

УДК 523.98

**А. Н. Кришталь, С. В. Герасименко**Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
03680, Киев ГСП, ул. Академика Заболотного 27**Дисперсия волн в магнитоактивной плазме  
арочных структур с учетом субдрейсеровских  
электрических полей и сильной неоднородности плотности**

*Дисперсионное уравнение для низкочастотных волн в плазме петельных структур в активных областях на Солнце дополнено членами, учитывающими тепловое движение ионов и предельные значения угла между волновым вектором волны и магнитным полем петли. На основании метода Эйлера вычислены корни модифицированного дисперсионного уравнения, представляющего собой полином четвертой степени. Область изменения параметров модели плазмы оказывается возможным разделить на две непересекающиеся подобласти, одна из которых соответствует случаю «слабой» неоднородности плотности, а другая — «сильной». Физические свойства неоднородности во втором случае оказываются близкими к свойствам высокотурбулентного токового слоя в предвспышечном состоянии. Из полученных четырех действительных корней дисперсионного уравнения два соответствуют прямой и обратной кинетическим альвеновским волнам, модифицированным наличием слабого электрического поля и неоднородности плотности. Два других корня соответствуют волнам с аномальной зависимостью фазовой скорости от значения ионного гирорадиуса и степени неизотермичности плазмы.*

**ДИСПЕРСІЯ ХВІЛЬ У МАГНІТОАКТИВНІЙ ПЛАЗМІ АРОЧНИХ СТРУКТУР З УРАХУВАННЯМ НАЯВНОСТІ СУБДРЕЙСЕРІВСЬКИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ І СИЛЬНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ ГУСТИНИ,**  
Кришталь О. Н., Герасименко С. В. — Дисперсійне рівняння для низькочастотних хвиль у плазмі петельних структур в активних областях на Сонці доповнено членами, що враховують тепловий рух іонів та граничні значення кута між хвильовим вектором хвилі і магнітним полем петлі. На основі метода Ейлера одержано корені модифікованого дисперсійного рівняння, що є поліномом четвертого ступеня. Виявляється, що область зміни параметрів моделі плазми можна розділити на дві підобласті, що не перетинаються між собою, причому одна з них відповідає випадку «слабкої» неоднорідності густини, а інша — «сильної». Фізичні властивості неоднорідності в другому випадку виявляються близькими до вla-

ствистей високотурбулентного струмового шару в предспалаховому стані. З отриманих чотирьох дійсних коренів дисперсійного рівняння два відповідають прямій та зворотній кінетичним альвенівським хвилям, модифікованим наявністю слабкого електричного поля та неоднорідності густини. Два інших корені відповідають хвилям з аномальною залежністю фазової швидкості від значення іонного гіорадіуса і ступеня неізотермічності плазми.

*DISPERSION OF THE WAVES IN MAGNITOACTIVE PLASMA WITH SUB-DREICER ELECTRIC FIELD AND STRONG DENSITY INHOMOGENEITY IN ARCH STRUCTURES, by Krysh'tal' A. N., Gerasimenko S. V.*  
*— The dispersion relation for low-frequency plasma waves in the loop structures in solar active regions is supplemented by the terms which take into account the ion thermal motion and boundary values of angle between the directions of wave vector and loop magnetic field. The roots of modified dispersion relation, which turns out to be the polynomial of the fourth order, have been obtained on the base of Euler method. It proved to be possible to divide the close area of varying of plasma model parameters into two non-intersecting subareas, one of which corresponds to the case of «weak» inhomogeneity of density, and another, — to the «strong» one. Physical properties of inhomogeneity in second case turn out to be close to the properties of high-turbulent current layer in preflare stage. Among the obtained four real roots of dispersion relation the first two roots correspond to the direct and inverse kinetic alfvén waves modified by the presence of weak electric field and inhomogeneity of plasma density. The another two roots correspond to a new type of waves with abnormal dependence of phase velocity on ion gyroradius and ratio of electron temperature to ion one.*

## ВВЕДЕНИЕ

Дисперсионное уравнение (ДУ) для низкочастотных волн в плазме арочных структур на Солнце было получено в работе [6] для определенного вида уравнения состояния плазмы [19]. В сравнении с известным уравнением, полученным А. Б. Михайловским в работе [7] (см. уравнение (2.10)), полученное ДУ было модифицировано учетом парных кулоновских столкновений и наличия слабого электрического поля  $E_0$ . Такое квазистатическое крупномасштабное поле, согласно установившейся в последнее время терминологии [20], называется субдрейсеровским, если выполняется соотношение

$$\varepsilon_R = \frac{E_0}{E_D} \ll 1. \quad (1)$$

В соотношении (1)  $E_0$  есть амплитуда внешнего квазистатического электрического поля, в общем случае зависящая от времени, а  $E_D$  — амплитуда соответствующего локального дрейсеровского поля. Это модифицированное дисперсионное уравнение (МДУ) при  $\varepsilon_R = 0$  и  $\nu_{ei} = 0$  (здесь  $\nu_{ei}$  — частота электронно-ионных столкновений) переходит в ДУ из работы [7], решениями которого, как известно, являются две кинетических альвеновских волны (КАВ) — прямая и обратная, — «слегка искаженные» дрейфовыми движениями, и медленная дрейфовая волна. Физические условия и ограничения на основные характеристики плазмы в МДУ из [6] и ДУ Михайловского [7] во многом совпадали. Кроме того, использование условия

$$\beta_A \varepsilon_R > \Omega^* \quad (2)$$

позволило получить относительно компактные выражения для всех четырех

корней МДУ в аналитическом виде. Соотношение (2) описывает ситуацию, когда одна из двух основных причин неустойчивости (электрическое поле или неоднородность плотности) является доминирующей. В выражении (2)  $\beta_A \equiv v_{Te}/v_A$ ,  $v_{Te}$  — тепловая скорость электронов,  $v_A$  — альвеновская скорость,  $\Omega^* = \omega_e^*/(k_z v_A)$ ,  $\omega_e^*$  — дрейфовая скорость электронов, определяемая градиентом плотности,  $k_z$  —  $z$ -я составляющая волнового вектора возмущения, направленного «почти перпендикулярно» к магнитному полю петли  $\mathbf{B}_0$ . Как и в работе [16], предполагается, что  $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{B}_0$ . Численное моделирование, проведенное в [6], показало, что прямая и обратная КАВ имеют среди решений МДУ близкие аналоги. В то же время вместо медленной дрейфовой волны из ДУ [7] в МДУ при  $\epsilon_R \neq 0$  появляются две новых волны, аналитический вид дисперсии которых не допускает такой простой интерпретации, как в первых двух случаях. Численный анализ решений [16] показал, что две волны: та, что соответствует обратной КАВ, искаженной учетом субдрейферовского поля и дрейфовыми движениями, а также та, что соответствует прямой «новой» волне (название условное) являются неустойчивыми. В результате использования физических приближений и ограничений на основные параметры плазмы в [6, 16] были получены пределы изменения следующих величин:  $\epsilon_R$ ,  $z_i \equiv k_\perp^2 v_{Ti}^2 / \Omega_i^2$  — параметра кинетичности ионов ( $v_{Ti}$  — ионная тепловая скорость,  $\Omega_i \equiv eB_0/(m_i c)$  — ионная гирочастота,  $k_\perp$  — перпендикулярная к  $\mathbf{B}_0$  и  $\mathbf{E}_0$  составляющая волнового вектора возмущения);  $t \equiv T_e/T_i$  — отношения электронной и ионной температур;  $k_* = k_z/k_\perp$  — тангенса угла наклона волнового вектора возмущения  $k = \sqrt{k_\perp^2 + k_z^2}$  по отношению к  $\mathbf{B}_0$ . В работе [16] было отмечено, что внутри этих интервалов корни МДУ, соответствующие неустойчивым волнам, получаются действительными, тогда как оставшиеся два корня получаются комплексными.

Основной целью предлагаемого исследования является усовершенствование метода решения МДУ, описанного в работе [6] и расширение области его применения.

Поскольку все физические условия, ограничения на основные характеристики плазмы и система обозначений, используемые в данной работе, остались те же, что и в [16], то имеет смысл подробнее остановиться только на внесенных изменениях в постановку задачи и различиях в расчетах.

1. Отказ от выполнения условия (2) означает возможность исследовать предельно малые значения  $\epsilon_R$ , включая  $\epsilon_R = 0$ . Тем самым обеспечивается законность предельного перехода  $\epsilon_R \rightarrow 0$ , чего не было ранее. Однако в этом случае нет возможности получить решения МДУ в относительно компактном аналитическом виде. Поэтому в данной работе была разработана схема решения МДУ на основании метода Эйлера [9].

2. Использование разработанной схемы решения МДУ позволило учесть вклад в МДУ теплового движения ионов, описываемый членами порядка  $k_z^2 v_{Ti}^2 / \omega^2$  в выражении для  $\text{Re}\epsilon_{||}^0$  из [6]. Этими членами можно пренебречь в расчетах при больших значениях параметра  $k_* \rightarrow (k_*)_{\max}$  и при  $t \rightarrow 1$ , однако их вклад становится значительным при  $t \rightarrow t_{\max}$  и  $k_* \rightarrow (k_*)_{\min}$ . Наличие предельного значения  $k_* = (k_*)_{\max}$  объясняется приближением квазиперпендикулярного направления распространения волнового возмущения:

$$k_* = \frac{k_z}{k_\perp} \ll 1. \quad (3)$$

3. Формально увеличение степени неоднородности плотности плазмы может быть достигнуто двумя способами: уменьшением параметра  $k_*$

(поскольку неоднородность плазмы у нас имеется только в  $X$ -направлении) или «уменьшением» среднего характерного размера неоднородности  $l_e = l_i \equiv l$ . В первом случае уменьшение величины  $k_*$  означает необходимость учета в МДУ малых членов, содержащих величину  $k_*$  в знаменателе. Второй способ гораздо более сложный, и на нем мы подробнее остановимся ниже.

4. Наличие нижней границы у величины  $k_*$  объясняется требованием рассмотрения только действительных корней модифицированного дисперсионного уравнения (МДУ) [6]. Пределы изменения основных параметров плазмы, использовавшиеся в [6, 16]:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \varepsilon_R \leq 0.035, \\ 0.01 &\leq k_* \leq 0.15, \\ 0.05 &\leq z_i \leq 0.20, \\ 1 &\leq t \leq 16, \end{aligned} \tag{4}$$

есть следствие требований чисто математического характера ( $k_* \ll 1$ ,  $z_i \ll 1$ ,  $\varepsilon_R \ll 1$ ), а также физических требований и отражают предвспышечное состояние плазмы в АО. Так, наличие верхней границы у  $t$  объясняется требованием «незначительности» предварительного нагрева электронов [10]. Нижняя граница величины  $\varepsilon_R$  должна быть не нулем, а некоторой очень малой, но все-таки конечной величиной  $\varepsilon_R = (\varepsilon_R)_{\min}$ , соответствующей довспышечному значению амплитуды поля  $E_0$  и равновесному значению амплитуды тока  $I_0$  в контуре вспышечной петли. Нижняя граница значений  $z_i$  определяется условием «локальности» рассматриваемых решений МДУ [7]:

$$\frac{k_y}{k_\perp^2 l} \ll \left[ \frac{m_e}{m_i \beta_\alpha} \right]^{1/2} \equiv \frac{\mu}{\sqrt{\beta_\alpha}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2} k_\perp l} \ll \frac{\mu}{\sqrt{\beta_\alpha}} \tag{5}$$

при

$$\mu \equiv \sqrt{m_e/m_i}, \quad |k_y| = |k_\perp|/\sqrt{2}, \tag{6}$$

$$\beta_\alpha \equiv \frac{8\pi n_0 k_B T_\alpha}{B_0^2}, \quad (\alpha = e, i). \tag{7}$$

Будучи выраженным через длину волны возмущения  $\lambda_\perp$  в перпендикулярном (по отношению к  $B_0$ ) направлении, оно принимает вид

$$\frac{\lambda_\perp}{l} \ll 2\pi \sqrt{\frac{2}{\beta_\alpha}} \mu, \tag{8}$$

что эквивалентно условию применимости геометрической оптики [1]:

$$\frac{\lambda_\perp}{l} \ll 1. \tag{9}$$

С физической точки зрения исследование только действительных корней МДУ означает исключение из рассмотрения комплексных значений приведенной частоты  $\Omega \equiv \omega/k_z v_A$  [16], в которых мнимая часть сравнима по величине с действительной. Такие значения фактически соответствуют срыву волнового процесса либо в результате аperiодической неустойчивости, либо аperiодического затухания [7]. Численный эксперимент, проведенный в данной работе, показал, что требование отсутствия мнимой части у решений МДУ, дополненное требованиями (1), (3), (5), (8), и (9),

позволяет замкнутую область (4) в 4-мерном пространстве параметров  $\varepsilon_R$ ,  $k_*$ ,  $t$ ,  $z_i$  заменить двумя непересекающимися замкнутыми областями, значения параметров внутри которых описывают совершенно различные физические ситуации в предвспышечном состоянии арочной структуры.

#### МОДИФИЦИРОВАННОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ С УЧЕТОМ ТЕПЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ ИОНОВ И ПРЕДЕЛЬНО МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЙ $k_*$

В работе [6] было показано, как известное уравнение для низкочастотных плазменных волн в замагниченной плазме [7]

$$\varepsilon_{\parallel} \left( 1 - \frac{v_A^2}{c^2} \Omega^2 \varepsilon_{\perp} \right) + k_*^{-2} \varepsilon_{\perp} = 0, \quad (10)$$

где  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  — «продольная» и «поперечная» части скалярной диэлектрической проницаемости, может быть выписано формально в том же виде с учетом наличия кулоновских столкновений и субдрейсеровского поля. С помощью условий (1), (2), (7) и (9) его можно привести к полиномиальной форме

$$\text{Re}D(\omega, \mathbf{k}, x) = a\Omega^4 + b\Omega^3 + c\Omega^2 + d\Omega + e = 0 \quad (11)$$

и решить в аналитическом виде с помощью метода Эйлера [9]. В случае слабой неоднородности, когда выполнялись соотношения [16]

$$0.025 \leq \varepsilon_R \leq 0.035, \quad (12)$$

$$\rho \equiv \rho_i/l \approx 10^{-4} \quad (13)$$

(здесь  $\rho_i$  — ионный гирорадиус), малость членов порядка  $k_z v_{Ti}^2 / \omega^2$ , входящих в выражение для  $\text{Re}\varepsilon_{\parallel}^0$ , обеспечивалось выполнением условия

$$v_{Ti} \ll \omega/k_z \ll v_{Te} \quad (14)$$

для фазовой скорости возмущения в  $z$ -направлении. Разделив обе части соотношения на величину  $v_A \equiv c\Omega_i/\omega_{pi} \neq 0$  ( $\omega_{pi}$  — плазменная ионная частота), соотношение (14) можно записать в виде

$$\frac{\mu\beta_A}{\sqrt{t}} \ll \Omega \ll \beta_A \equiv \frac{v_{Te}}{v_A}. \quad (15)$$

Из (15) следует, что даже в случае, названном нами случаем «слабой» неоднородности при  $t \rightarrow 1$ , легитимными (т. е. «правильными») являются только те корни МДУ, для которых величина  $|\Omega|$  мало отличается от 1, поскольку, как было указано в [6],  $\beta_A = 10$  и  $\mu\beta_A \approx 0.233$ . В этом смысле КАВ являются легитимными при любых значениях  $t = T_e/T_i$ . В то же время решения МДУ (11), для которых  $|\Omega| \sim \mu\beta_A$ , являются правильными решениями дисперсионного уравнения только при  $t \geq 10$ .

Учет теплового движения ионов и предельно малых значений  $k_*$  резко усложнил расчеты в процессе сведения МДУ (10) к полиномиальной форме (11). Оказалось, что коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  получаются гораздо более громоздкими, чем в ситуации, рассмотренной ранее в работе [6]:

$$a = 1 + \tau_*, \quad \tau_* = \sqrt{\frac{2\pi}{z_i t}} \frac{\nu\mu}{k_*}, \\ \nu \equiv \sigma v_{ei}/\Omega_i, \quad \sigma \in [1; 1.5]; \quad (16)$$

$$b = \frac{\Omega^*}{t} - 2\beta_A \varepsilon_R - \tau_* \left[ 2\beta_A \varepsilon_R + \Omega^* \left( 1 - \frac{1}{t} \right) \right], \quad (17)$$

$$\begin{aligned} c = & -1 - z_i t + \\ & + \tau_* \left[ -1 - \frac{\beta \nu}{2} (z_i t + \Omega^*) - (2\beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) \left( \frac{\Omega^*}{t} - \frac{\beta_A \varepsilon_R}{2} \right) - \beta_A \varepsilon_R \left( \beta_A \varepsilon_R + \frac{\Omega^*}{2} \right) \right] - \\ & - \beta_A^2 \mu^2 \left( 1 - \frac{\tau_*^2}{2\pi\mu^2} \right) - 2\beta_A \varepsilon_R \left( \frac{\Omega^*}{t} - \frac{\beta_A \varepsilon_R}{2} \right), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} d = & 2\beta_A \varepsilon_R (1 + z_i t) - z_i \Omega^* + \\ & + \tau_* \left[ 2(\beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) + \beta_A \varepsilon_R (\beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) \frac{\Omega^*}{t} + \beta_A^2 \varepsilon_R \nu \left( z_i t + \frac{\Omega^*}{2} \right) \right] + \\ & + \beta_A^2 \varepsilon_R^2 \frac{\Omega^*}{t} - \beta_A^2 \mu^2 \left[ \tau_* \beta_A \nu - \left( 1 - \frac{\tau_*^2}{2\pi\mu^2} \right) \frac{\Omega^*}{t} \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$e = 2\beta_A \varepsilon_R z_i \Omega^* - \beta_A^2 \varepsilon_R^2 (1 + z_i t) - \beta_A^2 \mu^2 \left( -1 + \frac{\tau_*^2}{2\pi\mu^2} + \frac{\tau_* \beta_A \nu \Omega^*}{\sqrt{2\pi} t} \right). \quad (20)$$

Введение множителя  $\sigma$  в выражение (16) для  $\nu$  представляет собой уже описанный ранее в работах [17, 18] прием, используемый для учета вклада в МДУ столкновений частиц одинаковых знаков. Нижняя граница  $\sigma = 1$  соответствует случаю, когда

$$\nu_{ei} \gg \nu_{ee}, \nu_{ii},$$

а верхняя граница  $\sigma = 1.5$  отражает тот факт, что при  $\sigma > 1.5$  у МДУ (11) с коэффициентами (16)–(20) появляются комплексные корни.

На рис. 1 приведена схема алгоритма вычисления корней уравнения 4-й степени, основанная на методе Эйлера [12, 23].

Необходимым и достаточным условием того, чтобы все четыре корня исходного МДУ (11) были действительными [23], является выполнение требования

$$D < 0. \quad (21)$$

Условие (21) накладывает достаточно жесткие ограничения на значения основных физических параметров плазмы. Именно оно, наряду с уже упоминавшимися ограничениями, позволило разделить область изменения параметров, описывающуюся соотношениями (4), на два непересекающихся подмножества, каждое из которых соответствует различным физическим ситуациям в АО накануне вспышки.

#### ЗНАЧЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПЛАЗМЫ ДЛЯ СЛУЧАЕВ «СЛАБОЙ» И «СИЛЬНОЙ» НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Специфика используемой модели плазмы такова, что условие

$$\rho = \frac{\rho_1}{l} \ll 1 \quad (22)$$

будет выполняться как в случае «слабой», так и в случае «сильной» неоднородности, хотя сама величина  $\rho$  при переходе от одного типа неоднородности к другому может изменяться на несколько порядков. Оч-

## ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

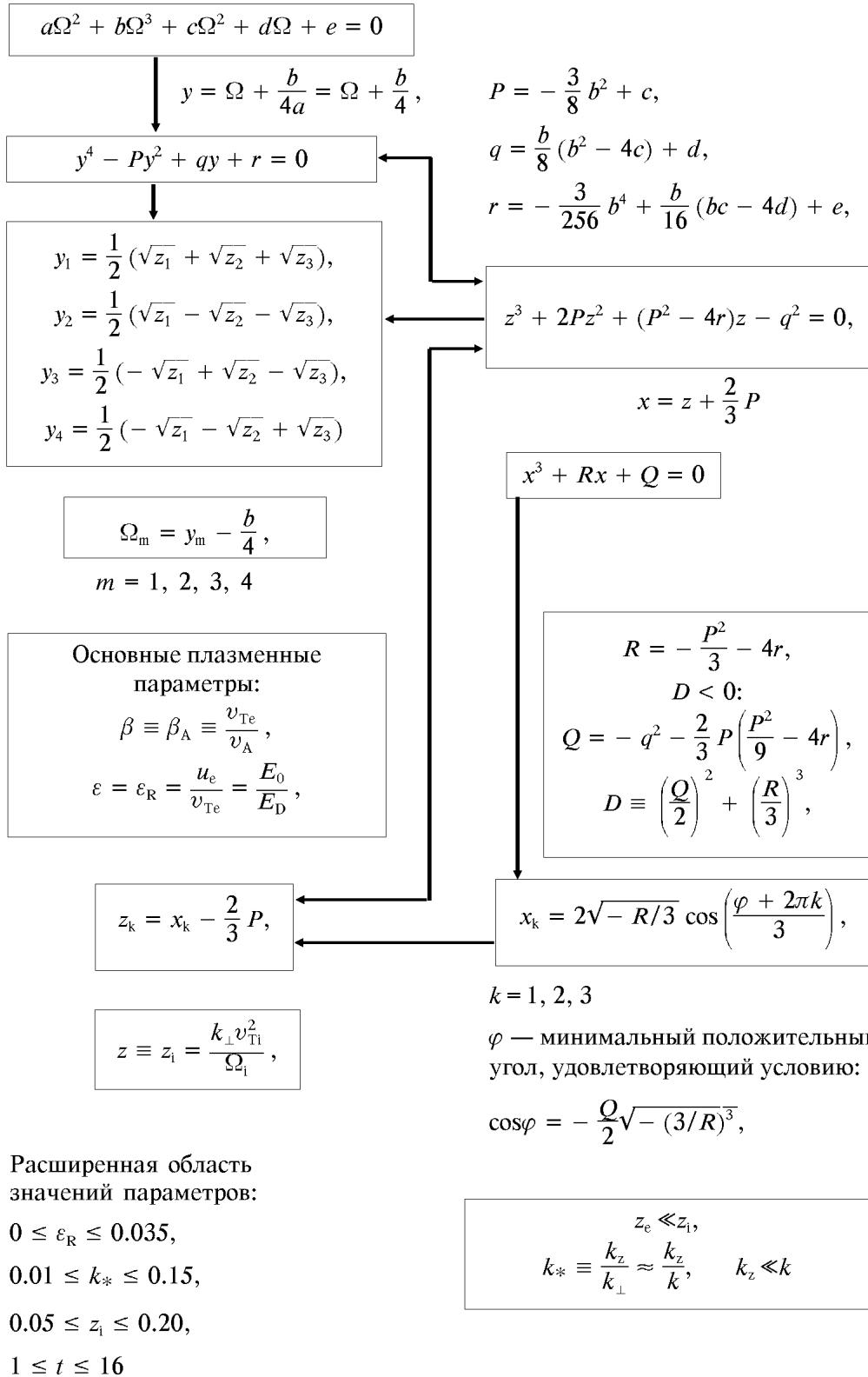


Рис. 1. Алгоритм вычисления корней дисперсионного уравнения (11) по методу Эйлера

видно, что неоднородность следует называть «слабой», если для нее величина  $\rho$  имеет предельно малые, а величина  $k_*$  — предельно большие возможные значения. В противном случае — при максимальном возможном  $\rho$  и минимальном  $k_*$  — неоднородность следует называть «сильной». Учитывая то, что мы изначально работаем в пределах длинноволнового приближения

$$z_e \ll z_i \ll 1 \quad (23)$$

и рассматриваем только локальные «по Михайловскому» [7] решения МДУ, предельно большие возможные значения  $z_i$  должны соответствовать случаю «сильной» неоднородности, а предельно малые значения — случаю «слабой» неоднородности. В случае «слабой» неоднородности нет никаких ограничений на значение параметра  $t$  сверху, поэтому желательно выбирать ее предельно низкой вплоть до  $t \rightarrow 1$ . Однако справедливо это только для волн, достаточно близких к кинетическим альвеновским волнам [13, 15] с  $|\Omega| \approx 1$ , тогда как для волн с  $|\Omega| \ll 1$  необходимо брать  $t$  как можно больше, чтобы обеспечить выполнение условия (15). Малые же значения  $t$  хороши тем, что в этом случае нет необходимости объяснения механизма предварительного подогрева электронов в предвспышечном состоянии [4]. Для того чтобы определить пределы изменения величины  $\epsilon_R$  в случаях «слабой» и «сильной» неоднородностей, используемых ранее ограничений недостаточно: необходим выбор конкретного механизма вспышки. В качестве такового будем использовать известный механизм Хейвертса—Приста—Раста [14], в котором предвспышечное состояние характеризуется взаимодействием двух магнитных потоков: «старого», проходящего через токонесущий контур уже существующей вспышечной петли, и «нового», всплывающего из-под фотосферы [11]. Предполагалось, что взаимодействие происходит таким образом, что сначала, когда всплывающий поток еще далеко, в результате наведения дополнительной э. д. с. в старом контуре достаточно быстро увеличивается амплитуда поля  $E_0(t)$ , т. е. увеличивается  $\epsilon_R$ . В работе [21] на основе анализа данных наблюдений получены оценки амплитуды этого поля и темпов его роста. Характерные размеры  $l$  неоднородностей плотности плазмы составляют, как минимум, десятки километров, и величина  $\rho$  получается настолько малой, что практически дрейфовые движения не оказывают никакого влияния на дисперсию генерируемых волн. Единственным подходящим характерным размером неоднородности, который позволяет не считать это влияние исчезающе малым, может быть только толщина поверхностного переходного слоя, отделяющего плазму в «теле» вспышечной петли от окружающей плазмы атмосферы АО. В расчетах предполагалось, что в этом случае  $l = 2$  км. Нижняя граница значений  $\epsilon_R$  реально есть ненулевая величина, поскольку в токонесущей «старой» петле ток есть всегда, — и перед вспышкой, и задолго до нее. Обозначив эту величину  $(\epsilon_R)_{EQ}$  ( $\epsilon_R$ -равновесное), оценку для нее можно получить из следующих соображений. Плотность тока в петле запишем в стандартном виде:

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R_0^2}, \quad (24)$$

где  $I$  — сила тока, а  $R_0$  — малый радиус петли, имеющей вид тора. С другой стороны,

$$J = en_0 u_e = \sigma E_0, \quad (25)$$

где «токовая» скорость электронов [1]

$$u_e = \frac{eE_0}{m_e v_{ei}}, \quad (26)$$

а кулоновская проводимость [12]

$$\sigma = \frac{n_0 e^2}{m_e v_{ei}}. \quad (27)$$

Для рассматриваемого случая слабого поля

$$(\varepsilon_R)_{EQ} = \frac{E_0}{E_D} = \frac{u_e}{v_{Te}} \quad (\ll 1), \quad (28)$$

когда электрон-ионные столкновения доминируют

$$v_{\text{эфф}} = v_{ei}, \quad (29)$$

( $v_{\text{эфф}}$  — эффективная частота столкновений), из соотношений (24)–(29) следует, что

$$(\varepsilon_R)_{EQ} = \frac{I}{\pi R_0^2 n_0 e v_{Te}}. \quad (30)$$

При заданном уравнении состояния плазмы из [19] ( $n_0 = 6.89 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_i = 4.47 \cdot 10^5 \text{ K}$ ), считая, что  $I = 10^{12} \text{ А}$  [3], а  $R_0 = 10^8 \text{ см}$  [4], из соотношения (30) получаем значение  $(\varepsilon_R)_{EQ} = 1.1 \cdot 10^{-5}$ .

Никаких жестких требований относительно верхней границы интервала для  $\varepsilon_R$ , кроме условия (1), нет. Мы полагали в расчетах, что для случая «слабой» неоднородности имеет место соотношение

$$(\varepsilon_R)_{\max} \approx 10(\varepsilon_R)_{\min} \approx 10(\varepsilon_R)_{EQ} = 10^{-4}, \quad (31)$$

т. е.

$$10^{-5} \leq \varepsilon_R \leq 10^{-4}. \quad (32)$$

В случае «сильной» неоднородности в рамках модели Хейвертса—Приста—Раста [14] взаимодействие потоков происходит в более поздний момент времени на фоне постоянного увеличения амплитуды квазистатического поля  $E_0(t)$ . К этому времени потоки уже достаточно тесно соприкоснулись друг с другом, результатом чего явилось образование нового физического объекта в плазме, который очень условно можно назвать «предтоковым» слоем (ПТС), представляющим собой некую переходную стадию между неоднородной плазмой приповерхностной области петли и токовым слоем [10]. Предполагается, что ПТС образуется там же, где раньше была «слабая» неоднородность, и наименьший характерный размер ПТС, т. е. его толщина в направлении оси  $X$ , становится теперь характерным размером неоднородности. Со «слабой» неоднородностью ПТС объединяет уравнение состояния  $n_0 = 6.89 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_i = 4.47 \cdot 10^5 \text{ K}$  [19], наличие в нем достаточно однородного магнитного поля  $B_0 = 12 \text{ мТл}$  и пренебрежимо малые значения относительных градиентов температуры и магнитного поля в сравнении с относительным градиентом плотности. С токовым слоем ПТС объединяет геометрическое подобие, т. е. наличие толщины, ширины и длины (причем толщина на несколько порядков меньше двух остальных размеров), большие значения параметра  $t = T_e/T_i$  и наличие достаточно развитой турбулентности. В качестве последней, как и в работе [10], рассматривалась ионно-звуковая турбулентность (ИЗТ). В случае ИЗТ величину  $v_{ei}$  в расчетах следует заменить на величину  $v_{\text{эфф}}$ , которая, как и в [10], вычислялась по формуле

$$\nu_{\text{эфф}} = \frac{u_e}{c_s} \frac{\omega_{\text{Pi}}}{100}, \quad (33)$$

где  $c_s$  — скорость звука. В случае сильного превышения температуры электронов  $T_e = 7 \cdot 10^6$  К над температурой ионов  $T_i = 4.47 \cdot 10^5$  К, когда  $t = 15.66$ , величина  $\nu_{ei}$ , вычисляемая по стандартным формулам для кулоновской проводимости [12], уменьшается в  $t^{3/2} = 61.97$  раза. В то же время величина  $\nu_{\text{эфф}}$  по формуле (33) получается всего лишь в 2.6 раза больше, чем  $\nu_{ei}$  для случая, когда  $T_e = T_i = 4.47 \cdot 10^5$  К. Поскольку в случае ИЗТ, когда  $\nu_{\text{эфф}} \gg \nu_{ei}$ , вместо  $\varepsilon_R$  следует брать величину [11]

$$\varepsilon_R^* = \frac{\nu_{\text{эфф}}}{\nu_{ei}} \varepsilon_R, \quad (34)$$

то верхнюю границу параметра  $\varepsilon_R$  в случае «сильной» неоднородности и образования ПТС следует брать как минимум на два порядка больше, чем в случае «слабой» неоднородности. Значения  $T_e$  и  $B_0$  были взяты из работы [10] для модели нейтрального ВТТС (высоко-турбулентного токового слоя) с насыщенной ИЗТ, причем следует отметить, что концентрация плазмы снаружи слоя ( $n_0^* = 10^{10}$  см $^{-3}$ ) и внутри слоя ( $n_s^* = 5.5 \cdot 10^{10}$  см $^{-3}$ ) не сильно отличаются от использовавшегося нами значения  $n_0 = 6.89 \cdot 10^{10}$  см $^{-3}$ , а величина  $B_0 = 12$  мТл в [10] есть магнитное поле вблизи слоя.

Следует подчеркнуть, что не нужно придавать большого значения близости значений параметров ПТС и моделей ВТТС из [10]. В наши задачи не входило исследование условий возникновения и динамики развития токового слоя и его «предтокового» состояния. Фактически мы определили диапазоны изменений основных характеристик плазмы в приповерхностном слое вспышечной петли при максимально возможной степени неоднородности плотности, т. е. на пределе применимости формализма локальных решений МДУ [7]. Важным в данном случае нам представляется то, что даже в такой предельной постановке объект, условно названный нами ПТС, обладает весьма реалистичными [10, 22] физическими свойствами. Таким образом, исходная замкнутая область (4) в пространстве параметров  $z_i$ ,  $t$ ,  $k_*$ ,  $\varepsilon_R$  «расщепляется» на следующие два непересекающиеся подмножества.

1. В случае «слабой» неоднородности для  $|\Omega| \approx 1$

$$\begin{aligned} 10^{-5} &\leq \varepsilon_R \leq 10^{-4}, \\ 1 &\leq t \leq 6, \\ 0.08 &\leq z_i \leq 0.15, \\ 0.10 &\leq k_* \leq 0.15. \end{aligned} \quad (35)$$

Для  $|\Omega| \ll 1$  диапазон изменения параметра  $t$  будет иметь вид

$$10 \leq t \leq 16,$$

а все остальные неравенства в (35) остаются без изменений. Напомним, что в случае «слабой» неоднородности

$$\begin{aligned} n_0 &= 6.89 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}, \quad T_i (= T_e \text{ при } t = 1) = 4.47 \cdot 10^5 \text{ К}, \\ B_0 &= 3.13 \text{ мТл}, \quad \rho_i = 20.23 \text{ см}, \quad l = 2 \text{ км}, \quad \rho = \rho_i/l = 1.0115 \cdot 10^{-4}, \\ \nu_{\text{эфф}} &= \nu_{ei}, \quad \nu \equiv \frac{\nu_{ei}}{\Omega_i} = 1.92 \cdot 10^{-2}, \quad (\sigma\nu)_{\max} = 0.03. \end{aligned}$$

## 2. В случае «сильной» неоднородности

$$\begin{aligned} 10^{-3} \leq \varepsilon_R &\leq 10^{-2}, \\ 10 \leq t &\leq 16 \quad (\text{или } t = 15.66), \\ 0.15 \leq z_i &\leq 0.20, \\ 0.05 \leq k_* &\leq 0.06. \end{aligned}$$

В этом случае  $\nu_{\text{эф}} \gg \nu_{\text{ei}}$  и определяется формулой (33) [5, 10], т. е. для того же уравнения состояния

$$\nu^* \equiv \frac{\nu_{\text{эф}}}{\Omega_i^*} = 1.29 \cdot 10^{-2}$$

при  $B_0 = 12$  мТл. Остальные параметры имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} T_e &= 7 \cdot 10^6 \text{ К}, \quad \beta_A = v_A/v_{Te} = 10.34, \\ \rho_i &= 5.28 \text{ см}, \quad l = 28.5 \text{ м}; \quad \rho = 1.85 \cdot 10^{-3} \\ \lambda_\perp &= 2.85 \text{ м при } z_i = 0.2. \end{aligned}$$

### РЕШЕНИЯ МДУ В СЛУЧАЕ «СЛАБОЙ» И «СИЛЬНОЙ» НЕОДНОРОДНОСТЕЙ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Вид четырех корней МДУ (11)  $\Omega_m = \Omega_m(z_i, t)$ ,  $m = 1, 2, 3, 4$  приведен на рис. 2, *a—e*. В области (35) функции  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  практически не зависят от  $\varepsilon_R$ , тогда как функции  $|\Omega_3|$  и  $\Omega_4$  являются медленно растущими функциями  $\varepsilon_R$ . Поэтому значения  $\varepsilon_R$  (как и значения  $k_*$ ) выбраны на правой границе интервала (35). В силу специфики используемого метода решения МДУ (11), мы не имеем возможности получить функции  $\Omega_m$  в аналитическом виде. Поэтому в данной работе уделено особое внимание сравнению «морфологических» особенностей решений  $\Omega_m(z_i, t)$  с известными решениями дисперсионных уравнений в схожих физических ситуациях. На рис. 3, *a* приведен график функции

$$\Omega_6 = -\sqrt{1 + z_i \left( t + \frac{3}{4} \right)}$$

— обратной КАВ [2, 13], имеющей фазовую скорость вдоль оси  $Z$  в сторону  $Z < 0$  (к фотосфере). При этом предполагается, что прямая КАВ имеет вид

$$\Omega_5 = +\sqrt{1 + z_i \left( t + \frac{3}{4} \right)}.$$

Напомним, что в используемых обозначениях обратная альвеновская волна описывается соотношением

$$\Omega_8 = -1,$$

а прямая —

$$\Omega_7 = +1.$$

Наконец, на рис. 3, *b* представлен график обратной КАВ «по Йонсону» [15], определяемой уравнением

$$\Omega_{10} = -\sqrt{1 + \beta + z_i(t + 1)}.$$

Прямая КАВ  $\Omega_9$  отличается от  $\Omega_{10}$  только знаком. Из сравнения

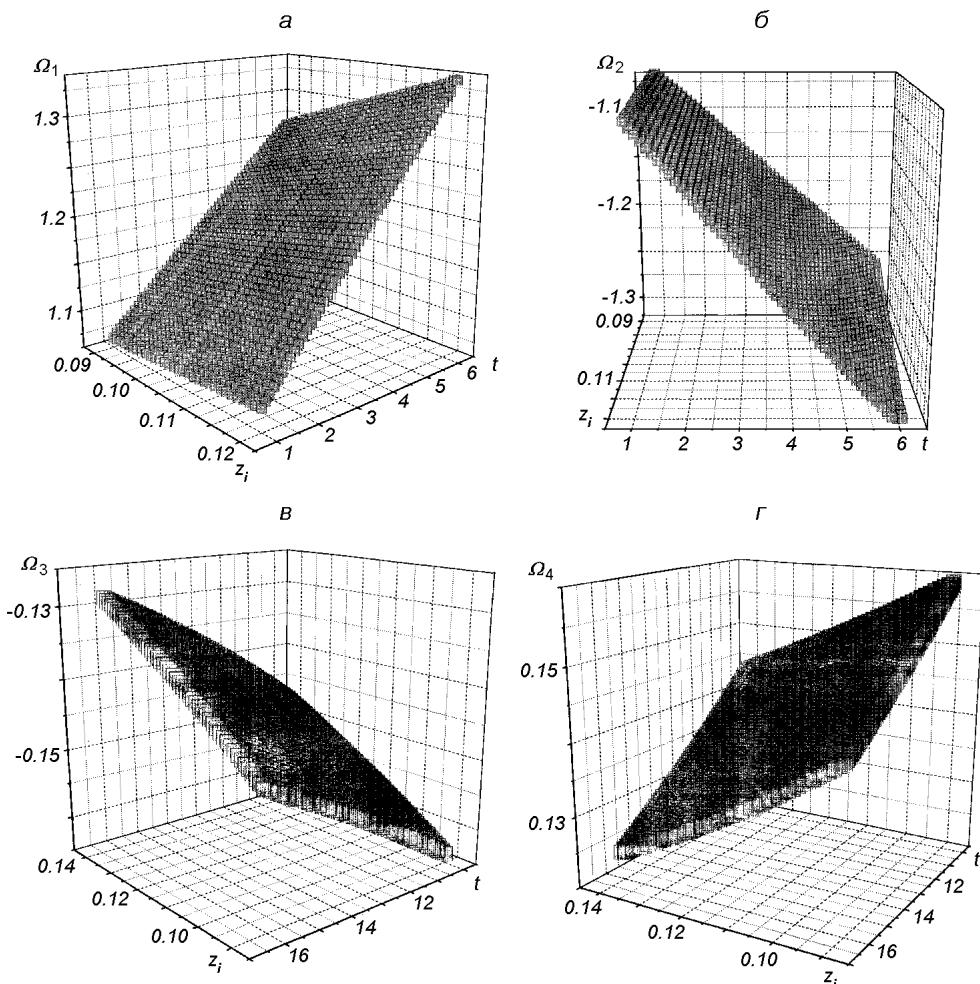


Рис. 2. Вид корней дисперсионного уравнения (11) для случая «слабой» неоднородности при  $k_* = 0.12$  и  $\epsilon_R = 10^{-4}$

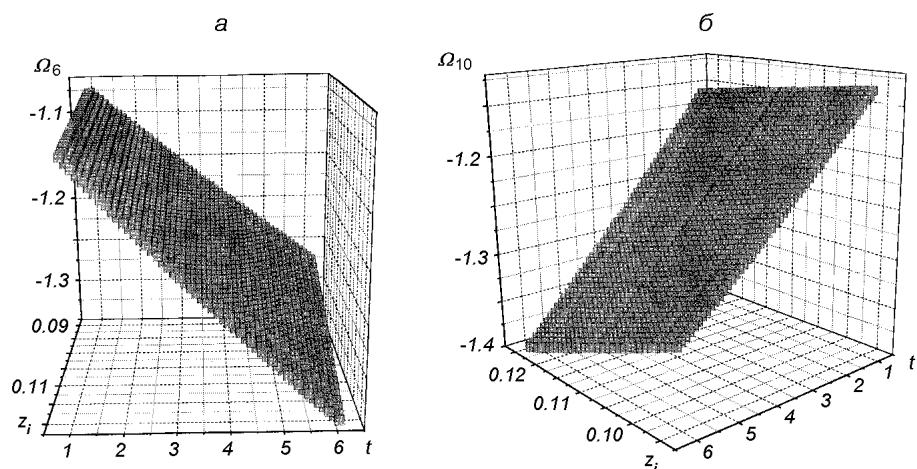


Рис. 3. Кинетические альвеновские волны «по Хасегаве» [13] и «по Йонсону» при  $k_z < 0$  (случай «обратного распространения» волны)

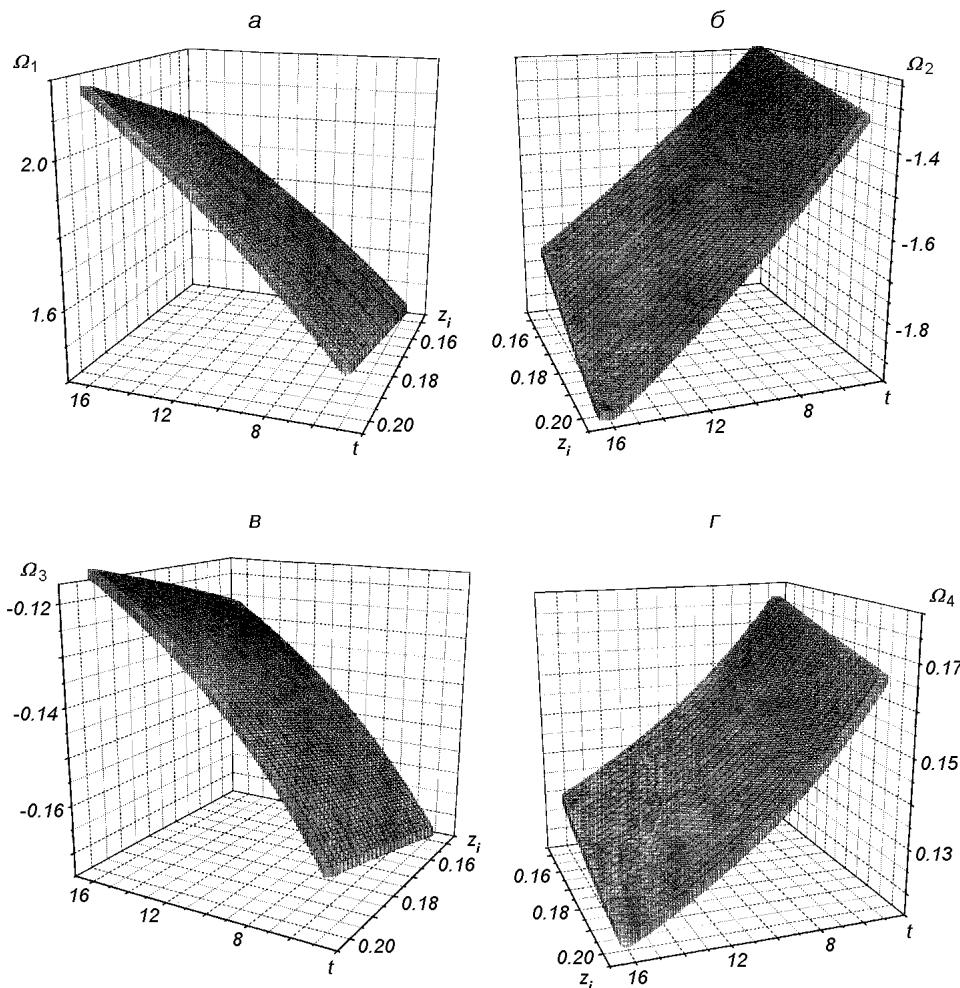


Рис. 4. Вид корней дисперсионного уравнения (11) для случая «сильной» неоднородности при  $k_z = 0.06$  и  $\epsilon_R = 0.01$

графиков видно, что  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  суть не что иное, как прямая и обратная КАВ, «слегка искаженные» влиянием слабого электрического поля, дрейфовыми движениями и учетом столкновений. И  $|\Omega_1|$ , и  $|\Omega_2|$  монотонно увеличиваются с увеличением  $z_i$  и  $t$ , точно так же, как функции  $|\Omega_6|$  и  $|\Omega_{10}|$ .

В то же время функции  $|\Omega_3|$  и  $|\Omega_4|$  с увеличением  $z_i$  и  $t$  монотонно уменьшаются, причем для них выполняется условие  $|\Omega_{3,4}| \ll 1$ , тогда как  $|\Omega_{1,2}| \approx 1$ . Это означает, что волны  $\Omega_{3,4}$  не могут быть модификацией КАВ. Из графиков также видно, что

$$0.11 < |\Omega_{3,4}| < 0.18.$$

Это означает, что решения МДУ  $\Omega_{3,4}$  не могут быть модификацией ни быстрых магнитозвуковых (БМЗВ) (у которых  $|\Omega|$  на порядок больше), ни медленных дрейфовых (у которых  $|\Omega|$  на несколько порядков меньше) волн. Поэтому единственным возможным близким аналогом могут быть медленные магнитозвуковые волны (ММЗВ), для которых

$$|\Omega| = \mu\beta_A.$$

Однако последние, как известно, не демонстрируют явно выраженной зависимости и от конечного ионного гирорадиуса  $z_i$ , и от степени неизотермичности  $t$ .

Как и в случае «слабой» неоднородности, в случае «сильной» (рис. 4) значения  $\varepsilon_R$  и  $k_*$  выбирались на границах соответствующих интервалов, т.е. максимально возможные. Несмотря на некоторые легко объяснимые различия поверхностей  $\Omega_m(z_i, t)$ , общий характер поведения фазовой скорости волн вдоль оси  $Z$  не изменяется при переходе от одного типа неоднородности к другому. По-прежнему  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  описывают волны, мало отличающиеся от соответствующих КАВ, а  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$  попадают в диапазон фазовых скоростей ММЗВ, причем значения  $|\Omega_3|$  и  $|\Omega_4|$  увеличиваются с уменьшением ионного гирорадиуса  $z_i$  и степени неизотермичности  $t$ . Значит и в этом случае  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$  нельзя рассматривать как модификацию ММЗВ. Тот же вывод получается и при сравнении этих решений МДУ (11) с БМЗВ и дрейфовыми волнами. Между тем следует напомнить, что именно медленная дрейфовая волна, наряду с прямой и обратной КАВ, являются решением того дисперсионного уравнения третьего порядка, в которое вырождается МДУ (11) при  $v_{ei} = 0$  и  $\varepsilon_R = 0$ . Это означает, что корни МДУ  $\Omega_3$  и  $\Omega_4$  соответствуют новому типу волн, которые могут появиться в плазме АО лишь при наличии слабого электрического поля и учете кулоновских столкновений. Для этих волн роль дрейфовых движений, вызванных неоднородностью плотности, сводится, как в «слабом», так и в «сильном» варианте, к малым добавкам, незначительно влияющим на форму поверхности фазовой скорости. Определяющими эти добавки могут стать только в «изотермической» бесстолкновительной неоднородной плазме без электрического поля. Однако гораздо более важным следствием наших расчетов есть тот вывод, что эти волны могут появляться в петлях в предельно широком диапазоне изменения амплитуды квазистатического поля  $E_0(t)$ , т.е. в течение всего предвспышечного состояния. Следовательно, они могут участвовать в целом ряде важнейших физических процессов в плазме АО [4], которые, в свою очередь, могут быть использованы для кратковременного прогноза вспышки.

1. Александров А. Ф., Богданович Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высшая школа, 1989.—424 с.
2. Войтенко Ю. М., Кришталь А. Н., Юхимук А. К. Низкочастотные электромагнитные волны в анизотропной плазме // Космическая наука и техника.—1989.—Вып. 4.—С. 75—78.
3. Гопасюк С. И. Структура и динамика магнитного поля в активных областях на Солнце // Итоги науки и техники / ВИНТИ. Астрономия.—1987.—34.—С. 7—77.
4. Зайцев В. В., Степанов А. В., Цап Ю. Т. Некоторые проблемы физики солнечных и звездных вспышек // Кинематика и физика небес. тел.—1994.—10, № 6.—С. 3—31.
5. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.—238 с.
6. Кришталь А. Н. Влияние пространственной неоднородности и внешнего электрического поля на дисперсию низкочастотных плазменных волн в солнечной атмосфере // Кинематика и физика небес. тел.—2000.—16, № 6.—С. 526—540.
7. Михайловский А. Б. Колебания неоднородной плазмы // Вопросы теории плазмы. — М.: Госатомиздат, 1963.—Вып. 3.—С. 141—202.
8. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Неустойчивости неоднородной плазмы. — М.: Атомиздат, 1975.—Том 2.—290 с.
9. Мишина А. П., Проскуряков И. В. Высшая алгебра. — М.: ГИФМЛ, 1962.—300 с.
10. Сомов Б. В., Титов В. С., Вернета А. И. Магнитное пересоединение в солнечных вспышках // Итоги науки и техники / ВИНТИ. Астрономия.—1987.—34.—С 136—237.
11. Цап Ю. Т. О турбулизации плазмы токового слоя в модели солнечной вспышки Хейвертса—Приста—Раста // Письма в Астрон. журн.—1995.—21, № 10.—С. 798—800.
12. Чен Ф. Введение в физику плазмы. — М.: Мир, 1987.—398 с.

13. Hasegawa A. Kinetic properties of Alfvén waves // Proc. Indian Acad. Sci.—1977.—86A, N 2.—P. 151—174.
14. Heyvaerts J., Priest E. R., Rust D. M. Models of solar flares // Astrophys. J.—1977.—216.—P. 213—221.
15. Jonson J. Resonant absorption of alfvénic surface waves and the heating of solar coronal loops // Astrophys. J.—1978.—236, N 2.—P. 650—673.
16. Krysztal A. N. Low-frequency wave generation in a plasma of solar active regions // VIII Ukrainian Conference and School on «PLASMA PHYSICS AND CONTROLLED FUSION» (Alushta, Crimea, September 11—16, 2000): Books of Abstracts. — Kharkov: Publ. NSC KIPT, 2000.—P. 83.
17. Krysztal A. N., Kucherenko V. P. A possible excitation mechanism for a longitudinal wave instability in a plasma by a quasi-static electric field // J. Plasma Phys.—1995.—53, part 2.—P. 169—184.
18. Krysztal A. N., Kucherenko V. P. Ion-acoustic instability caused by large-scale electric field in solar active region // Solar Phys.—1996.—165, N 1.—P. 139—153.
19. Machado M. E., Avrett E. N., Vernazza J. E., Noyes R. W. Semiempirical models of chromospheric flare regions // Astrophys. J.—1980.—242, N 1.—P. 336—351.
20. Miller J. A. et. al. Critical issues for understanding particle acceleration in impulsive solar flares // J. Geophys. Res.—1997.—102, N A7.—P. 14631—14659.
21. Poletto G., Kopp R. A. Macroscopic electric fields during two-ribbon flares // The lower atmosphere of solar flares / Ed. D. Niedeg. — Sacramento Peak, NM, 1986.—N 50.—P. 453—465.
22. Somov B. V. Fundamentals of Cosmic Electrodynamics. — Dordrecht: Kluwer, 1994.—364 p.
23. Van der Waerden, B. L. Modern Algebra. — Berlin: Springer, 1930.—268 p.

Поступила в редакцию 07.08.01