

УДК 534.31.337+524.33.337

**В. Р. Халак**

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
03680 Киев ГСП, ул. Академика Зabolотного 27

## **Моделирование поверхностного магнитного поля звезд с помощью нецентрированного радиального диполя**

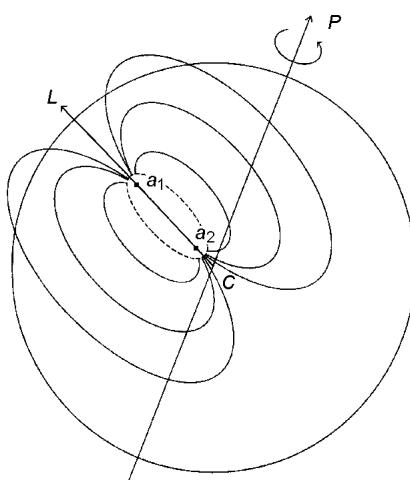
*Используя модель точечных источников поля с мнимыми магнитными зарядами, расположенными в теле звезды, рассмотрено случай нецентрированного радиального магнитного диполя и проанализировано ее применение для описания конфигурации поля на поверхности звезды. В рамках предложенной модели получено явные выражения для напряженности магнитного поля на полюсах нецентрированного диполя. В случае, если собственные размеры диполя намного меньше радиуса звезды, вид данных уравнений полностью согласуется с ранее опубликованными данными других авторов.*

**МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ ЗІР ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЦЕНТРОВАНОГО РАДІАЛЬНОГО ДИПОЛЯ,** Халак В. Р. — Використовуючи модель точкових джерел поля з уявними магнітними зарядами, розташованими в тілі зорі, розглянуто випадок нецентрованого радіального, симетричного магнітного диполя та його застосування для опису конфігурації поля на поверхні зорі. В рамках запропонованої моделі отримано явні вирази для напруженості магнітного поля на полюсах нецентрованого диполя, які повністю узгоджуються з раніше опублікованими даними інших авторів.

**MODELLING OF MAGNETIC FIELD ON STELLAR SURFACE WITH THE USE OF DECENTERED RADIALLY ORIENTED DIPOLE,** by Khalack V. R. — We considered features of the decentered radial magnetic dipole within the model of point field sources with imaginary magnetic charges located inside a star. We analysed the application of the model to describe the field configuration on the stellar surface. Expressions for the magnetic field intensity on the decentered dipole poles were derived. In the case that the dipole sizes are much less than the stellar radius these equations are in excellent agreement with results of other investigations.

### **ВВЕДЕНИЕ**

На сегодняшний день для многих химически пекулярных звезд накоплен значительный объем наблюдений вариаций усредненных по диску звезды модуля поверхностного магнитного поля [12], его продольной составляющей, эффективного магнитного поля [9] и кроссовер-эффекта [10] с фазой осевого вращения звезды. Вариации усредненного поверхностного магнитно-



Модель звезды как наклонного ротатора с радиальным нецентрированным магнитным диполем

претации наблюдательных данных. Кроме того, такая модель может быть полезной при исследовании внутреннего строения и возможного пути эволюции звезды [1].

Для описания поверхностной структуры магнитного поля предлагается использовать модель точечных источников поля с мнимыми магнитными зарядами [3], расположенными в теле звезды, которая позволяет с достаточно высокой точностью описать сложное (а в отдельных случаях далекое от синусоидального закона) поведение наблюдаемых усредненных характеристик магнитного поля [11]. Ниже будет рассмотрена модель радиального симметричного магнитного диполя, центр которогомещен относительно центра звезды, а ось направлена вдоль радиуса-вектора. Конфигурация образованного им на поверхности звезды магнитного поля моделируется с помощью двух одинаковых за модулем разноименных магнитных зарядов, расположенных на оси диполя по одну сторону от центра звезды (см. рисунок).

Свободные параметры предложенной модели и границы их возможных значений детально описаны в работе [3]. Но, к сожалению, не все они являются удобными при моделировании распределения интенсивности магнитного поля на поверхности звезды и его влияния на формирование профилей наблюдаемых спектральных линий. В литературных источниках, как правило, принято выражать характеристики магнитного поля, усередненные по видимому диску звезды, через его напряженность на полюсах магнитного диполя. Это легко сделать в случае центрированного симметричного диполя [5, 15], но несколько сложнее — в случае диполя, смешенного относительно центра звезды [7, 14], особенно когда его собственные размеры одного порядка с размерами звезды. В нашей работе рассматривается именно такой общий случай и вытекающие из него более простые модели звезды как наклонного ротатора с дипольным магнитным полем [15].

#### ПОЛЕ СМЕЩЕННОГО РАДИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

**Общий подход.** Рассмотрим сферически симметричную звезду с твердо-тальным вращением. Для удобства введем две связанные с наблюдателем системы координат (СК) с началом в центре звезды: сферическую, в которой точка  $M$  поверхности звезды радиуса  $R$  задается широтой  $\theta$  и долготой  $\psi$ , и декартову, в которой ось  $Oz$  направлена на наблюдателя, ось  $Ox$  — на северный небесный полюс, а ось  $Oy$  образует с ними правосторон-

го поля наблюдались также для звезд типа Солнца [13] и типа Т Тау [6]. В связи с тем, что магнитное поле влияет на расширение и структуру спектральных линий [4], а следовательно, искажает оценки химического состава звездной атмосферы, важно иметь адекватную модель распределения интенсивности поля по поверхности звезды. На ее основе можно будет строить правильные алгоритмы интерпретации наблюдательных данных.

Кроме того, такая модель может быть полезной при исследовании внутреннего строения и возможного пути эволюции звезды [1].

Для описания поверхностной структуры магнитного поля предлагается использовать модель точечных источников поля с мнимыми магнитными зарядами [3], расположенными в теле звезды, которая позволяет с достаточно высокой точностью описать сложное (а в отдельных случаях далекое от синусоидального закона) поведение наблюдаемых усредненных характеристик магнитного поля [11]. Ниже будет рассмотрена модель радиального симметричного магнитного диполя, центр которогомещен относительно центра звезды, а ось направлена вдоль радиуса-вектора. Конфигурация образованного им на поверхности звезды магнитного поля моделируется с помощью двух одинаковых за модулем разноименных магнитных зарядов, расположенных на оси диполя по одну сторону от центра звезды (см. рисунок).

Свободные параметры предложенной модели и границы их возможных значений детально описаны в работе [3]. Но, к сожалению, не все они являются удобными при моделировании распределения интенсивности магнитного поля на поверхности звезды и его влияния на формирование профилей наблюдаемых спектральных линий. В литературных источниках, как правило, принято выражать характеристики магнитного поля, усередненные по видимому диску звезды, через его напряженность на полюсах магнитного диполя. Это легко сделать в случае центрированного симметричного диполя [5, 15], но несколько сложнее — в случае диполя, смешенного относительно центра звезды [7, 14], особенно когда его собственные размеры одного порядка с размерами звезды. В нашей работе рассматривается именно такой общий случай и вытекающие из него более простые модели звезды как наклонного ротатора с дипольным магнитным полем [15].

#### ПОЛЕ СМЕЩЕННОГО РАДИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

**Общий подход.** Рассмотрим сферически симметричную звезду с твердо-тальным вращением. Для удобства введем две связанные с наблюдателем системы координат (СК) с началом в центре звезды: сферическую, в которой точка  $M$  поверхности звезды радиуса  $R$  задается широтой  $\theta$  и долготой  $\psi$ , и декартову, в которой ось  $Oz$  направлена на наблюдателя, ось  $Ox$  — на северный небесный полюс, а ось  $Oy$  образует с ними правосторон-

нюю систему. Тогда магнитный диполь, произвольным образом расположенный в теле данной звезды, создает в точке  $M$  магнитное поле, вектор которого задается следующими прямоугольными координатами [3]:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{Q_r}{R^2} \left[ \frac{\sin\theta\cos\psi - a_1\sin\theta_1\cos\psi_1}{(1 + a_1^2 - 2a_1D_1)^{3/2}} - \frac{\sin\theta\cos\psi - a_2\sin\theta_2\cos\psi_2}{(1 + a_2^2 - 2a_2D_2)^{3/2}} \right], \\ B_y &= -\frac{Q_r}{R^2} \left[ \frac{\sin\theta\sin\psi - a_1\sin\theta_1\sin\psi_1}{(1 + a_1^2 - 2a_1D_1)^{3/2}} - \frac{\sin\theta\sin\psi - a_2\sin\theta_2\sin\psi_2}{(1 + a_2^2 - 2a_2D_2)^{3/2}} \right], \\ B_z &= \frac{Q_r}{R^2} \left[ \frac{\cos\theta - a_1\cos\theta_1}{(1 + a_1^2 - 2a_1D_1)^{3/2}} - \frac{\cos\theta - a_2\cos\theta_2}{(1 + a_2^2 - 2a_2D_2)^{3/2}} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} D_1 &= \sin\theta\sin\theta_1\cos(\psi - \psi_1) + \cos\theta\cos\theta_1, \\ D_2 &= \sin\theta\sin\theta_2\cos(\psi - \psi_2) + \cos\theta\cos\theta_2. \end{aligned} \quad (2)$$

В приведенных уравнениях (см. рис. 1 в работе [8]) переменные  $Q_r$  и  $a_1, a_2$  задают соответственно абсолютное значение мнимых магнитных зарядов (для обеспечения нулевого магнитного потока через поверхность исследуемой звезды сумма магнитных зарядов диполя должна равняться нулю) и расстояния к ним от центра звезды, выраженные в ее радиусах  $R$ . Переменные  $\theta_1, \psi_1$  и  $\theta_2, \psi_2$  указывают направление на местоположение обоих точечных магнитных зарядов в сферической СК, связанной с наблюдателем. Для определенности примем, что координаты  $(a_1, \theta_1, \psi_1)$  задают положение положительного магнитного заряда.

Видно, что величина мнимых зарядов диполя  $Q_r$  и радиус звезды  $R$  входят в уравнения (1) в виде дроби, и нигде не встречаются порознь. Таким образом, заменой  $B_0 = Q_r/R^2$  мы уменьшаем количество свободных параметров модели на единицу.

В случае симметричного магнитного диполя, смещенного относительно центра звезды, ось которого направлена вдоль радиуса-вектора (радиальный диполь), примем, что положительный точечный магнитный заряд находится ближе к поверхности, чем отрицательный, т. е.  $a_1 > a_2$  (см. рисунок). Тогда справедливы следующие соотношения:  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_r$ ,  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_r$  и, как следует из выражения (2),  $D_1 = D_2 = D_r$ , где координаты  $\theta_r$  и  $\psi_r$  задают направление от центра звезды на магнитные заряды. Таким образом, уравнения (1) для прямоугольных координат вектора поверхностного магнитного поля примут вид

$$\begin{aligned} B_x &= B_0 \left[ \frac{\sin\theta\cos\psi - a_1\sin\theta_r\cos\psi_r}{(1 + a_1^2 - 2a_1D_r)^{3/2}} - \frac{\sin\theta\cos\psi - a_2\sin\theta_r\cos\psi_r}{(1 + a_2^2 - 2a_2D_r)^{3/2}} \right], \\ B_y &= -B_0 \left[ \frac{\sin\theta\sin\psi - a_1\sin\theta_r\sin\psi_r}{(1 + a_1^2 - 2a_1D_r)^{3/2}} - \frac{\sin\theta\sin\psi - a_2\sin\theta_r\sin\psi_r}{(1 + a_2^2 - 2a_2D_r)^{3/2}} \right], \\ B_z &= B_0 \left[ \frac{\cos\theta - a_1\cos\theta_r}{(1 + a_1^2 - 2a_1D_r)^{3/2}} - \frac{\cos\theta - a_2\cos\theta_r}{(1 + a_2^2 - 2a_2D_r)^{3/2}} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} D_r &= \sin\theta\sin\theta_r\cos(\psi - \psi_r) + \cos\theta\cos\theta_r, \\ B_0 &= Q_r/R^2. \end{aligned} \quad (4)$$

В данных условиях положительный магнитный полюс на поверхности звезды будет иметь координаты  $\theta = \theta_p = \theta_r$ ,  $\psi = \psi_p = \psi_r$ , что дает  $D_r = 1$ , в

то время как координаты отрицательного полюса будут  $\theta = \theta_n = 180^\circ - \theta_r$ ,  $\psi = \psi_n = 180^\circ + \psi_r$ , и  $D_r = -1$ . На полюсах диполя вектор магнитного поля направлен вдоль радиуса-вектора звезды (т. е. перпендикулярно к ее поверхности), и следовательно, в сферической СК, связанной с наблюдателем, широта положительного полюса  $\theta_p$  (либо отрицательного полюса  $\theta_n$ ) задает угол наклона вектора поля к лучу зрения.

Таким образом, довольно просто из выражения (3) для продольной составляющей поля  $B_z$  можно получить значение напряженности поверхностного магнитного поля на положительном и отрицательном полюсах диполя:

$$\begin{aligned} B_d^p &= \frac{B_z^p}{\cos\theta_p} = B_0 \frac{(a_1 - a_2)(2 - a_1 - a_2)}{(1 - (a_1 + a_2) + a_1 a_2)^2}, \\ B_d^n &= \frac{B_z^n}{\cos\theta_n} = -B_0 \frac{(a_1 - a_2)(2 + a_1 + a_2)}{(1 + (a_1 + a_2) + a_1 a_2)^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

**Случай магнитного диполя малого размера.** При малом размере магнитного диполя в сравнении с радиусом звезды  $R$  целесообразно перейти от  $a_1$  и  $a_2$  к переменным  $a_0$  и  $a$ , которые задают соответственно расстояния от центра диполя до центра звезды и от центра диполя до обоих точечных магнитных зарядов:

$$\begin{aligned} a_0 &= (a_1 + a_2)/2, \\ a &= (a_1 - a_2)/2. \end{aligned} \quad (6)$$

Величина  $2a$  задает полный размер магнитного диполя и измеряется, как и  $a_0$ , в единицах  $R$ . Соответственно выражение (5) превратится в

$$\begin{aligned} B_d^p &= 4aB_0 \frac{(1 - a_0)}{[(1 - a_0)^2 - a^2]^2}, \\ B_d^n &= -4aB_0 \frac{(1 + a_0)}{[(1 + a_0)^2 - a^2]^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Пренебрегая членами, пропорциональными  $a^2$ , (поскольку  $a \ll 1$ ), получим:

$$\begin{aligned} B_d^p &\approx \frac{4aB_0}{(1 - a_0)^3}, \\ B_d^n &\approx -\frac{4aB_0}{(1 + a_0)^3}. \end{aligned} \quad (8)$$

Следует отметить, что в уравнениях (7), (8) множитель  $4aB_0$  в первом приближении хорошо описывает напряженность поля на полюсах центрированного магнитного диполя  $B_c^p$  при  $a \ll 1$  (см. уравнение (13)).

После замены переменных согласно (6) уравнения (3) для произвольно выбранной на поверхности звезды точки с координатами  $\theta, \psi$  примут вид

$$\begin{aligned} B_x &= B_0 \left[ \frac{\sin\theta\cos\psi - \sin\theta_r\cos\psi_r(a_0 + a)}{(a^2 + E + 2aF)^{3/2}} - \frac{\sin\theta\cos\psi - \sin\theta_r\cos\psi_r(a_0 - a)}{(a^2 + E - 2aF)^{3/2}} \right], \\ B_y &= -B_0 \left[ \frac{\sin\theta\sin\psi - \sin\theta_r\sin\psi_r(a_0 + a)}{(a^2 + E + 2aF)^{3/2}} - \frac{\sin\theta\sin\psi - \sin\theta_r\sin\psi_r(a_0 - a)}{(a^2 + E - 2aF)^{3/2}} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$B_z = B_0 \left[ \frac{\cos\theta - \cos\theta_r(a_0 + a)}{(a^2 + E + 2aF)^{3/2}} - \frac{\cos\theta - \cos\theta_r(a_0 - a)}{(a^2 + E - 2aF)^{3/2}} \right],$$

где

$$E = 1 - 2a_0 D_r + a_0^2, \quad F = a_0 - D_r. \quad (10)$$

При малом размере диполя ( $a \ll 1$ ) уравнения (9) сводятся к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} B_x &\approx \frac{2aB_0}{E^{5/2}} [(3Fa_0 - E)\sin\theta_r\cos\psi_r - 3F\sin\theta\cos\psi], \\ B_y &\approx -\frac{2aB_0}{E^{5/2}} [(3Fa_0 - E)\sin\theta_r\sin\psi_r - 3F\sin\theta\sin\psi], \\ B_z &\approx \frac{2aB_0}{E^{5/2}} [(3Fa_0 - E)\cos\theta_r - 3F\cos\theta]. \end{aligned} \quad (11)$$

#### АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

**Случай центрированного магнитного диполя.** Когда центр симметричного магнитного диполя совпадает с центром звезды ( $a_0 = 0$ ), то выражения (7) упростятся:

$$B_c^p = -B_c^n = \frac{4aB_0}{(1 - a^2)^2}, \quad (12)$$

а при малом размере диполя —

$$B_c^p = -B_c^n \approx 4aB_0 = \frac{4aQ}{R^2}. \quad (13)$$

Именно это выражение использовалось в предыдущих работах [2, 3, 8] для обозначения величины напряженности магнитного поля на полюсах симметричного центрированного диполя.

**Сравнение с данными других исследований.** Ранее модель звезды как наклонного ротора со сферически симметричным смещенным магнитным диполем, размер которого намного меньше радиуса звезды, рассматривалась детально в работах [7, 14]. Напряженность поверхностного магнитного поля определялась там в зависимости от величины смещения центра диполя относительно центра звезды  $a_0$  и от полярного угла, который отсчитывался от точки положительного магнитного полюса на оси диполя. Поэтому в рамках предложенной выше модели предположим, что ось магнитного диполя направлена на наблюдателя своим положительным полюсом ( $\theta_r = 0^\circ$ ). Тогда соответствующим полярным углом, определяющим местоположение точек поверхности звезды, равноудаленных от оси диполя, будет угол  $\theta$  (см. рис. 1 в работе [8]). Вследствие сферической симметрии рассматриваемого диполя при данной ориентации его оси напряженность поверхностного магнитного поля в точках с одинаковым полярным углом будет одной и той же (т. е. не зависит от долготы  $\psi$ ). Следовательно, поскольку согласно уравнению (4)  $D_r = \cos\theta$ , все искомые величины в уравнении (11) тоже будут зависеть только от  $a_0$  и  $\theta$ . Соответственно напряженность поверхностного магнитного поля звезды с учетом наложенных условий ( $\theta_r = 0^\circ$ ,  $a \ll 1$ ) определяется через его прямоугольные координаты (11) следующим образом:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \approx B_c^p \frac{\sqrt{1 + 4a_0^2 - 8a_0\cos\theta + 3\cos^2\theta}}{2(1 + a_0^2 - 2a_0\cos\theta)^2}, \quad (14)$$

где  $B_c^p$  задается выражением (13) и указывает на величину магнитного поля на полюсах центрированного магнитного диполя.

Полученная зависимость от полярного угла  $\theta$  полностью совпадает по форме с приведенной в работе [7]. Следует отметить, что положив в уравнении (14)  $\theta = 0^\circ$ , с учетом (13) мы снова придем к выражению (8), которое также хорошо согласуется с результатами работ [7, 14].

## ВЫВОДЫ

В работе проанализированы особенности модели смещенного относительно центра звезды радиального симметричного магнитного диполя и ее применение для описания структуры поля на поверхности звезды. Получены явные выражения для напряженности магнитного поля на полюсах нецентрированного диполя в общем случае (7) и в случае, когда его собственный размер намного меньше радиуса звезды (8). Последнее выражение, с учетом уравнения (13), полностью совпадает с выражением для напряженности магнитного поля на положительном и отрицательном полюсах нецентрированного симметричного диполя, модель которого детально рассмотрена в работах [7, 14]. Кроме того, вытекающая из уравнений (11) для прямоугольных координат вектора поверхностного магнитного поля зависимость напряженности поля от полярного угла  $\theta$  полностью совпадает по форме с приведенной в работе [7].

Применение описанного выше подхода [3] для моделирования поверхностной структуры магнитного поля звезды дает возможность избежать учета мультиполей высоких порядков и при относительно малом количестве свободных параметров модели довольно точно описывать наблюдаемые сложные (несинусоидальные) вариации характеристик магнитного поля с фазой осевого вращения звезды.

1. Китчанинов Л. Л. Генерация крупномасштабных магнитных полей молодых звезд солнечного типа // Астрон. журн.—2001.—78, № 10.—С. 934—941.
2. Халак В. Р. Варіації кросовера в магнітних СР-зорях // Кінематика і фізика небес. тел.—2001.—17, № 4.—С. 326—330.
3. Халак В. Р., Халак Ю. Н., Шаврина А. В., Полосухина Н. С. О новом подходе к моделированию поверхностного магнитного поля у химически пекулярических звезд // Астрон. журн.—2001.—78, № 7.—С. 655—660.
4. Шаврина А. В., Полосухина Н. С., Зверко Ю. и др. Особенности химического состава и структуры поверхности двух гоАр-звезд (HD 83368 и HD 60435) с «литиевыми пятнами» // Астрон. журн.—2001.—78, № 10.—С. 902—914.
5. Bagnulo S., Landolfi M., Landi Degl'Innocenti E. Multipolar magnetic fields in rotating AP stars: modeling of observable quantities // Astron. and Astrophys.—1996.—308, N 1.—P. 115—131.
6. Basri G., Marcy G. W., Valenti J. A. Limits on the magnetic flux of pre-main-sequence stars // Astrophys. J.—1992.—390, N 2.—P. 622—633.
7. Hensberge H., van Rensbergen W., Goossens M., Deridder G. On the orientation of magnetic and rotation axes in Ap stars // Astron. and Astrophys.—1977.—61, N 1.—P. 235—245.
8. Khalack V. R. Modeling the crossover variability in a differentially rotatting star // Astron. and Astrophys.—2002.—385, N 3.—P. 896—899.
9. Mathys G. Spectropolarimetry of magnetic stars. II. The mean longitudinal magnetic field // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.—1991.—89, N 1.—P. 121—157.
10. Mathys G. Spectropolarimetry of magnetic stars. IV. The crossover effect // Astron. and Astrophys.—1995.—293, N 3.—P. 733—745.
11. Mathys G., Hubrig S. Spectropolarimetry of magnetic stars. VI. Longitudinal field, crossover and quadratic field: New measurements // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.—1997.—124, N 3.—P. 475—497.
12. Mathys G., Hubrig S., Landstreet J. D., et al. The mean magnetic field modulus of Ap stars // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.—1997.—123, N 2.—P. 353—402.
13. Plachinda S. I., Tarasova T. N. Magnetic field variations with a rotation period on solar-like star  $\xi$  Boo A // Astrophys. J.—2000.—533, N 2.—P. 1016—1022.
14. Preston G. Surface characteristics of the magnetic stars // Publs Astron. Soc. Pacif.—1971.—83.—P. 571—584.
15. Stibbs D. W. N. A study of the spectrum and magnetic variable of the star HD 125248 // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1950.—110, N 1.—P. 395—404.

Поступила в редакцию 17.09.02