999.—15, № 3.—С. 243—253.
5. *Зверева А. М., Северный А. Б.* Магнитные поля и протонные вспышки 7 июля и 2 сентября 1966 года // Изв. Крым. астрофиз. обсерватории.—1970.—41—42.—С. 97—157.
6. *Кадомицев Б. Б.* Коллективные явления в плазме. — М.: Наука., 1976.—238 с.
7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Механика сплошных сред. — М.: ГИТТЛ.—1954.—795 с.
8. *Лозицкий В. Г.* Мелкомасштабная структура солнечных магнитных полей // Кинематика и физика небес. тел.—1986.—2, N 1.—С. 28—35.
9. *Северный А. Б.* Исследование магнитного поля и электрических токов униполярных солнечных пятен // Изв. Крым. астрофиз. обсерватории.—1965.—33.—С. 34—79.
10. *Соловьев А. А., Лозицкий В. Г.* Бессиловая модель тонкоструктурного магнитного элемента // Кинематика и физика небес. тел.—1986.—2, № 5.—С. 80—84.
11. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. — М.: ГИТТЛ, 1956.—620 с.
12. *Таунсенд А. А.* Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1959.—399 с.
13. *Bertozzi A. L., Chhabra A. B.* Cancellation exponents and fractal scaling // Phys. Rev. E.—1994.—49, N 5.—P. 4716—4719.
14. *Lawrence J. K., Ruzmaikin A. A., Cadavid A. C.* Multifractal measure of the solar magnetic field // Astrophys. J.—1993.—417, N 2, Part 1.—P. 805—811.
15. *Ott E., Du Y., Sreenivasan K. R., Juneja A., Suri A. K.* Sign-singular measures: fast magnetic dynamos, and high-Reynolds-number fluid turbulence // Phys. Rev. Lett.—1992.—69, N 18.—P. 2654—2657.
16. *Rabin D.* A true-field magnetogram in a solar plage region // Astrophys. J. Lett.—1992.—390, N 2, Part 2.—P. L103—L106.
17. *Solanki S. K.* Magnetic fields: Observations and theory // The Sun: Proc. 10th European Regional Astronomy Meeting of the IAU, August 24—29, 1987 / Eds L. Hejna, M. Sobotka. — 1987.—Vol. 1.—P. 95—103.
18. *Stenflo J. O.* Magnetic-field structure of the photospheric network // Solar Phys.—1973.—32, N 1.—P. 41—63.
19. *Stenflo J. O.* The Hanle effect and the diagnostic of the turbulent field in the solar atmosphere // Solar Phys.—1982.—80, N 2.—P. 209—226.
20. *Vainshtein S. I., Sreenivasan K. R., Pierrehumbert R. T., et al.* Scaling exponents for turbulence and other random processes and their relationships with multifractal structure // Phys. Rev. E.—1994.—50, N 3.—P. 1823—1835.

Поступила в редакцию 30.07.99