

УДК 520.16+523.31-852+523.9:520.86

**А. Л. Акимов, Л. А. Акимов**

Астрономическая обсерватория Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина  
61022, м. Харьков, вул. Сумская, 35

## **Исследование турбулентной активности атмосферы в день солнечного затмения 11 августа 1999 г.**

*Приводятся результаты измерений амплитуды дрожания солнечного края на телескопе АФР-2 с 4 ч 22 мин по 13 ч всемирного времени 11 августа 1999 г. (длжота места наблюдений 2 ч 28 мин). Средняя квадратичная амплитуда дрожания, максимальная перед началом затмения, уменьшилась втрое при максимальной фазе (0.8) частного затмения и достигла 0.38''. Время релаксации турбулентной активности атмосферы составило 16 мин.*

*ДОСЛІДЖЕННЯ ТУРБУЛЕНТНОЇ АКТИВНОСТІ АТМОСФЕРИ В ДЕНЬ СОНЯЧНОГО ЗАТЕМНЕННЯ 11 СЕРПНЯ 1999 Р., Акимов А. Л., Акимов Л. А. — Приводяться результати вимірювань амплітуди дрижання сонячного краю на телескопі АФР-2 з 4 год 22 хв до 13 год всесвітнього часу 11 серпня 1999 р. (довгота місця спостережень 2 год 28 хв). Середня квадратична амплітуда дрижання, максимальна перед початком затемнення, зменшилась утрічі при максимальній фазі (0.8) часткового затемнення і досягла 0.38''. Час релаксації турбулентної активності атмосфери склав 16 хв.*

*INVESTIGATION OF THE TURBULENT ACTIVITY OF THE ATMOSPHERE ON THE DAY OF THE PARTIAL SOLAR ECLIPSE ON AUGUST 11, 1999, by Akimov A. L., Akimov L. A. — We give the results of the measurements of the solar limb image motion at the AFR-2 telescope from 4<sup>h</sup>22<sup>m</sup> to 13<sup>h</sup> UT (the site longitude is 2<sup>h</sup>28<sup>m</sup>). The r. m. s. value of the image motion amplitude, which was maximum before the eclipse, decreased by three times at the maximum phase (0.8) of the partial eclipse, and was as low as 0.38 arc second. The time relaxation of the turbulent activity of the atmosphere is determined from the delay of the image motion amplitude curve. It amounts to 16 minutes.*

### **ВВЕДЕНИЕ**

Известно, что турбулентная активность тропосферы, минимальная в утренние часы, увеличивается до полудня и затем уменьшается. Это явление хорошо прослеживается при измерениях в приземных трассах, где фиксируется влияние даже кратковременной облачности на флюктуации показателя преломления атмосферы на пути лазерного луча [6].

По измерениям дрожания солнечного края мы можем судить о турбулентной активности всей толщи атмосферы. В работе [5] был измерен суточный ход амплитуды дрожания. Показано, что он слабо зависит от зенитного расстояния Солнца, поскольку в утренние и вечерние часы градиент температуры мал и малы пульсации показателя преломления, но велик оптический путь луча в атмосфере. По таким измерениям трудно судить о времени релаксации турбулентных процессов, поскольку время существенного изменения освещенности заметно меньше времени релаксации. По измерениям в день затмения, особенно если максимальная фаза достигается вблизи полудня, когда конвективная активность максимальна (как это было при наших наблюдениях), можно судить о времени релаксации конвективных процессов более уверенно, поскольку время существенного изменения инсоляции (около 20 мин) гораздо меньше времени суточного изменения.

На турбулентную активность существенно влияет и состояние поверхности Земли в окрестностях телескопа. Город, лес, степь, распаханные поля по разному реагируют на «выключение светила». В Бухаресте, например, вблизи максимальной фазы затмения сгостились облака, а у нас облака полностью рассеялись к моменту максимальной фазы. Поэтому измерения активности атмосферной турбулентности во время частных фаз затмения позволит оценить и влияние ландшафтов на время релаксации турбулентных процессов.

#### ИНСТРУМЕНТЫ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Измерение амплитуды дрожания солнечного края производилось на телескопе АФР-2 в эквивалентном фокусе 7 м. С помощью диафрагмы диаметром 3 см ограничивалось входное отверстие телескопа. Такой диаметр заметно меньше общепринятых размеров атмосферных неоднородностей (около 10 см) и потому фронт падающей на входное отверстие световой волны можно в каждый момент времени характеризовать лишь наклоном к оси телескопа.

В фокусе телескопа установлена прямоугольная диафрагма размером 20" вдоль лимба и 50" в перпендикулярном направлении. Край Солнца выступал на 30" от края диафрагмы. В работе [5] показано, что при таком размере измеряемой области изопланатичность не нарушается.

Свет после диафрагмы и фильтра с эффективной длиной волны 0.56 мкм поступал на катод ФЭУ. Сигнал усиливался операционным усилителем со 100 % отрицательной обратной связью и поступал на интегратор, где накапливался 10 мс. После интегратора через цифровой преобразователь результаты измерений записывались в оперативную память ЭВМ «Искра-1030». Отсчеты производились с частотой 50 Гц. Один интервал измерений (около 10 с), в который входит 512 отсчетов, в дальнейшем мы будем называть одной реализацией. Далее 80-мс информация переписывалась на жесткий диск и измерялась новая порция. 18 интервалов (около 3 мин) составляют серию измерений. Серии повторялись через 8—30 мин с 7 ч 22 мин до 16 ч по киевскому летнему декретному времени.

Телескоп установлен на загородной базе Харьковской обсерватории в степи в междуречье Донца и Оскола. Общая метеорологическая обстановка в день наблюдений была следующая. Утром до 8 ч дул слабый восточный ветер. Затем направление ветра изменилось на юго-западное. В атмосфере наблюдалась слабая дымка. В 12 ч появились конвективные облака. К 13 ч ветер значительно усилился, и большая часть неба была покрыта облаками. В 13 ч 40 мин ветер достиг максимальной силы (10—15 м/с). При сильных

порывах отмечалось дрожание телескопа с частотой 8 Гц. В 14 ч ветер значительно ослабел, облака начали превращаться в дымку и исчезать. К моменту максимальной фазы затмения облака полностью исчезли и прекратился ветер. Температура около башни на высоте 1.5 м снизилась на 2.5°. В 15 ч началось усиление ветра, появились небольшие облака. В 16 ч на небе уже были хорошо развитые кучевые облака.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ОБРАБОТКА

В день затмения, 11 августа 1999 г., было проведено 30 серий наблюдений. Измерялась амплитуда дрожания северного края Солнца, открытого на протяжении всего затмения.

По результатам измерений рассчитывались корреляционные функции

$$K(\tau) = \sum_1^{N-\tau} [u(n) - \bar{u}] [u(n + \tau) - \bar{u}] / N\bar{u}, \quad (1)$$

где  $u(n)$  — величина сигнала,  $n$  — номер отсчета,  $N$  — полное число отсчетов в интервале (512),  $\bar{u}$  — среднее значение сигнала.

Перемещение края Солнца в диафрагме почти пропорционально изменению сигнала с ФЭУ, поскольку изменение яркости фотосферы на расстоянии 30'' от края не превышает 1 % на 1''. При смещении на 5'' эту яркость можно считать линейной функцией смещения, а в первом приближении даже постоянной. Смещение на 1'' приводит к изменению сигнала на 4 %.

Значение корреляционной функции в нуле пропорционально дисперсии смещения, а значению  $K(0) = 0.0001$  соответствует смещение на 0.25''. В табл. 1 представлены результаты обработки наблюдений. В первой графе — номер серии. Во второй — время начала серии (для перехода к местному времени необходимо вычесть 32 мин). В третьем — среднее значение  $\sigma$  по 18 десятисекундным реализациям (корень квадратный из среднего значения корреляционной функции в нуле для всей серии). В четвертой графе приведено минимальное, а в пятой — максимальное значение  $\sigma$  за десятисекундный интервал в данной трехминутной серии. В шестой — относительная освещенность земной поверхности. Освещенность в момент кульминации Солнца принята за 1000.

Освещенность земной поверхности рассчитана следующим образом. По бесселевым элементам затмения, приведенным в ежегоднике, и географическим координатам места наблюдения (долгота 36°56', широта 49°38') были рассчитаны координаты Луны и телескопа в бесселевой системе координат. По ним определено расстояние  $m$  места наблюдения от оси конуса лунной тени [3]. Угловое расстояние между центрами Солнца и Луны, выраженное в радиусах Солнца, составляет

$$l = 2m/(2R - 0.546), \quad (2)$$

где  $R$  — радиус полутени для точки наблюдения.

Далее направим ось  $x$  от центра Солнца через центр Луны, а ось  $y$  — перпендикулярно к этому направлению и к лучу зрения (рис. 1). Необходимо проинтегрировать излучение от видимой части солнечного диска, учитывая, что распределение яркости по диску описывается выражением

$$i = \nu + (1 - \nu)(1 - r^2). \quad (3)$$

Здесь  $r$  — расстояние точки от центра диска, выраженное в радиусах Солнца,  $\nu$  — некоторый коэффициент, который для общего излучения Солнца равен 0.46 [2].

Пусть  $M$  — некоторая точка на лимбе Луны,  $a$  и  $b$  — ее координаты,  $r$  — расстояние до нее от центра Солнца,  $\beta$  — угол между осью  $x$  и

Таблица 1. Результаты обработки наблюдений

| Номер серии | Время киевское                 | $\bar{\sigma}$ | $\sigma_{\min}$ | $\sigma_{\max}$ | Относительная освещенность | Примечание        |
|-------------|--------------------------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------------------|-------------------|
| 1           | 7 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> | 0.62"          | 0.35"           | 0.65"           | 392                        |                   |
| 2           | 7 56                           | 0.72           | 0.48            | 0.77            | 500                        |                   |
| 3           | 8 02                           | 0.68           | 0.60            | 0.81            | 518                        |                   |
| 4           | 8 31                           | 0.61           | 0.42            | 0.76            | 605                        |                   |
| 5           | 9 02                           | 0.74           | 0.60            | 1.00            | 691                        |                   |
| 6           | 9 30                           | 0.61           | 0.52            | 0.80            | 761                        |                   |
| 7           | 10 03                          | 0.86           | 0.62            | 1.12            | 835                        |                   |
| 8           | 10 30                          | 0.92           | 0.62            | 1.29            | 887                        |                   |
| 9           | 11 00                          | 0.97           | 0.66            | 1.56            | 933                        |                   |
| 10          | 11 31                          | 1.06           | 0.73            | 1.46            | 968                        |                   |
| 11          | 12 00                          | 1.15           | 0.77            | 1.67            | 990                        |                   |
| 12          | 12 32                          | 1.11           | 0.78            | 1.50            | 999                        |                   |
| 13          | 13 04                          | 1.04           | 0.73            | 1.56            | 992                        | Начало затмения   |
| 14          | 13 19                          | 0.79           | 0.67            | 1.17            | 886                        |                   |
| 15          | 13 35                          | 0.71           | 0.54            | 0.82            | 694                        |                   |
| 16          | 13 45                          | 0.98           | 0.69            | 1.29            | 549                        | Сильный ветер     |
| 17          | 13 53                          | 0.53           | 0.40            | 0.70            | 440                        |                   |
| 18          | 14 07                          | 0.61           | 0.57            | 0.77            | 277                        |                   |
| 19          | 14 16                          | 0.40           | 0.30            | 0.52            | 231                        | Середина затмения |
| 20          | 14 24                          | 0.38           | 0.27            | 0.47            | 252                        |                   |
| 21          | 14 32                          | 0.40           | 0.34            | 0.45            | 410                        |                   |
| 22          | 14 40                          | 0.42           | 0.28            | 0.54            | 519                        |                   |
| 23          | 14 49                          | 0.40           | 0.31            | 0.46            | 636                        |                   |
| 24          | 14 59                          | 0.53           | 0.45            | 0.64            | 709                        |                   |
| 25          | 15 06                          | 0.50           | 0.39            | 0.63            | 798                        |                   |
| 26          | 15 14                          | 0.62           | 0.37            | 0.95            | 818                        |                   |
| 27          | 15 23                          | 0.61           | 0.47            | 0.75            | 810                        |                   |
| 28          | 15 32                          | 0.58           | 0.36            | 0.69            | 790                        | Конец затмения    |
| 29          | 15 45                          | 0.67           | 0.38            | 0.92            | 760                        |                   |
| 30          | 16 01                          | 0.75           | 0.54            | 1.02            | 720                        |                   |

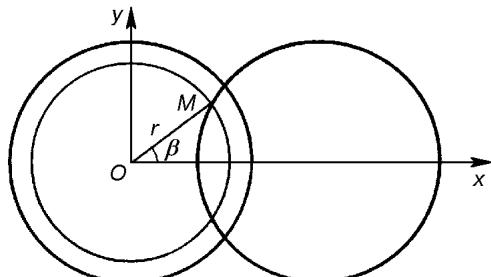


Рис. 1. Схема расчета освещенности от видимой части солнечного диска во время частных фаз затмения

направлением на  $M$ . Для определения  $\beta$  заметим, что  $M$  — точка пересечения лимба Луны (радиус равен 1) с окружностью радиуса  $r$ . Для окружности  $a^2 + b^2 = r^2$ , а для лимба  $(a - l)^2 + b^2 = 1$ . Из этих уравнений получаем координаты точки  $M$ :

$$a = (b^2 + r^2 - 1)/(2l), \quad b = \sqrt{r^2 - a^2}, \quad \beta = \arctg(a/b). \quad (4)$$

Освещенность от части видимого кольца радиуса  $r$  и шириной  $dr$

$$di = 2(\pi - \beta)[0.46 + 0.54(1 - r)]dr. \quad (5)$$

Далее численно определяем  $E = \sum di$ , учитывая, что  $\beta = 0$  при  $l > 1$  и  $r < l - 1$ ; при  $l < 1$  суммирование начинается с  $r = 1 - l$ ;  $\beta = \pi/2$  при  $|a| < dr$ ;  $\beta = \pi + \arctg(a/b)$  при  $a < -dr$ .

Предполагалось также, что освещенность от полного диска пропорциональна косинусу зенитного расстояния.

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

На рис. 2 представлена зависимость  $\sigma$  от времени (точки). Сплошная кривая отражает наши представления о среднем поведении наблюдаемых значений. При этом учтено, что в 13 ч 45 мин был сильный ветер, который мог нарушить монотонность хода кривой, а в 14 ч 7 мин шел интенсивный процесс таяния облаков, и на пути луча мог находиться след только что растаявшего облака, турбулентные свойства которого заметно отличаются от свойств окружающей атмосферы [1].

Из графика видно, что время релаксации турбулентной активности атмосферы составляет 16 мин (с точностью до минуты). Время запаздывания турбулентных процессов относительно кривой освещенности определялось как расстояние между серединами отрезков, соединяющих одинаковые значения на кривой освещенности и на кривой величины  $\sigma$ .

Обращает на себя внимание резкое уменьшение амплитуды дрожания в момент наибольшей фазы затмения. При этом в 14 ч 24 мин средняя квадратичная амплитуда дрожания (за 10-с реализацию) достигла 0.27", что важно для перспективы получения снимков фотосфера с большим пространственным разрешением. При этом совершенно прекратился ветер и растаяли облака. Эффект улучшения качества изображений и улучшения погодных условий ранее отмечался участниками экспедиций Астрономической обсерватории Харьковского университета, организованных для наблюдений солнечных затмений на территории Советского Союза (в 1968, 1981, 1990 гг.). Однако количественных оценок не производилось. Улучшение качества весьма значительно даже при закрытии половины солнечного диска. Явление исчезновения конвективных облаков, по-видимому, свидетельствует о том, что облако — динамическая система, в которой процессы образования и разрушения капель идут постоянно. С прекращением поступления влажного воздуха с конвективными ячейками капли испаряются. При наблюдении полного солнечного затмения на Колыме в 1990 г. мы были свидетелями того, как за полчаса до полной фазы дождь, моросящий уже сутки, прекратился, и к моменту полной фазы сквозь разреженные облака было видно Солнце. Затем облака сгустились, и дождь возобновился.

Амплитуда дрожаний почти не зависела от зенитного расстояния Солнца до 10 ч. Хотя освещенность поверхности увеличилась вдвое. Затем за 2 ч амплитуда увеличилась почти вдвое и достигла максимума к моменту появления первых конвективных облаков, а освещенность увеличилась лишь на 20 %. Этот результат отличается от данных, полученных в работе [5], где отмечается слабая зависимость амплитуды от зенитного расстояния.

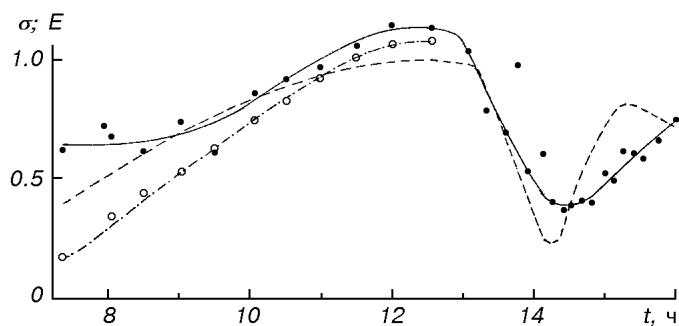


Рис. 2. Зависимость от времени (киевское декретное) средней квадратичной амплитуды дрожания солнечного края (точки) и освещенности земной поверхности (штриховая кривая). Кружки — составляющая амплитуды дрожания, вносимая турбулентностью в нижних слоях атмосферы. Она пропорциональна квадрату освещенности (штрих-пунктирная кривая)

Можно предположить, что при максимальной фазе затмения, когда освещенность такая же, как и в ранние утренние часы величина  $\sigma$  отражает состояние верхних слоев атмосферы, на которые не влияют конвективные процессы в нижней тропосфере. Тогда, используя эту величину  $\sigma$  и предполагая, что она изменяется с зенитным расстоянием по закону

$$\sigma^2(z) = \sigma^2(0)\sec z, \quad (6)$$

можно рассчитать величину  $\sigma$ , вносимую верхними слоями, не участвующими в конвективных процессах во все моменты наблюдения. Далее, предполагая, что дисперсия амплитуды дрожания солнечного края, формирующаяся всей атмосферой, представляется суммой дисперсий ее слоев, можно получить величину  $\sigma$ , формируемую конвективными процессами в нижних слоях атмосферы. На рис. 2 зависимость от времени этой величины представлена кружками. Возрастание амплитуды дрожания, вносимое конвективной зоной, увеличивается с освещенностью поверхности. При этом величина  $\sigma$  хорошо аппроксимируется зависимостью, пропорциональной квадрату косинуса зенитного расстояния Солнца (штрих-пунктирная кривая), т. е. энергия флюктуаций  $\sigma^2$  пропорциональна четвертой степени величины освещенности.

Интерпретация такого результата затруднительна. В известных нам литературных источниках рассматриваются пути диссиляции энергии конвективного движения, особенности передачи ее от больших масштабов к меньшим [7], но механизмы переработки лучистой энергии Солнца в энергию конвективного движения не рассматриваются. Они зависят от характера подстилающей поверхности, от скорости ветра, от влажности, от запыленности атмосферы. Однако решение этой задачи представляет значительный интерес и для метеорологии (формирование конвективных и грозовых облаков), и для исследования астроклиматов.

Необходимо отметить также, что на расстоянии 50 м на север и 500 м на запад от инструмента (ветер юго-западный) располагались распаханные черноземные поля, поверхность которых сильно нагревается Солнцем. Из-за того, что грунт был сухой и рыхлый, теплопроводность его низка, верхний слой быстро нагревается, перерабатывая упавшее на него излучение Солнца в тепловую энергию приземных слоев атмосферы. Это, в свою очередь, способствует частому образованию восходящих конвективных ячеек, которые формируют сверхдиабатический градиент распределения температуры до значительных высот, увеличивая размеры конвективной зоны. Этим, возможно, объясняется отличие наших измерений зависимости амплитуды дрожания солнечного края от зенитного расстояния от аналогичных измерений Калистратовой [5], проводимых в степи под Цимлянском. В справочнике [4] приводятся качественные результаты измерений развития зон турбулентности в ясном небе, свидетельствующие о том, что утром термическая турбулентность возникает в форме сравнительно мелких очагов, которые большей частью образуются у поверхности земли. «Постепенно турбулентное перемешивание охватывает все более толстые и протяженные слои воздуха, а около полудня весь поток может стать турбулентным».

Необходимо отметить, что из-за низкой теплопроводности грунт охладился за короткий промежуток времени и не влиял на турбулентную активность атмосферы в момент максимальной фазы затмения. Таким образом, окружающие распаханные поля при сухом грунте не должны оказывать влияние на качество изображений приочных наблюдениях.

В утренние часы довольно часто на протяжении нескольких секунд амплитуда дрожания не превышает 0.5", что важно для планирования наблюдений с хорошим пространственным разрешением.

Таблица 2. Значения корреляционной функции для трех серий наблюдений

| Номер реализации     | 1-я серия          |     |     |     | 10-я серия |      |      |      | 21-я серия |     |     |     |
|----------------------|--------------------|-----|-----|-----|------------|------|------|------|------------|-----|-----|-----|
|                      | $\tau, \text{ мс}$ |     |     |     |            |      |      |      |            |     |     |     |
|                      | 0                  | 20  | 40  | 80  | 0          | 20   | 40   | 80   | 0          | 20  | 40  | 80  |
| $K(\tau) \cdot 10^6$ |                    |     |     |     |            |      |      |      |            |     |     |     |
| 1                    | 518                | 345 | 246 | 211 | 1248       | 583  | 323  | 224  | 248        | 175 | 142 | 121 |
| 2                    | 508                | 385 | 214 | 172 | 1182       | 733  | 472  | 288  | 218        | 162 | 133 | 100 |
| 3                    | 765                | 570 | 518 | 445 | 856        | 433  | 351  | 230  | 268        | 200 | 170 | 141 |
| 4                    | 319                | 190 | 133 | 102 | 1077       | 643  | 474  | 321  | 240        | 161 | 124 | 111 |
| 5                    | 522                | 340 | 295 | 232 | 1280       | 649  | 441  | 331  | 269        | 210 | 173 | 134 |
| 6                    | 322                | 209 | 171 | 126 | 1739       | 1116 | 913  | 783  | 288        | 233 | 190 | 145 |
| 7                    | 448                | 307 | 251 | 202 | 1006       | 440  | 216  | 84   | 197        | 144 | 121 | 97  |
| 8                    | 525                | 402 | 356 | 310 | 1442       | 904  | 681  | 429  | 184        | 119 | 78  | 45  |
| 9                    | 792                | 624 | 575 | 531 | 1751       | 1111 | 786  | 532  | 223        | 172 | 148 | 133 |
| 10                   | 638                | 418 | 343 | 268 | 1616       | 951  | 692  | 582  | 229        | 166 | 138 | 104 |
| 11                   | 762                | 558 | 463 | 380 | 2425       | 1551 | 1255 | 858  | 325        | 232 | 188 | 148 |
| 12                   | 985                | 680 | 537 | 412 | 1951       | 919  | 618  | 417  | 275        | 169 | 120 | 76  |
| 13                   | 633                | 430 | 322 | 224 | 1741       | 821  | 609  | 407  | 293        | 184 | 144 | 110 |
| 14                   | 588                | 385 | 296 | 259 | 3090       | 1947 | 1646 | 1170 | 286        | 193 | 164 | 133 |
| 15                   | 791                | 487 | 362 | 310 | 2636       | 1222 | 836  | 482  | 234        | 165 | 132 | 98  |
| 16                   | 634                | 435 | 367 | 316 | 1523       | 669  | 427  | 338  | 215        | 147 | 118 | 81  |
| 17                   | 646                | 473 | 371 | 265 | 3396       | 2624 | 2340 | 2023 | 346        | 214 | 171 | 145 |
| 18                   | 572                | 275 | 204 | 138 | 2233       | 1706 | 1512 | 1349 | 317        | 204 | 142 | 93  |

Обращает на себя внимание тот факт, что по мере развития турбулентной активности атмосферы зависимость амплитуды дрожания от времени приобретает все более нестационарный характер. В табл. 2 приведены значения корреляционной функции  $K(\sigma)$  для 18 десятисекундных реализаций для первой серии, полученной в 7 ч 22 мин, десятой серии, полученной в 11 ч 31 мин (за полчаса до появления конвективных облаков) и для 21 серии (14 с 32 мин) вблизи максимальной фазы затмения. В верхней строке —  $\tau$  в миллисекундах. Значения корреляционной функции умножены на  $10^6$ . При развитии турбулентной активности (десятая серия) дисперсия величины дрожания  $K(0)$  изменяется почти в четыре раза. Особенно сильно (на порядок) изменяется низкочастотная составляющая  $K(80)$ , что связано с подъемом конвективных ячеек. При этом в частотном спектре корреляционной функции при больших значениях  $K(0)$  наблюдаются низкочастотные компоненты с периодом в несколько секунд.

1. Акимов Л. А., Акимов А. Л., Дятел Н. П. Влияние турбулентного следа разрушившегося облака на качество изображения Солнца // Кинематика и физика небес. тел.—2000.—16, № 3.—С. 274—280.
2. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М.: Мир, 1977.—446 с.
3. Астрономический календарь (постоянная часть). — М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1962.—772 с.
4. Атмосфера. Справочник.—Л.: Гидрометеоиздат, 1991.—508 с.
5. Калистратова М. А. Измерения дрожания края солнечного изображения // Атмосферная оптика. — М.: Наука, 1968.—С. 12—22.
6. Клиффорд С. Ф. Классическая теория распространения волн в турбулентной среде // Распространение лазерного пучка в атмосфере / Под ред. Д. Строубена. — М.: Мир, 1981.—С. 18—60.
7. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.—548 с.

Поступила в редакцию 05.03.01