

УДК 523.24

А. М. КазанцевАстрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка
04053, Київ-53, вул. Обсерваторна, 3**Некоторые особенности распределения
числа астероидов по размерам**

Для изучения распределения астероидов по размерам были отобраны 98252 астероида на орбитах с большими полуосями $2.0 < a < 3.5$ а. е. и эксцентриситетами $e < 0.35$, открытые до 2001 г. Размеры для 1870 из них были взяты из данных КА IRAS. Диаметры остальных тел были оценены по их абсолютным звездным величинам и средним значениям альбедо для нескольких диапазонов гелиоцентрических расстояний. Получены значения параметров k и b в выражении для распределения количества астероидов по размерам $dN = kD^{-b}dD$ для различных интервалов D . Оказалось, что при $D = 70...75$ км значение b минимально и равно примерно 1.1. С уменьшением или увеличением D показатель степени b увеличивается и достигает значений 4.0 при $D < 5$ км и около 2.5 при $D > 100$ км. Зависимость между b и k логарифмическая: $b \propto \lg k$. Для полученных значений k и b количество астероидов с размерами $D \geq 1$ км должно быть больше $7 \cdot 10^6$.

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ РОЗПОДІЛУ ЧИСЛА АСТЕРОЇДІВ ЗА РОЗМІРАМИ, Казанцев А. М. — Для вивчення залежності розподілу астероїдів за розмірами було відібрано 98252 астероїди на орбітах з великими півосями $2.0 < a < 3.5$ а. о. та ексцентриситетами $e < 0.35$, відкриті до 2001 р. Розміри для 1870 з них були взяті із даних КА IRAS. Діаметри інших тіл оцінено за їхніми абсолютними зоряними величинами та середніми значеннями альбедо для кількох діапазонів геліоцентричних відстаней. Одержано значення параметрів k і b у виразі для розподілу кількості астероїдів по розмірах $dN = kD^{-b}dD$ для різних інтервалів D . Виявилось, що при $D = 70...75$ км значення b мінімальне і приблизно дорівнює 1.1. Із зменшенням чи збільшенням розміру показник степені b збільшується, досягаючи значення 4.0 при $D < 5$ км та близько 2.5 при $D > 100$ км. Залежність між b та k логарифмічна: $b \propto \lg k$. Для отриманих значень k і b кількість астероїдів з розмірами $D \geq 1$ км повинна бути більшою від $7 \cdot 10^6$.

SOME PECULARITIES OF ASTEROID-SIZE DISTRIBUTION, by Kazantsev A. M. — We selected 98252 asteroids in the orbits with semi-major axes $2.0 < a < 3.5$ AU and eccentricities $e < 0.35$ discovered before 2001 to study the asteroid-size distribution. The sizes for 1870 of the asteroids were

taken from the data derived by the IRAS spacecraft. The diameters of the rest of the objects were estimated on the basis of their absolute magnitudes H and mean albedo values for several ranges of heliocentric distances. We derived the parameters k and b in the expression for the asteroid-size distribution $dN = kD^{-b}dD$ for various intervals of D . It turned out that the parameter b is minimal and equal to about 1.1 for $D = 70...75$ km. With decreasing or increasing D the exponent b increases and ranges up to 4.0 for $D < 5$ km and to about 2.5 for $D > 100$ km. The relationship between b and k is logarithmic: $b \propto \lg k$. The number of asteroids with $D \geq 1$ km should be more than 7×10^6 for the derived values of k and b .

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день считается общепринятым, что дифференциальное распределение числа астероидов по размерам D (или по массам m) описывается степенной зависимостью типа

$$dN(D) = k_D D^{-b} dD, \quad (1)$$

или

$$dN(m) = k_m m^{-s} dm. \quad (2)$$

Проинтегрировав выражение (1), можно получить число астероидов в интервале размеров от D_1 до D_2

$$N_D = k(D_1^{-(b-1)} - D_2^{-(b-1)}). \quad (3)$$

Здесь имеются в виду распределения всех существующих, а не только открытых астероидов.

В дальнейшем мы будем рассматривать только распределение астероидов по размерам. Очевидно, что переход к распределению по массам очень прост, поскольку параметр s связан с параметром b соотношением

$$s = (b + 2)/3. \quad (4)$$

Большинство подобных исследований заключается в уточнении параметров k и b . В то же время в некоторых работах указывается на невозможность описать распределение астероидов формулами (1) или (2) во всем диапазоне их размеров или масс. По крайней мере для крупных астероидов ($D > 50$ км) формула (3) выполняется достаточно хорошо при значении $b \approx 3$, и вряд ли это значение сильно изменится, поскольку практически все крупные астероиды уже открыты, и их размеры более-менее точно определены. Применима ли эта формула и для мелких тел с диаметрами $D \approx 1$ км — неизвестно, поскольку относительное число известных астероидов с такими размерами небольшое. И хотя общее число открытых малых планет быстро увеличивается, доля астероидов с точно известными размерами остается небольшой.

ОЦЕНКА РАЗМЕРОВ АСТЕРОИДОВ

Наиболее полным каталогом размеров астероидов можно считать каталог [8], составленный по наблюдениям спутника IRAS. Он содержит данные о размерах 1884 астероидов с погрешностью 5 % (1796 тел) или 10 % (88 тел). Некоторыми исследованиями [2] обнаружены также некоторые систематические погрешности каталога. Однако, независимо от точности, эти данные нельзя использовать непосредственно для оценки или уточнения параметров распределения астероидов во всем диапазоне их диаметров, так

как каталог представляет лишь наиболее крупные астероиды. Сравнение с полным каталогом астероидов международного центра малых планет (MPC) на начало 2001 г. показывает, что в каталоге IRAS представлены альbedo и размеры около 96 % открытых астероидов с диаметрами $D > 40$ км. С уменьшением размера доля астероидов с определенными значениями D резко уменьшается.

Каталог международного центра малых планет является, безусловно, наиболее полной выборкой открытых астероидов. На 16 января 2001 г. в нем содержалось 99815 орбит астероидов, 20947 из которых — нумерованные. Мы попытались использовать весь этот каталог из 99815 орбит вместе с данными IRAS о размерах 1884 астероидов для оценки параметров распределения в как можно более широком диапазоне значений D . Поскольку нам известны размеры лишь незначительной части астероидов, то необходимо было хотя бы приблизительно оценить размеры остальных тел. Для этого мы использовали два подхода. В первом подходе была использована известная зависимость размеров астероидов D от их абсолютных звездных величин H :

$$\lg D = 0.2(H_0 - H), \quad (5)$$

где H_0 — среднее значение абсолютной звездной величины астероида диаметром $D = 1$ км. Величина H_0 определялась следующим образом. Подставляя произвольные значения H_0 в формулу (5), вычисляем «теоретические» размеры астероидов (D_i) и определяем их отклонения от соответствующих значений D_1 по данным IRAS: $dD = D_i - D_1$. Искомое значение H_0 определялось из условия минимальности суммы квадратов отклонений dD для всех 1884 астероидов и составило $H_0 = 18.0$. Средняя относительная погрешность для D_1 при этом составила 29 %. Таким образом, размеры остальных открытых астероидов (97931 тело) определялись по формуле

$$D \text{ (км)} = 10^{3.6 - 0.2H}. \quad (6)$$

Необходимо отметить, что такой подход предполагает использование некоторого среднего значения альbedo для всей выборки астероидов. Но, как известно, есть четко выраженная зависимость альbedo астероидов от значения больших полуосей их орбит. Так, в работе [3] весь диапазон значений больших полуосей орбит астероидов главного пояса разделяются на три участка с заметно различными альbedo p_v (табл. 1). Имеет смысл проверить, может ли учет зависимости $p_v(a)$ дать более точные оценки размеров астероидов. Для этого размеры астероидов, не вошедших в каталог IRAS, определялись по стандартной формуле [5, 6]

$$2\lg D = 6.259 - 0.4H - \lg p_v, \quad (7)$$

где p_v соответствуют табл. 1.

Точность размеров астероидов, полученных каждым из двух методов, определялась путем их сравнения с данными каталога IRAS. Для этого были оценены размеры всех астероидов из каталога MPC. Для тех астероидов, размеры которых приведены в каталоге IRAS, определялись разности $\Delta D_{1,2} = D_1 - D_{1,2}$. Здесь D_1 — размер астероида из каталога IRAS, $D_{1,2}$ — размеры полученные двумя разными методами. Средняя относительная погрешность вычислялась из выражения

Таблица 1. Средние значения альbedo астероидов p_v для различных диапазонов больших полуосей орбит a

а, а. е.	p_v
2.0—2.6	0.134
2.6—3.0	0.103
3.0—3.5	0.076

$$S_{1,2} = \frac{1}{N} \sum_N \left| \frac{\Delta D_{1,2}}{D_1} \right|, \quad (8)$$

где $N = 1884$. Оказалось, что относительные погрешности почти совпадают и составляют 29 % и 30 % для первого и второго методов соответственно. Следовательно, размеры астероидов, вычисленные двумя методами, одинаково точны. В дальнейшем использовались размеры, полученные вторым методом (выражение (7)), более употребительным на сегодняшний день.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АСТЕРОИДОВ ПО РАЗМЕРАМ

Следующим этапом работы стало уточнение параметров k и b в распределении (3) астероидов как во всем диапазоне размеров, так и в отдельных участках. Из всех 99815 астероидов были отобраны тела на орбитах со значениями больших полуосей $a < 3.5$ а. е. Таким образом, были отобраны астероиды главного пояса и тела, перешедшие из главного пояса на внутренние орбиты. Таких малых планет оказалось 98252.

Здесь следует особо остановиться на том, что мы включаем в свою выборку астероиды, проникающие глубоко внутрь Солнечной системы (тела групп Аполлона, Амура и Атона). Против этого возможны некоторые возражения, поскольку существует мнение, что такие астероиды могут иметь столкновительную эволюцию, отличную от астероидов главного пояса. На наш взгляд, это не так. Мы придерживаемся общепринятой точки зрения, что все астероиды, проникающие внутрь орбит планет земной группы, перешли на такие орбиты из главного пояса. Кроме того, как показано в работе [1], даже самые мелкие тела среди астероидов групп Аполлона и Амура в подавляющем большинстве не являются продуктами дробления астероидов именно этих групп, а перешли непосредственно из главного пояса. Другими словами, распределение по размерам астероидов этих групп формируется еще в главном поясе и практически не изменяется после их перехода во внутренние зоны Солнечной системы. Поэтому распределение по размерам околоземных астероидов должно быть близким к соответствующему распределению всех астероидов. Некоторые особенности в распределении могут вносить основные семейства астероидов: Флоры, Эос, Фемиды и др. Учет этого фактора будет приведен ниже.

Для оценки параметров k и b достаточно разбить исследуемый диапазон размеров на два участка и определить количество астероидов в каждом участке. Тогда можно записать два уравнения типа (3) с двумя неизвестными. Естественно, чем меньше доля открытых астероидов в данном диапазоне размеров, тем больше будет ошибка определения этих параметров. Кроме этого, определенную ошибку будет вносить и то, что размеры практически всех астероидов определены не с учетом альбедо каждого отдельного астероида, а по формуле (7), где используется лишь абсолютная звездная величина астероида. Однако, хотя средняя относительная погрешность такого вычисления размеров составляет около 30 %, она не должна привести к значительной погрешности в определении параметров k и b . Большая погрешность была бы в том случае, если бы была определенная зависимость между размерами и альбедо астероидов. А предполагать такую зависимость нет оснований. Конечно, при разбиении некоторого диапазона размеров на отдельные участки те или иные астероиды могут ошибочно попадать не в «свои» участки. Однако, если нет зависимости между размерами и альбедо астероидов, то такие «переходы» в значительной степени должны взаимно компенсироваться. Кроме того, для уменьшения вызванной такими «перехо-

Таблица 2. Количества всех (N_1) и нумерованных (N_2) астероидов в некоторых интервалах размеров

D, км	N_1	N_2	N_2/N_1
5— 7	20280	15022	0.741
7—10	10816	5799	0.536
10—15	4260	1085	0.255
15—20	1417	81	0.057
> 20	1874	8	0.004

дами» погрешности мы разбивали диапазон размеров не на два, а на большее число участков. При этом число уравнений типа (3) становится больше числа неизвестных параметров, и значения k и b можно определять, например, методом наименьших квадратов, что даст большую точность.

Важным моментом в нашей работе является определение того минимального размера астероида D_1 , для которого еще можно записывать уравнение (3) без особого ущерба для точности определения k и b . То есть, практически все астероиды с диаметрами $D > D_1$ должны быть открыты. Как уже отмечено, среди астероидов из MPC имеется 20987 нумерованных. Остальные 78858 нумерованные, т. е. открытые позднее. В табл. 2 приведены данные о количестве N_1 всех астероидов и количестве N_2 нумерованных астероидов в нескольких интервалах размеров. Видно, что практически все малые планеты с размерами больше 15 км были открыты среди первых 20 тысяч. Что касается астероидов с диаметрами 10—15 км, то среди первых 20 тысяч их было открыто в три раза больше, чем среди последующих 80 тысяч. Из этого можно сделать вывод, что неоткрытых астероидов с такими размерами осталось совсем мало, и для определения параметров k и b можно выбрать минимальный размер астероидов 10 км. Мы пошли дальше и приняли минимальный размер 7 км. Обсуждение возможных ошибок в результате чрезмерно низкого значения D_{\min} приведем ниже, после оценки параметров k и b .

Расчеты искомых параметров проводились для отдельных узких диапазонов размеров астероидов (от D_{\min} до D_{\max}), которые, в свою очередь, разбивались на несколько (от трех до девяти) более узких участков. Для каждого участка размеров подсчитывалось соответствующее количество астероидов и записывалось уравнение типа (3). Система таких уравнений решалась относительно параметров k и b методом наименьших квадратов. Полученные значения k и b были отнесены к среднему размеру данного диапазона (D_{mid}). Минимальная относительная погрешность параметров k и b получалась при разбиении на девять интервалов. Но в этом случае для определения одной пары значений k и b приходилось выбирать довольно большой участок размеров. Значения параметра b в зависимости от варианта разбиения отличались не больше чем на 10—12 %. Поэтому все дальнейшие результаты приведены для разбиения на четыре интервала.

В табл. 3 для разных диапазонов размеров астероидов приведены полученные значения параметров b и k , а также средняя квадратичная погрешность параметра k при данном b . Ширины диапазонов выбирались большими при больших размерах, чтобы частично компенсировать уменьшение числа астероидов с увеличением D . Для астероидов с $D > 130$ км расчеты не проводились из-за малого числа тел.

Из таблицы и рис. 1 видно, что параметр b существенно зависит от размера астероидов. И хотя при некоторых значениях D наблюдается

Таблица 3. Значения параметров распределения астероидов по размерам в различных интервалах D

$D_{\min} - D_{\max}$	b	$k, 10^3$	$\sigma_k, 10^{-2}$
7-13	3.70	2986	0.395
8-14	3.60	2529	0.120
9-15	3.70	2866	0.357
11-20	4.30	11470	0.199
12-20	4.00	6540	0.320
14-25	3.15	704	0.048
17-30	2.65	202	0.083
20-35	2.45	125	0.042
21-35	2.20	65	0.003
20-40	2.40	110	0.067
25-40	2.40	108	0.034
30-50	2.40	109	0.019
35-50	2.25	69	0.206
35-60	2.00	34.5	0.101
40-70	1.70	15.2	0.018
50-80	1.06	13.3	0.166
60-90	1.10	9.1	0.213
60-100	1.60	12.8	0.467
50-110	1.55	10.8	0.156
70-110	2.10	64	0.090
80-130	2.50	282	0.183

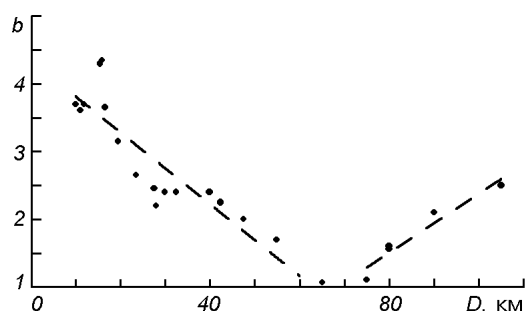


Рис. 1. Зависимость параметра b от размера астероидов D в интервале больших полуосей орбит $2.0 < a < 3.5$ а. е.

заметный разброс, зависимость $b(D)$ просматривается достаточно четко. На наш взгляд, ход полученной зависимости лучше всего описывается двумя отрезками. Некоторая неопределенность остается в минимуме зависимости, где сходятся отрезки. Минимальное значение параметра $b \approx 1.1$ соответствует диапазону размеров 65—75 км. К сожалению, сделанные оценки ограничены минимальным размером тел 7 км. Если принять, что подобная зависимость сохраняется и для астероидов меньших размеров, то при $D \approx 1$ км получим значение параметра $b \approx 4.1$.

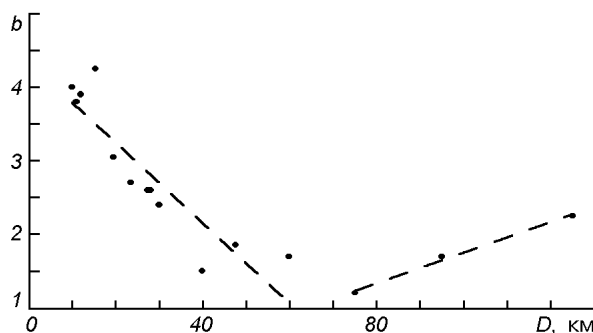
Из данных табл. 3 также следует, что на каждом из двух отрезков функции $b(D)$ между параметром b и k существует логарифмическая зависимость: $b \propto \lg k$. Используя табличные данные, можно получить, что при $b = 4.1$ (т.е. для размеров астероидов $D \approx 1$ км) $\lg k \approx 6.9$. Из выражения (5) видно, что если размеры астероидов выражены в километрах, то k численно равно количеству астероидов с диаметрами $D > 1$ км. Таким образом, количество всех существующих астероидов с $D > 1$ км должно быть $10^{6.9}$ или больше чем $7 \cdot 10^6$.

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЛУЧЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

При построении распределения $b(D)$ нами были сделаны некоторые допущения, которые требуют отдельного обсуждения.

Во-первых, наша выборка астероидов включает и тела, принадлежащие основным семействам. Поскольку члены семейств астероидов могут иметь отличное от остальных астероидов фона распределение по размерам [3], то приведенные значения параметров могут, в принципе, отличаться и от параметров распределений астероидов семейств, и от параметров распределения астероидов фона. Поэтому мы выполнили аналогичные расчеты для тел на орбитах со значениями больших полуосей $2.3 < a < 3.0$, исключив тем самым из рассмотрения наиболее многочисленные семейства: Флоры, Эос и Фемиды. Полученная в этом случае зависимость $b(D)$ представлена на рис. 2. Видно, что она качественно совпадает с зависимостью для всех астероидов главного пояса (рис. 1). Совпадают также и значения параметра b при малых размерах тел.

Рис. 2. Зависимость параметра b от размера астероидов D в интервале больших полуосей орбит $2.3 < a < 3.0$ а. е.



Во-вторых, наши оценки размеров астероидов по формуле (7) с учетом средних значений альбедо для трех диапазонов больших полуосей орбит также могут вносить определенные погрешности в общий вид распределения $b(D)$. Это, однако, может касаться только участка с малыми размерами. Дело в том, что более 90 % данных для тел с диаметром $D > 25$ км взято непосредственно из каталога IRAS, в том числе для тел с $D > 40$ км — более 97 %. Поэтому ход зависимости $b(D)$ при $D > 40$ км не зависит ни от принятой выборки астероидов, ни от метода определения их размеров, и минимум при $D = 65...75$ км можно считать реальным.

Теперь вернемся к выяснению возможных ошибок в результате чрезмерно низкого принятого нами значения $D_{\min} = 7$ км. Очевидно, что чем меньше размеры астероидов, тем большая их часть остается необнаруженной, т. е. для самых мелких астероидов (7—10 км) их количества, которые мы использовали, были, скорее всего, заниженными. Поэтому значения параметров b и k также могут быть только заниженными, и наш вывод о том, что количество всех существующих астероидов с $D > 1$ км должно быть больше чем $7 \cdot 10^6$, также можно принять.

Понятно, что все сделанные выводы справедливы настолько, насколько точны размеры астероидов в каталоге IRAS. Если размеры тел в пределах указанных в каталоге [3] ошибок соответствуют реальности, то наши выводы справедливы и качественно и количественно. Если же, как утверждается в [2], в этом каталоге есть некоторые систематические ошибки, то, вероятно, полученные нами численные оценки (размеры астероидов в минимуме распределения $b(D)$, количество тел с $D > 1$ км) могут претерпеть

некоторые изменения. Однако вывод о наличии минимума в распределении $b(D)$ останется без изменений. Этот вывод в действительности должен относиться к реальному распределению по размерам всех астероидов. Его следует принимать во внимание при разработке механизмов образования и дробления малых планет, в рамках которых и должно быть получено его объяснение.

Автор благодарен Д. Ф. Лупишко за предоставленные материалы и обсуждение работы.

1. Казанцев А. М., Шербаум Л. М. Вклад астероидов групп Аполлона и Амура в образование метеоритов // Вестн. Киев. ун-та. Астрономия.—1989.—Вып. 31.—С. 66—71.
2. Лупишко Д. Ф. Улучшенные IRAS-альбедо и размеры астероидов // Астрон. вестн.—1998.—32, № 2.—С. 141—146.
3. Cellino A., Zappala V., Farinella P. The size distribution of main-belt asteroids from IRAS data // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1991.—253.—P. 561—574.
4. Davis D. R., Weidenschilling S. J., Farinella P., et al. Asteroid collisional history—Effects on sizes and spins // Asteroids II: Proc. of the Conf., Tucson, AZ, Mar. 8—11, 1988 (A90-27001 10-91). — Tucson: Univ. of Arizona Press, 1989.—P. 805—826.
5. Durda D. D., Greenberg R., Jedicke R. Collisional model and scaling laws: a new interpretation of the shape of the main-belt asteroid size distribution // Icarus.—1998.—135, N 2.—P. 431—440.
6. Gehrels T. On the feasibility of observing small asteroids with Galileo, Venera, and Comet-Rendezvous-Asteroid-Flyby missions // Icarus.—1986.—66, N 2.—P. 288—296.
7. Jedicke R., Metcalfe T. S. The orbital and absolute magnitude distribution of main belt asteroids // Icarus.—1998.—131, N 2.—P. 245—260.
8. Tedesco E. F., Veeder G. J. IMPS albedos and diameters catalogue (FP 102) // The IRAS Minor Planet Survey / Eds E. F. Tedesco, G. J. Veeder, J. W. Fowler, J. R. Chillemi. — MA: Phillips Lab., Hanson Air Force Base, 1992.—P. 243—297.

Поступила в редакцию 21.06.02