

УДК 523.68, 52-14, 52-16, 52-17, 52-323.2, 52-323.3, 528.021

**П. М. Козак<sup>1</sup>, В. П. Лапчук<sup>2</sup>, Л. В. Козак<sup>2</sup>, В. М. Івченко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка  
вул. Обсерваторна 3, Київ, 04053, Україна  
krm@univ.kiev.ua

<sup>2</sup>Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
пр. Глушкова 2, Київ, 01601, Україна  
lapchuk@univ.kiev.ua, kozak@univ.kiev.ua, ivchenko\_v@univ.kiev.ua

### **Оптимізація диспозиції відеокамер для забезпечення максимальної точності обчислення координат природних і штучних атмосферних об'єктів при стереоспостереженнях**

*Розглядається задача оптимізації розміщення пари відеокамер для забезпечення максимальної точності обчислення радіуса-вектора та вектора швидкості природних та штучних об'єктів у атмосфері та ближньому навколосемному просторі за базисними телевізійними спостереженнями. Досліджується вплив роздільної здатності відеокамер та точності визначення положень спостережних пунктів на точність обчислення дальності до атмосферного об'єкта. Виведено формулу обчислення відносної похибки визначення дальності у величинах базисної відстані. Для обчислення похибок складових радіуса-вектора та вектора швидкості об'єкта використовується моделювання прямої задачі із застосуванням методу Монте-Карло. Приводиться тривимірний розподіл похибки обчислення координат спостережуваного об'єкта. Демонструється точність обчислення модуля швидкості тіла, та розподіл похибок обчислення напряму вектора швидкості на сфері. Для демонстрації використовуються результати обчислення атмосферних кінематичних характеристик метеорів. Коротко обговорюються можливі сфери застосування отриманих результатів: астрономія, геофізика, фізика атмосфери, геодезія, авіація, системи комп'ютерного зору.*

**Ключові слова:** відеоспостереження, телевізійні стереоспостереження, спостереження атмосферних об'єктів, метеори, точність

*визначення кінематичних координат, похибки обчислень дальності, похибки обчислення вектора швидкості.*

## ВСТУП

На сьогодні для спостережень природних і штучних об'єктів в атмосфері широко використовуються відеокамери. До природних утворень, які можна спостерігати в атмосфері за допомогою відеокамер, належать: явища у верхній атмосфері — метеори (висоти 80...130 км), мезосферні, або сріблясті (noctilucens) хмари (75...85 км); грозові розряди (0...15 км), зокрема джети (20...70 км), спрайти (50...90 км) і ельфи (90...110 км). Також виникає необхідність спостереження за космічними апаратами, ракетами, літаками та іншими штучними керованими та балістичними об'єктами.

Для спостережень використовуються як сучасні цифрові, так і бюджетні аналогові відеокамери. Наприклад, досить популярними у метеорній спостережній астрономії є камери корпорації Watec Co., Ltd. ([http://www.watec.co.jp/English/e\\_index.html](http://www.watec.co.jp/English/e_index.html)), які використовуються як професіоналами [7, 15], так і аматорами [8, 22]. Їхня чутливість, визначена за зірками ( $5^m$ ... $6^m$  в залежності від об'єктива), суттєво менша, ніж чутливість телевізійних систем типу суперізокон [5, 11, 17—19] та інших (до  $9^m$ ... $10^m$ ). Проте низька ціна при достатньо малих власних шумах, наявність програмного забезпечення для детектування [10, 14, 20], (<http://sonotaco.com/>) та астрометричної, кінематичної і фотометричної обробки [3—5, 13, 16] забезпечує їхню популярність у метеорній астрономії. Ці камери через свою відносно високу чутливість використовувались також для спостережень інших геофізичних утворень, таких як грозові розряди, ельфи, спрайти тощо [1, 2, 21], (<http://sonotaco.com/>).

Відеоспостереження об'єктів в загальному випадку дає серію панорамних зображень, розгорнуту в часі. Це дозволяє обчислити кутові координати об'єкта та його кутову швидкість, якщо спостерігається динамічне явище. Для випадків, коли потрібно знати і відстань до об'єкта та його лінійну швидкість, використовуються базисні (стерео-, двохсторонні) спостереження, коли дві камери, рознесені на певну відстань, — базис — одночасно здійснюють знімання одного і того ж об'єкта. Загальновідомо, що для забезпечення надійної точності обчислення координат спостережуваного тіла довжина базису повинна бути того ж порядку, що і відстань до нього від спостережних пунктів. Геометричні обчислення при цьому будуються на загальновідомій схемі триангуляції. Головною задачею таких спостережень є обчислення складових радіуса-вектора та вектора швидкості тіла як функції часу з надійною точністю. Оскільки через значні розміри явищ або протяжність траєкторій об'єктів поле зору у більшості випадків має бути достатньо великим, — підвищити точність за рахунок

збільшення фокусної відстані об'єктива неможливо, бо це автоматично призводить до зменшення поля зору. Роздільна здатність детекторів світла також обмежена. У даній ситуації єдиним засобом, який дозволяє мінімізувати похибки розрахунків, є оптимізація геометричної схеми розміщення пунктів спостереження по відношенню до положення та напрямку руху об'єкта. Особливо важливою така оптимізація є для випадків, коли об'єкт потрібно спостерігати на значних просторових масштабах, або в умовах відсутності чи низької точності часової синхронізації обох камер, що дозволяє, як мінімум, уникнути грубих похибок.

#### **ОБЧИСЛЕННЯ РАДІУСА-ВЕКТОРА ТА ВЕКТОРА ШВИДКОСТІ ОБ'ЄКТА ЗА СТЕРЕОСПОСТЕРЕЖЕННЯМИ**

***Види триангуляційних методів.*** Триангуляційну обробку сучасних базисних спостережень умовно можна розділити на кілька типів. У першому випадку відновлюється тривимірна структура статичного, або умовно статичного явища. Прикладом можуть слугувати сріблясті хмари. У цьому випадку необхідно мати змогу ідентифікувати з двох спостережних пунктів одні і ті ж точки, якими можуть бути певні неоднорідності у хмарах. Похибка обчислення координат даної точки буде визначатись, у першу чергу, похибкою  $L$  ідентифікації положення вибраної точки. Схожим чином може бути опрацьований знімок грозового розряду, де ключовими точками можуть слугувати розгалуження стримерів, ідентифікувати які значно простіше, ніж відносно аморфну структуру сріблястих хмар. Випадок грозового розряду можна назвати умовно статичним, оскільки при стандартній телевізійній розгортці 25 або 50 к/с реєструється лише інтегральне зображення. При частотах 1000 к/с та більше, доступних для деяких типів сучасних камер, дане зображення, очевидно, є динамічним, хоча визначення просторових координат таких ключових точок можливе і в цьому випадку.

Деяка інша ситуація складається з динамічними об'єктами, які не мають явно виражених ключових точок, що можуть бути ідентифіковані з обох пунктів. Як приклад можна навести зображення штучних супутників Землі або метеорів (за винятком різких спалахів блиску, які для метеорів бувають досить рідко). В останньому випадку можна ідентифікувати з двох пунктів максимум блиску метеора, однак однієї точки недостатньо для відновлення траєкторії; а вибір інших точок, наприклад початку і кінця метеора, залежить від відстані до пунктів спостереження. Аналогічна ситуація з траєкторіями літаків, ракет та інших керованих літальних апаратів, коли неможливо передбачити їхні траєкторії. В такому випадку для ідентифікації однієї точки слід мати часову синхронізацію камер, і похибка обчислень положення

тіла буде визначатись похибкою  $t$  часової синхронізації:  $L = vt$ , де  $v$  — швидкість об'єкта. У випадку достатньо високої точності синхронізації, коли  $t \ll 0$ , похибка обчислення положення тіла буде визначатись класично похибкою визначення локального географічного положення спостережних камер, базисною відстанню між ними та похибкою визначення кутових положень тіла з обох пунктів.

При відсутності часової синхронізації опрацьовувати двосторонній відеозображення можна лише для об'єктів, траєкторію яких на даній ділянці (тій, що попадає в поля зору обох камер) можна вважати відомою, зокрема для метеорів — прямою лінією. При цьому положення такої прямої у просторі знаходиться як перетин двох площин, що проходять через таку пряму та пункти спостережень. Схема обчислень в цьому випадку дещо складніша. Опишемо коротко алгоритми триангуляційних розрахунків для кожного методу.

**Системи координат.** Розрахунки будемо проводити у прямокутних декартових системах координат (СК), орієнтованих однаково в обох спостережних пунктах. На практиці СК можна вибрати по-різному, в залежності від цілей та обставин. Один з варіантів, що використовувався для обробки метеорних спостережень [4] — топоцентричні СК, де осі орієнтовані паралельно географічній геоцентричній СК у якій вісь  $X$  напрямлена через нульовий меридіан у площині екватора, вісь  $Z$  — у полюс світу, вісь  $Y$  доповнює трійку векторів до правоорієнтованої. Такі СК зручні при значному географічному рознесенні пунктів спостереження, де зв'язок між топоцентричними СК легко здійснювати через геоцентричну СК. При нічних спостереженнях, коли видно зорі, отримати координати об'єкта в таких СК легко через обчислені за зорями екваторіальні координати та відомий Всесвітній час. Якщо проводяться денні спостереження, то, як правило, користуються горизонтальними СК — в цьому випадку, очевидно, обчислені координати в кожній СК слід привести до паралельно орієнтованих систем, наприклад до горизонтальної СК одного з пунктів, чи до деякої іншої, або до описаної вище.

**Перший метод — статичне явище або точна часова синхронізація.** Скористаємося підходом, в якому вважається, що об'єкт спостерігається одночасно з двох камер, які перебувають у пунктах спостереження  $A$  та  $B$ , розміщених на відстані  $R_{AB}$ , тобто камери синхронізовані з високою часовою роздільною здатністю (або об'єкт є статичним, і часова синхронізація не потрібна). Вхідними параметрами є (див. рис. 1): одиничні вектори  $\mathbf{r}_{AO}$  і  $\mathbf{r}_{BO}$  напрямків на деяку точку  $O$  об'єкта з пунктів  $A$  та  $B$  у момент часу  $t$ , а також відомий повний вектор  $\mathbf{R}_{AB}$  пункту  $B$  з пункту  $A$  ( $\mathbf{R}_{AB} = R_{AB} \mathbf{r}_{AB}$ ).

Спочатку знайдемо кути  $\alpha_A$  та  $\alpha_B$  з виразів

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{AO} \mathbf{r}_{AB} &= \cos \alpha_A, \\ \mathbf{r}_{BO} \mathbf{r}_{BA} &= \mathbf{r}_{BO} \mathbf{r}_{AB} = \cos \alpha_B. \end{aligned}$$

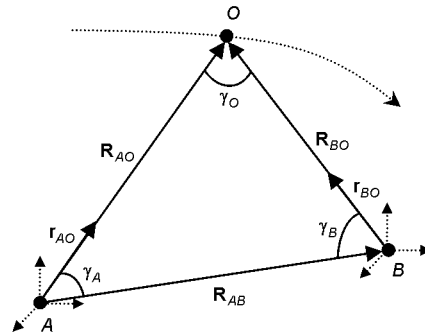


Рис. 1. Обчислення одночасних радіусів-векторів  $R_{AO}$  та  $R_{BO}$  об'єкта з пунктів спостереження  $A$  та  $B$

Для знаходження відстаней  $R_{AO}$ ,  $R_{BO}$  та позиційного кута  $\gamma_O$  скористаємося відомими формулами трикутника:

$$\frac{\gamma_O}{R_{AB}} = \frac{\gamma_A}{R_{BO}} = \frac{\gamma_B}{R_{AO}}, \quad (1)$$

$$\frac{\sin \gamma_O}{R_{AB}} = \frac{\sin \gamma_A}{R_{BO}} = \frac{\sin \gamma_B}{R_{AO}}. \quad (2)$$

Для подальшого розгляду запишемо рівняння для визначення шуканих параметрів у явному вигляді. З рівняння (1) знайдемо  $\gamma_O$ :

$$\gamma_O = \gamma_A \frac{R_{AB}}{R_{BO}}, \quad (3)$$

а з двох рівнянь (2) — відстані  $R_{AO}$  та  $R_{BO}$ :

$$R_{AO} = R_{AB} \frac{\sin \gamma_B}{\sin \gamma_O}, \quad (4)$$

$$R_{BO} = R_{AB} \frac{\sin \gamma_A}{\sin \gamma_O}. \quad (5)$$

Перевагою даного методу є можливість обчислювати координати об'єкта для кожного кадру зображення, де об'єкт зафіксований з обох пунктів (кадри отримано в один і той же момент часу), а недоліком є необхідність точної (достатньо високої) часової синхронізації обох камер.

**Другий метод — динамічне явище, відсутність часової синхронізації.** Другий метод є класичним для метеорної астрономії, і дає можливість обчислити відстань до об'єкта без часової синхронізації камер спостереження, але ціною необхідності мати в кожному пункті як мінімум два кадри з зображенням, і достатню імовірність вважати, що між кадрами об'єкт рухається по прямій (рис. 2).

На рис. 2 зображено аналогічну геометричну картину прольоту об'єкта, однак з пункту  $A$  об'єкт зареєстровано у точках  $C_1$  та  $C_2$ , а з пункту  $B$  — у точках  $D_1$  та  $D_2$ , які хоч і належать одній і тій же ділянці траєкторії, однак характеризуються різними моментами часу. Розра-

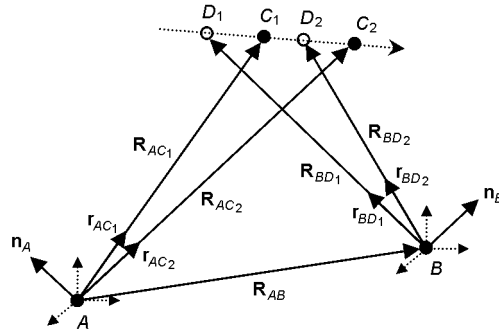


Рис. 2. Обчислення радіусів-векторів об'єкта з пунктів спостереження без часової синхронізації

хунок тут дещо складніший [4], ніж у першому методі. Спочатку знаходяться одиничні вектори  $\mathbf{n}_A$  та  $\mathbf{n}_B$  нормалей до площин, які проходять через траєкторію об'єкта (об'єкт рухається по прямій) та пункт спостереження, з виразів

$$\mathbf{n}_A = \frac{\mathbf{r}_{AC1} \times \mathbf{r}_{AC2}}{|\mathbf{r}_{AC1} \times \mathbf{r}_{AC2}|}, \quad (6)$$

$$\mathbf{n}_B = \frac{\mathbf{r}_{BD1} \times \mathbf{r}_{BD2}}{|\mathbf{r}_{BD1} \times \mathbf{r}_{BD2}|}. \quad (7)$$

Відтак одиничний вектор траєкторії, напрямлений вздовж вектора швидкості  $\mathbf{V}$  або у протилежному напрямку (тоді його потрібно скоригувати), знайдеться з виразу

$$\frac{\mathbf{n}_A \times \mathbf{n}_B}{|\mathbf{n}_A \times \mathbf{n}_B|}. \quad (8)$$

Для розрахунку модуля радіуса-вектора об'єкта в деякій точці  $C$  в даному місці траєкторії з пункту  $A$  виберемо спочатку напрям на цю точку, який характеризується одиничним вектором  $\mathbf{r}_{AC}$ , — це може бути будь-яка точка, що лежить у площині траєкторії і пункту  $A$  (наприклад  $C_1$  або  $C_2$ ). Для знаходження відстані  $R_{AC}$  до цієї точки з пункту  $A$  проведемо умовно з пункту  $B$  в цю ж точку невідомий вектор  $\mathbf{R}_{BC}$  (на рис. 2 не зображений), для якого справедливі рівності

$$\mathbf{R}_{BC} \cdot \mathbf{n}_B = 0 \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_{BC} = \mathbf{R}_{AC} + \mathbf{R}_{AB}. \quad (10)$$

Виключаючи з формул (9) і (10)  $\mathbf{R}_{BC}$  та пам'ятаючи, що  $\mathbf{R}_{AC} = R_{AC} \mathbf{r}_{AC}$ , знайдемо

$$R_{AC} = \frac{\mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{n}_B}{\mathbf{r}_{AC} \cdot \mathbf{n}_B}. \quad (11)$$

Для пункту  $B$  розрахунки проводяться аналогічно.

**Обчислення швидкості.** Точність обчислення локального значення швидкості залежить від кількості точок з обчисленими положеннями об'єкта вздовж його видимої траєкторії та від точності апроксимації його траєкторії прямою.

Найпростіший метод оцінки локального значення швидкості — її обчислення за парами точок, між якими траєкторія вважається прямолінійною. У цьому випадку слід мати два положення об'єкта з обчисленими координатами, що автоматично виконується для другого методу визначення координат, або має на увазі застосування першого методу для визначення двох точок. Тоді модуль швидкості на ділянці 1—2, визначений, наприклад, з пункту  $A$ , дорівнюватиме

$$V_{12} = \frac{R_{AO2} - R_{AO1}}{t_2 - t_1}. \quad (12)$$

#### ПОХИБКИ ОБЧИСЛЕННЯ РАДІУСА-ВЕКТОРА ТА ВЕКТОРА ШВИДКОСТІ ОБ'ЄКТА

**Теорія спрощених оцінок похибок обчислень.** Щоб встановити, від яких параметрів найбільше залежить величина похибки обчислення координат радіуса-вектора об'єкта (а відтак і вектора швидкості), отримаємо наближені оцінки першим методом. На даному етапі для спрощення відійдемо від тривимірного випадку, і будемо вважати, що всі вектори та їхні похибки лежать строго в одній площині. Такий підхід дає можливість обмежитися скалярними величинами і використати для визначення похибок спрощені аналітичні вирази. Отже, за початкові величини можна взяти (рис. 1): базисну відстань  $R_{AB}$  між спостережними пунктами та її похибку  $R_{AB}$  (на практиці вона буде визначатись точністю визначення географічних положень пунктів), кути  $\alpha_A, \alpha_B$  та їхні стандартні відхилення  $\sigma_{\alpha_A}, \sigma_{\alpha_B}$  (останні залежать від точності визначення кутових положень об'єкта з пунктів спостереження). Шуканими величинами будуть дальності  $R_{AO}, R_{BO}$  від пунктів спостереження, позиційний кут  $\alpha_O$ , під яким з об'єкта видно пункти спостереження, та їхні похибки  $R_{AO}, R_{BO}, \sigma_{\alpha_O}$ .

Для визначення похибки будемо користуватися класичним виразом:

$$\sigma_{f(x_1, \dots, x_N)}^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2. \quad (13)$$

Отже, з виразу (3) за допомогою (13) маємо  $\sigma_{V_{12}}^2 = \sigma_{AO}^2 + \sigma_{BO}^2 + \sigma_{\alpha_O}^2$ . Формули (4) і (5) перепишемо у розгорнутому вигляді:

$$R_{AO} = R_{AB} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad (14)$$

$$R_{BO} = R_{AB} \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (15)$$

Тоді з (14), (15) за допомогою (13) та з подальшим використанням тригонометричних формул

$$\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta$$

отримаємо:

$$R_A^2 \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2 \frac{\sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2, \quad (16)$$

$$R_B^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2 \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2 \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}. \quad (17)$$

Інший варіант форми запису (16), (17) можливий, якщо виразити задані кути  $\alpha$  і  $\beta$  через уже обчислені з виразів (4), (5) відстані до об'єкта  $R_{AO}$  і  $R_{BO}$ :

$$R_A^2 \frac{R_{AO}^2}{R_{AB}^2} = R_{AB}^2 \frac{R_{AO}^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2 \frac{R_{BO}^2}{\sin^2 \alpha}, \quad (18)$$

$$R_B^2 \frac{R_{BO}^2}{R_{AB}^2} = R_{AB}^2 \frac{R_{AO}^2}{\sin^2 \alpha} = R_{AB}^2 \frac{R_{BO}^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}. \quad (19)$$

З виразів (16), (17) або (18), (19) видно, що у знаменник другої та третьої складової входить  $\sin \alpha$ , звідки впливає певна мінімізація інтегральної похибки при  $\alpha = \pi/2$ , причому другий доданок у виразі (18) та третій доданок у виразі (19) прямують до нуля через множник  $\cos \alpha = 0$ . Крім того, з (18), (19) видно, що інтегральна похибка визначення відстані прямо пропорційна відстаням до об'єкта  $R_{AO}$  та  $R_{BO}$ .

**Практика спрощених оцінок похибок обчислень.** Для подальшого дослідження величин інтегральних похибок  $R_{AO}$ ,  $R_{BO}$  та їхньої залежності від відстані між пунктами спостереження та положення об'єкта змодельовано пряму задачу. Як початкові вхідні параметри, за якими одразу розраховуються кути  $\alpha$  і  $\beta$ , доцільно ввести координати  $Y_O$  та  $H_O$  у площині трикутника  $AOB$  (див. рис. 3), де вісь  $Y$  напрямлена вздовж вектора  $R_{AB}$ , вісь  $H$  — вздовж висоти трикутника  $AOB$ , а початок СК розміщено посередині між пунктами  $A$  і  $B$ . На



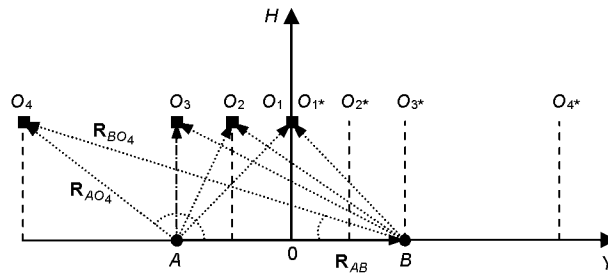


Рис. 3. Схематичне зображення можливих варіантів розміщення об'єкта відносно пунктів спостереження при заданих  $R_{AB}$  та  $H$

рис. 3 також наведено ряд найбільш типових варіантів положення об'єкта при заданих  $R_{AB}$  та  $H$ . Для спостережень слабкосвітних об'єктів найбільш бажаним видається випадок 1, оскільки відстань від об'єкта до пунктів спостереження однакова. Варіант 3, тим не менш, забезпечує більший спільний спостережний об'єм атмосфери — він реалізовувався при спостереженнях метеорів у роботі [18]. Варіант 2 є проміжним, а варіант 4 реалізується при спостереженнях об'єктів поблизу горизонту. При використанні однакових камер в обох спостережних пунктах для дослідження інтегральної похибки достатньо розглянути один квадрант на рис. 3 (випадки 1—4), оскільки 1\*—4\* є їхнім симетричним відображенням, тобто  $R_{AO}$  і  $R_{BO}$  міняються місцями. Якщо камери різні, слід розглядати повну картину.

Для прикладу розглянемо практичний випадок, який реалізовувався при спостереженнях метеороного шторму Леоніди у 2002 році [18]. Камеру у пункті  $A$  було направлено в зеніт, використовувався об'єктив «Юпітер-3» ( $F = 50$  мм,  $F/1.5$ ), кутовий розмір пікселя становив 4. У точці  $B$  камера напрямлялась по азимуту на пункт  $A$ , а висота над горизонтом вибиралася так, щоб оптичні осі камер перетиналися на висоті 100 км. Використовувався об'єктив з довшим фокусом «Геліос-40» ( $F = 85$  мм,  $F/1.5$ ), розмір пікселя 2.2 (детальний опис спостережної апаратури можна знайти в роботах [17, 19]). Базисна відстань між пунктами — 54 км. У роботі [3] було показано, що найбільш імовірне значення стандартного відхилення визначення екваторіальних координат небесних тіл, які спостерігаються за допомогою телевізійних систем, становить половину кутового розміру пікселя. Тому для розрахунків приймалися значення  $\sigma_A = 2$ ,  $\sigma_B = 1.1$ . Стандартне відхилення для відстані між пунктами приймалося рівним  $\sigma_{R_{AB}} = 20$  м. Результати обчислення похибок за (16), (17) приведено на рис. 4.

Для порівняння на рис. 4 приведено також похибки обчислення висот початків метеорів на спостережному пункті  $A$ , які отримувалися з обробки спостережних даних з використанням регресійного аналізу [3] та методу Монте-Карло [3, 16]. Оскільки камера у пункті  $A$  була

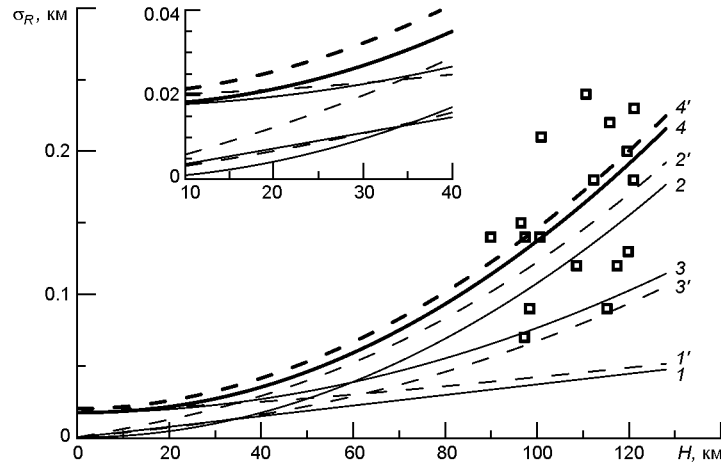


Рис. 4. Залежність похибок  $R_{AO}$  (суцільна лінія 4),  $R_{BO}$  (штрихова лінія 4) та їхніх складових (криві 1—3 та 1—3 відповідно), розрахованих за формулами (16), (17) для випадку, коли камеру  $A$  напрямлено в zenit (випадок 3 на рис. 3). Квадратики — похибки реальних метеорів потоку Леоніди 2002 за даними каталогу [18]

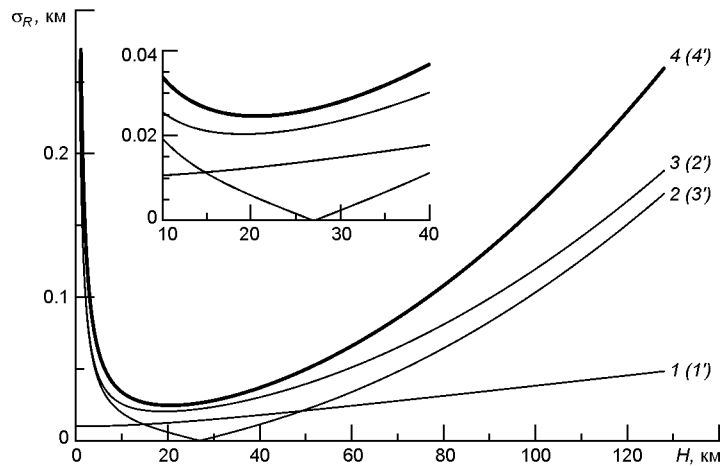


Рис. 5. Те ж, що на рис. 4, для випадку, коли точка перетину камер лежить на однаковій відстані між пунктами (випадок 1 на рис. 3)

напрямлена в zenit, то похибки обчислення висот є практично еквівалентними похибкам визначення відстаней до метеора. Як видно з рисунка, аналітично розраховані у відповідності до (16), (17) похибки добре узгоджуються з практичними.

На рис. 5 для розгляду більш загального випадку приведено аналогічні залежності, при умові, що в обох пунктах використовуються ідентичні камери ( $A \quad B \quad 2$ ), а точка перетину оптичних осей лежить посередині між пунктами (випадок 1 на рис. 3) при тій же базисній відстані 54 км. Видно, що мінімальна похибка  $R_{AO}$  25 м отримується на висоті 21...23 км, близько до середини відстані між пунктами, коли  $\phi = 90^\circ$ . Порівнюючи рис. 4 та рис. 5, бачимо, що

похибки на висоті світіння метеорів 100...120 км практично однакові — порядку 150 м. Однак така рівність досягається завдяки кращій точності вимірювань у пункті  $B$  на рис. 4. Якщо розрахувати криві на рис. 4 для однакових об'єктів — точність у випадку рис. 5 буде дещо кращою, що свідчить на користь варіанта 1 (рис. 3) розміщення спостережних камер.

Формули (16), (17) прив'язані безпосередньо до базисної відстані між пунктами. Однак у випадку експедиційних спостережень або початкової організації стаціонарних спостережень сама базисна відстань  $R_{AB}$  є, очевидно, варіативним параметром. Для виведення більш універсальних формул перепишемо спочатку (16), (17) в узагальненому вигляді:

$$\frac{2}{R_{AO}} C_{A1}^2 \frac{2}{R_{AB}} R_{AB}^2 C_{A2}^2 \frac{2}{A} R_{AB}^2 C_{A3}^2 \frac{2}{B}, \quad (20)$$

$$\frac{2}{R_{BO}} C_{B1}^2 \frac{2}{R_{AB}} R_{AB}^2 C_{B2}^2 \frac{2}{A} R_{AB}^2 C_{B3}^2 \frac{2}{B}, \quad (21)$$

де набори  $C_{A1}, C_{A2}, C_{A3}$  та  $C_{B1}, C_{B2}, C_{B3}$  є по суті ваговими коефіцієнтами до складових похибки визначення відстані до об'єкта, що виражаються через кути  $\alpha, \beta$  та  $\theta$ . Введемо безрозмірні величини  $r_{AO} = R_{AO} / R_{AB}$ ,  $r_{BO} = R_{BO} / R_{AB}$  та  $h = H / R_{AB}$ . Тоді  $R_{AB} = 1$ , а положення спостережних станцій у відповідності до рис. 3 будуть дорівнювати  $y_A = Y_A / R_{AB} = -1/2$ ,  $y_B = Y_B / R_{AB} = 1/2$ .

Використовуючи (13)—(15), отримаємо

$$\frac{2}{r_{AO}} C_{A2}^2 \frac{2}{A} C_{A3}^2 \frac{2}{B}, \quad (22)$$

$$\frac{2}{r_{BO}} C_{B2}^2 \frac{2}{A} C_{B3}^2 \frac{2}{B}. \quad (23)$$

Для переходу від дисперсій відносних до дисперсій абсолютних величин можна використати очевидні зворотні переходи

$$\frac{2}{R_{AO}} r_{AO}^2 \frac{2}{R_{AB}} R_{AB}^2 \frac{2}{r_{AO}}, \quad (24)$$

$$\frac{2}{R_{BO}} r_{BO}^2 \frac{2}{R_{AB}} R_{AB}^2 \frac{2}{r_{BO}}, \quad (25)$$

де вирази (24), (25) по суті еквівалентні виразам (20), (21).

На рис. 6 наведено розраховану за (22) похибку  $r_{AO}$ , виражену в радіанах, як функцію конфігурації об'єкта і спостережних станцій  $y = Y / R_{AB}$  та висоти  $h = H / R_{AB}$  відносних координат в діапазоні  $-1 < y < 1$ ,  $0 < h < 2$ .

На рис. 6 чітко видно асиметрію розподілу похибки  $r_{AO}$  відносно початку СК  $y = 0$ . Розподіл похибки  $r_{BO}$  має протилежну відносно початку СК асиметрію. Як впливає з рис. 6 (та рис. 4, 5), найвища точність досягається близько до прямого позиційного кута  $\theta = 90^\circ$ . При кутах  $\theta = 0^\circ$  та  $\theta = 180^\circ$  (на малих висотах на лінії розміщення пунктів спостережень) похибка сягає екстремально великих значень. Рис. 6 є максимально інформативним і дає можливість вибрати оптимальні висоти для спостережень та базисну відстань між пунктами при різних диспозиціях об'єкта та спостережних камер.

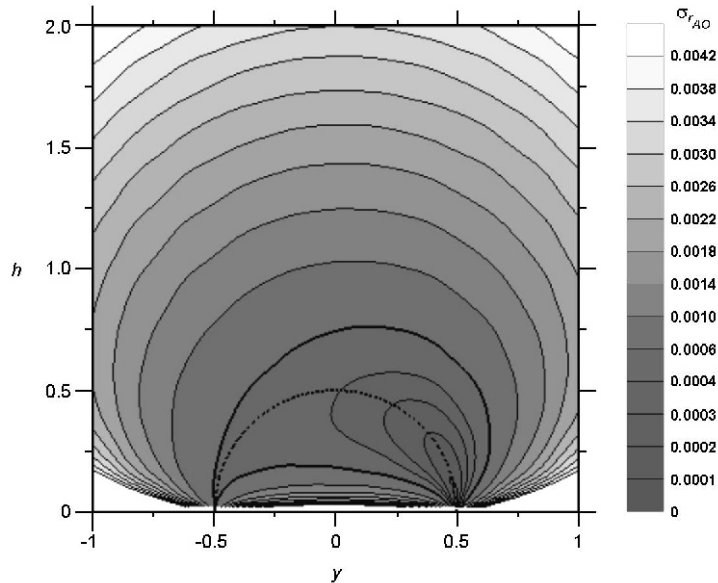


Рис. 6. Похибка  $\sigma_{r_{AO}}$  (в радіанах) визначення відстані до об'єкта з пункту  $A$  ( $y_A = -0.5$ ,  $y_B = 0.5$ ) у відносних координатах у площині  $yh$  ( $x = 0$ ). Зона всередині жирної ізоденси:  $\sigma_{r_{AO}} = 0.0006$ ; жирна точкова напівкругова ізоденса:  $\sigma = 90^\circ$

Просторовий тривимірний розподіл величини похибок визначення дальності до об'єкта у відповідності до рис. 6 буде мати тороїдальний вигляд, з мінімальними значеннями всередині зони, виділеної жирною кривою. При цьому у площині  $xu$  при  $h = 0$  розподіл буде мати вигляд пари зображень рис. 6, симетричних відносно осі  $Y$ , отриманих поворотами площини зображення навколо осі  $Y$  в напрямку  $-90^\circ$  та  $+90^\circ$ . При зростанні висоти розподіл похибок буде трансформуватись до простішого вигляду. Так, на рис. 7а та 7б показано значення похибок  $\sigma_{r_{AO}}$  у площині  $xu$  на висотах відносно базису  $h = 0.25$  та  $h = 0.50$  відповідно.

**Оцінка похибки обчислення прямокутних координат об'єкта методом Монте-Карло.** На практиці часто постає задача обчислення довірчих інтервалів не лише для відстані до об'єкта від пункту спостереження, а і для його прямокутних координат в деякій базовій СК. У цьому випадку доцільно скористатися варіативними статистичними методами, наприклад методом Монте-Карло, з використанням лише формул (3)—(5).

Застосування методу Монте-Карло передбачає розгляд усіх змінних параметрів — початкових, проміжних та кінцевих — як випадкових величин. В такому випадку всі параметри (крім констант) характеризуються не детермінованими значеннями, а статистичними розподілами. Знаючи (або приймаючи з певних міркувань) певний тип розподілів початкових параметрів, ми можемо генерувати їхні випадкові

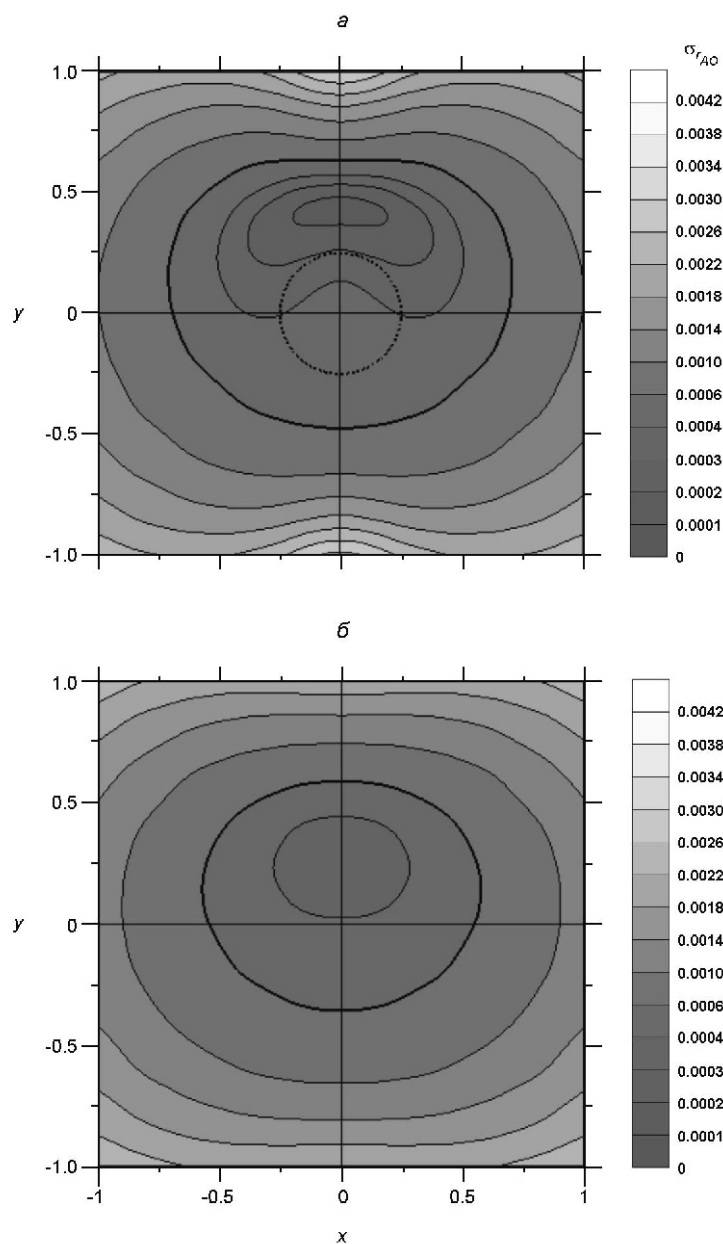


Рис. 7. Похибка  $\sigma_{r_{AO}}$  (в радіанах) визначення відстані до об'єкта з пункту  $A (y_A = -0.5, y_B = 0.5)$  у відносних координатах у площині  $xу$ :  $a$  —  $h = 0.25$ ,  $b$  —  $h = 0.50$ . Зона всередині жирної ізоденси:  $\sigma_{r_{AO}} = 0.0006$ ; жирна точкова напівкругова ізоденса:  $\sigma_o = 90^\circ$

значення у відповідності до статистичних розподілів та підставляти у формули для обчислення шуканих величин. Застосовуючи таку операцію достатньо велику кількість разів, можна по ряду значень отриманих кінцевих параметрів побудувати їхні статистичні розподіли. За формою отриманих розподілів можна оцінювати вплив нелінійності перетворень, а для подальшого аналізу чи обчислень — використо-

увати параметри розподілів: середні (модальні, медіанні) значення як власне самі параметри, а стандартні відхилення використовувати як їхні довірчі інтервали.

У випадку обчислення відстані до метеора та його координат такий підхід означатиме, що вхідними параметрами є обчислені з деякою точністю кутові координати  $A, A$  та  $B, B$  в екваторіальній СК. Причому будемо вважати, що похибки обчислень обох кутових координат однакові, та виражаються як  $\cos A, A, B$ ,  $\cos B, B$ . В роботах [3, 16] було показано, що величини похибок кутових координат становлять приблизно половину кутового розміру пікселя, а тип розподілу дуже близький до нормального, що дає змогу генерувати випадкові числа для даного типу розподілу за спрощеною схемою. Задача таким чином зводиться до генерації пар випадкових значень  $A_k, A_k$  та  $B_k, B_k$ , за якими будуть знаходитись випадкові одиничні вектори  $r_{AOk}$  та  $r_{BOk}$ , які, в свою чергу, будуть використовуватись для пошуку кутів  $A_k, B_k$  трикутника у відповідності до триангуляційної схеми, описаної вище. У даному випадку вектори положень пунктів спостереження у базовій СК  $R_{Ak}$  та  $R_{Bk}$  ( $R_{ABk}$

$R_{Ak}, R_{Bk}$ ) також слід прийняти випадковими величинами, а похибки їхніх компонентів можна вважати розподіленими рівномірно або за нормальним законом з деякою заданою дисперсією. Кінцевим шуканим параметром буде випадковий радіус-вектор об'єкта  $R_{Ok}$  у базовій СК з середніми значеннями складових та їхніми стандартними відхиленнями  $(\bar{X}_O, X_O, \bar{Y}_O, Y_O, \bar{Z}_O, Z_O)$ . Змінна  $Z$  в даному випадку еквівалентна висоті над горизонтом. Для оцінки похибки можна також використовувати значення  $\sqrt{\frac{2}{X_O} + \frac{2}{Y_O} + \frac{2}{Z_O}}$ .

Розрахунок, проведений за такою схемою, демонструє результати, практично ідентичні рис. 6, з дещо вищою похибкою за рахунок тривимірності задачі, як і слід було очікувати. Після розрахунку похибок обчислення положення об'єкта для  $R_{AB} = 54$  км (відстань між пунктами  $R_{ABk}, R_{Ak}, R_{Bk}$  — величина варіативна; при вибраних  $R_A = R_B = 0.02$  км похибка становитиме відповідно  $R_{AB} \sqrt{2} R_A$

0.028 км) абсолютна шкала похибок відповідно до рис. 6 варіювалася у межах 20...150 м. Розподіл складових радіуса-вектора об'єкта є асиметричним та має загалом вигляд деякої тривимірної фігури, схожої на еліпсоїд. Велика вісь еліпсоїда напрямлена на об'єкт з пункту спостереження, за яким визначається положення тіла, наприклад  $R_{AO}$  при  $R_{AO} \ll R_{BO}$ , та є перпендикулярною до нього, коли  $R_{AO} \gg R_{BO}$  (рис. 8). В усіх інших випадках це буде фігура, що визначається кутом перетину радіусів-векторів  $R_{AO}$  та  $R_{BO}$ . Така форма розподілів координат буде мати місце при однакових похибках визначення кутових координат об'єкта з обох пунктів, інакше форма фігури буде, строго кажучи, невизначеною, і в кожному випадку її можна досліджувати у відповідності до описаної схеми застосування методу Монте-Карло.

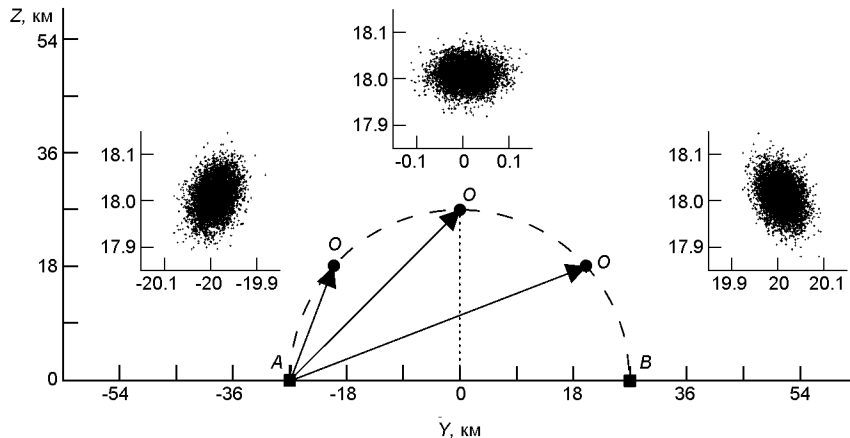


Рис. 8. Статистичні двовимірні розподіли складових  $Y$ — $Z$  радіуса-вектора об'єкта, визначені з пункту  $A$  для трьох його положень у площині  $Y$ — $Z$ , коли  $R_{AO} < R_{BO}$ ,  $R_{AO} = R_{BO}$  та  $R_{AO} > R_{BO}$ , розраховані за допомогою моделювання прямої задачі методом Монте-Карло. В усіх трьох випадках положення вибрані для  $\alpha = 90^\circ$

**Оцінка похибки обчислення вектора швидкості об'єкта.** У випадку найпростішого обчислення швидкості об'єкта за двома точками у відповідності до (12) можна провести елементарну оцінку обчислення похибок модуля та напрямку вектора швидкості. Для похибки модуля швидкості у відповідності до (13) можна записати

$$\sqrt{2} \frac{\Delta R}{R} \quad (26)$$

де  $\Delta R$  — похибка визначення координат об'єкта, а  $\Delta t$  — проміжок часу між сусідніми кадрами ( $\Delta t = 0.04$  с для стандартної телевізійної прогресивної розгортки PAL/SECAM 25 к/с). Наприклад, при точності визначення положення об'єкта 1 м при 25 к/с похибка визначення швидкості за двома послідовними відеокадрами складатиме приблизно 35 м/с. Для метеорів на висотах 80...120 км при похибці визначення положення метеороїда порядку 150 м похибка модуля швидкості, визначена за двома сусідніми кадрами, може сягати 5 км/с. На практиці середнє значення швидкості визначається на проміжку часу порядку 0.5 с, тому похибка становитиме близько 0.4 км/с, а із застосуванням регресивного аналізу по 7...15 кадрах може бути ще зменшена.

Точність обчислення напрямку вектора швидкості є не менш важливою задачею, ніж обчислення його абсолютного значення, особливо у метеорній астрономії, оскільки забезпечує достовірність обчислення радіанта (вектор, зворотний до вектора швидкості), і далі точність елементів геліоцентричної орбіти метеороїда. З якісного аналізу задачі та формул векторних добутків (6)—(8) можна прийти до очевидного висновку, що похибка визначення напрямку швидкості складається з двох складових. По-перше, це похибка визначення полюсів так званих «великих кругів» траєкторії об'єкта за кожним із спостережних пунктів (площин, що проходять через траєкторію об'єкта на даній

ділянці шляху і спостережний пункт) — вона прямо пропорційна величині похибки обчислення координат окремих кутових положень зображення тіла в кадрі та обернено пропорційна кутовому розміру дуги його траєкторії між кадрами, за якими визначається вектор нормалі до площини (з теоретичним максимумом точності при  $90^\circ$  між точками). По-друге, у відповідності до (8) кінцева похибка обчислення складових вектора також залежить від кута між векторами нормалей  $\mathbf{n}_A$  та  $\mathbf{n}_B$ , тобто від кута  $\theta$ , і є мінімальною при  $\theta = 90^\circ$ .

На рис. 9 представлено результати розрахунків напряму вектора швидкостей за допомогою методу Монте-Карло. Рис. 9а демонструє результати обчислення кутових координат положення метеора у початковому та кінцевому кадрах, причому кутова довжина сліду метеора прийнята типовою для слабких метеорів ( $10^\circ$ ), кутове зміщення слідів відповідає відстані між пунктами 54 км при висоті метеорів 100 км, тобто  $\theta = 30^\circ$ , а похибка обчислення кутових координат має нормальний розподіл, і становить  $\sigma = 2$  (для зручності демонстрації видимі траєкторії метеора задано на екваторі з напрямом руху метеора на північний полюс). Розподіл похибок обчислення полюса великого круга на небесній сфері для одного з пунктів спостереження зображено на рис. 9б. Видно, що він має явно витягнутий еліпсоїдальний вигляд з великою віссю, напрямленою паралельно проекції метеорної траєкторії на кутовій відстані  $90^\circ$  від неї. Розподіл похибок напрямку вектора швидкості (антирадіанта) приведено на рис. 9в — він також має еліпсоїдальний вигляд у значно більших масштабах, де велика піввісь є паралельною до проекції траєкторії метеора на небесну сферу та перпендикулярною до полюсів великих кругів. Для демонстрації просторового розміщення усі перераховані розподіли приведено на рис. 9г, де зображення а—в продемонстровано у навмисне збільшених масштабах, а тип початкових розподілів вибрано рівномірним.

## ОБГОВОРЕННЯ ТА ВИСНОВКИ

Розрахунок похибок обчислення відстані до об'єкта від пунктів спостереження за допомогою наближених формул (16), (17) дозволяє оцінювати вклад усіх параметрів, що впливають на результат. Показано, що оптимальною конфігурацією розміщення двох пунктів спостережень для забезпечення найвищої точності обчислення координат об'єкта є диспозиція, коли спостережуване тіло знаходиться посередині між пунктами спостереження (випадок 1 на рис. 3), а оптичні осі перетинаються під кутом  $\theta = 90^\circ$ . Так, з рис. 4, 5 видно, що при вибраних початкових похибках вхідних параметрів (похибка визначення кутових координат об'єкта — 2, базисної відстані — 20 м) вплив усіх трьох складових приблизно однаковий. Мінімум похибки близький до



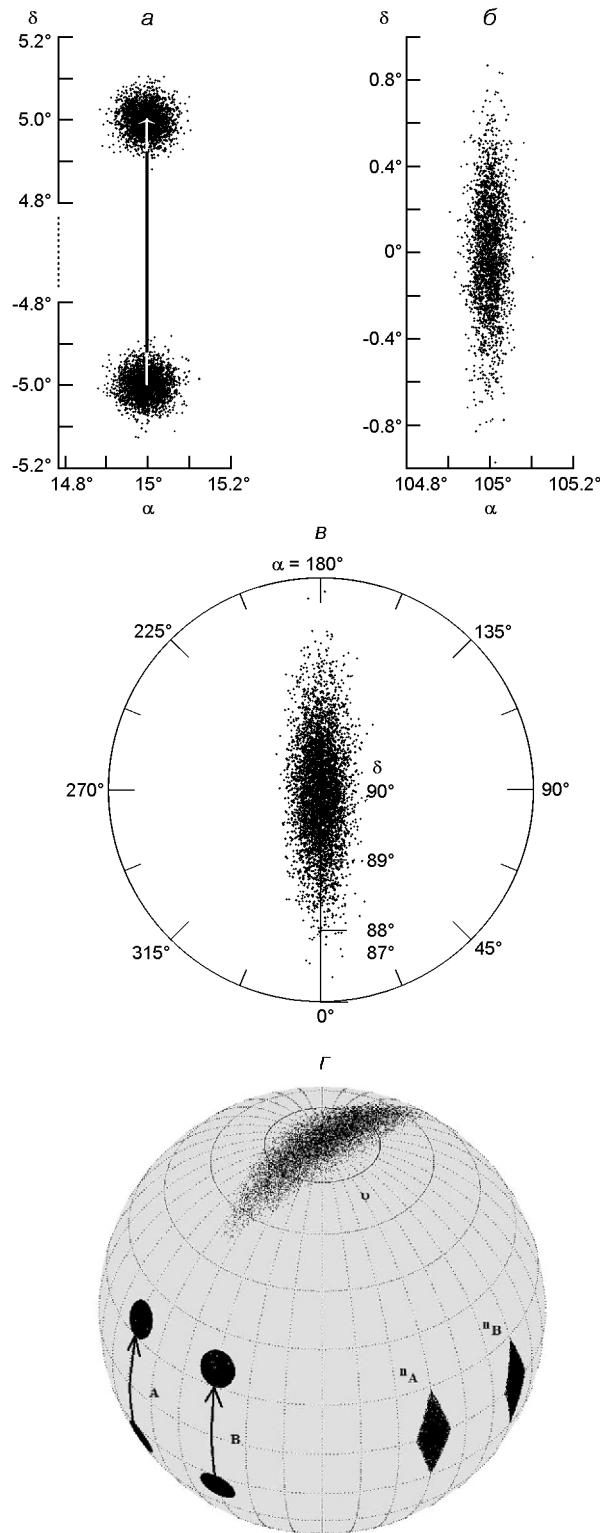


Рис. 9. Статистичні розподіли: а — кутових координат точок на проекції метеора на сферу, б — розподілу координат полюса відповідного великого круга, в — вектора швидкості (антирадіанта) метеора, г — тривимірної демонстрації усіх трьох розподілів у збільшеному масштабі

положення, коли  $\theta = 90^\circ$ , однак при цьому зміщений у бік менших висот. Слід приділити достатньо уваги точності визначення положення спостережних пунктів: при суттєво більшій похибці, аніж 20 м, дана складова буде домінувати для вибраної оптики. Похибка обчислення координат (та висоти) метеорів, що спостерігаються на висотах 100...120 км за допомогою сучасної стандартної відеотехніки, оцінена в 150 м.

При дослідженні горизонтального зміщення положення об'єкта між спостережними пунктами було показано (рис. 6—8), що похибка визначення відстані до об'єкта, обчислена за пунктом  $A$ , зменшується при віддаленні від  $A$  до  $B$  в околі  $\theta = 90^\circ$ , однак при цьому збільшується складова похибки, перпендикулярна до радіуса-вектора  $\mathbf{R}_{AO}$ . Виведені формули (22), (23) дозволяють оцінювати похибку визначення координат як відносних параметрів, виражених в довжині базисної відстані. Такий підхід дозволяє оптимізувати розміщення камер, варіюючи також величину базисної відстані, що є актуальним для мобільних спостережень, або при початковому виборі розміщення пунктів спостереження для стаціонарних спостережень.

Використання методу Монте-Карло для оцінки складових радіуса-вектора та вектора швидкості об'єкта дозволяє розглядати просторову тривимірну картину розподілу похибок. Було показано, що розподіл похибок обчислення напрямку швидкості об'єкта (або радіанта метеора) має еліпсоїдальний вигляд (рис. 9), і що розміри зони похибок суттєво більші, ніж похибки кутових координат точок на траєкторії об'єкта. Так, з рис. 9 видно, що при визначенні напрямку швидкості за двома точками на краях траєкторії метеора довжиною в  $10^\circ$  при нормальному розподілі їхніх кутових координат зі стандартним відхиленням 2 зона розкиду напрямку вектора швидкості (для метеорів — зона радіації) має розміри приблизно  $1^\circ - 5^\circ$ . Схожі результати при обчисленні радіанта метеора були отримані в роботі [6].

Отримані результати можна використати для розв'язку класичної проблеми вибору оптики при спостереженнях метеорів. З одного боку, дуже важливо мати повну картину розвитку метеора — для цього вибирається відносно ширококутна оптика з полями зору  $20^\circ \dots 60^\circ$ . При цьому кутова відстань траєкторії метеора може складати десятки градусів, що покращує для довгих метеорів точність визначення великих кругів, а відтак і напрямку швидкості, однак одночасно погіршує її через велику похибку визначення кутових координат індивідуальних точок на траєкторії метеора. Довгофокусна (телескопічна) спостережна техніка дозволяє детально вивчити структуру метеора на надкороткій ділянці його траєкторії — менше  $1^\circ$  [9] (або навіть значно менше [12]), наприклад зафіксувати потенційно можливе дроблення метеорного тіла. Точність визначення кутових координат індивідуальних точок є відносно дуже високою, однак кутова довжина траєкторії метеора є надзвичайно малою, що в свою чергу погіршує точність визначення напрямку вектора швидкості. Загалом проблема вибору оптики

може бути розв'язана методом Монте-Карло, описаним вище, але наразі можна констатувати, що для однієї і тієї ж відеокамери точність визначення напрямку вектора швидкості не можна збільшити, варіюючи довжину фокуса об'єктива. Очевидно, що збільшення фокуса може зменшити похибку визначення кутових координат індивідуальних точок на метеорній траєкторії у декілька разів, але при цьому у стільки ж разів зменшиться кутлова довжина метеорної траєкторії, повністю нівелюючи отриманий вигравш. Що ж до точності визначення модуля швидкості тіла, то у відповідності до (26) видно, що при тій же частоті телевізійної розгортки довгофокусні об'єктиви дають незаперечний вигравш. На жаль, імовірність реєстрації метеорів такими телескопічними системами дуже мала при базисних спостереженнях.

Приведені формули та методи можна також використати для ряду прикладних задач, наприклад для розрахунку стереоскопічних систем оцінки відстані в задачах комп'ютерного зору, робототехніки та ін. В таких системах оцінка дальності відбувається для відстаней, на порядки більших за базисну відстань між камерами (наприклад, для стереобазиса 2 м — це дальність в кілометри, а необхідна точність — метри; для бази 20 см — це десятки-сотні метрів при сантиметровій точності), і очевидно вимагає використання довгофокусної оптики. Так, при стереобазисі 2 м для описаних вище відеокамер з похибкою визначення кутових координат 2' будемо мати на відстані 2 км похибку координат, поперечних до променя зору, лише 1.2 м, а дальності до об'єкта —  $R > 1.6$  км. Для досягнення адекватної точності по дальності, очевидно, слід було б використовувати довгофокусні камери з похибкою визначення кутових координат 0.1', тоді  $R = 1.4$  м. При цьому похибка визначення стереобазиса була задана  $R_{AB} = 0.1$  мм. Якщо збільшити її до  $R_{AB} = 1$  мм (що спрощує технічні вимоги), то похибка збільшується вже до  $R = 1.7$  м. Однак можна легко показати, що технічно це реалізувати наразі неможливо — для приймача розміром 2 × 2 см та 4К × 4К пкл фокусна відстань мала б бути  $F = 5$  м (приймаючи, що похибка визначення кутових координат дорівнює половині куткового розміру пікселя). Для більш реалістичних значень  $F = 1$  м точність визначення дальності становитиме  $R = 7$  м, а при  $F = 0.5$  м — відповідно 14 м. Крім того, атмосферна рефракція накладає свої обмеження на точність розрахунків.

Вимірювання траєкторії та швидкості штучних балістичних тіл має свої особливості і забезпечує точність вимірів їхніх координат порядку 10 м на відстанях до 150 км за допомогою двох-трьох слідкуючих відеосистем з кутвою точністю вимірювання координат 1', або одиниць метрів при дальності 20...25 км.

Роботу виконано в рамках державної бюджетної теми Міністерства освіти і науки України «Космічні чинники земних катаклізмів. Спостереження, аналіз, інформатизація» (державний реєстраційний

номер 16БФ023-02), та при частковому фінансуванні Державного підприємства конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля.

1. Козак Л. В., Івченко В. М., Одзимек А. С., Клоков І. С., Козак П. М., Лапчук В. П. Оцінка енергії світіння атмосфери над грозовими розрядами. *Космічна наука і технологія*. 2012. 18, № 2. С. 33—42.
2. Козак Л., Одзимек А., Івченко В., Козак П., Гала І., Лапчук В. Оптичні ефекти від висотних грозових розрядів в атмосфері Землі. *Вісник Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер. Астрономія*. 2016. 1 (53). С. 11—15.
3. Козак П. Н. Анализ методов и точность определения экваториальных координат при цифровой обработке телевизионных наблюдений метеоров. *Кинематика и физика небес. тел.* 2002. 18, № 5. С. 471—480.
4. Козак П. Н. Векторный метод определения параметров траектории и элементов гелиоцентрической орбиты метеора для телевизионных наблюдений. *Кинематика и физика небес. тел.* 2003. 19, № 1. С. 62—76.
5. Козак П. М., Козак Л. В. Метод фотометрії слабких метеорів та штучних супутників Землі із спостережень з телевізійними системами суперізокон. *Космічна наука і технологія*. 2015. 21, № 1. С. 38—47.
6. Bettonvil E. Least squares estimation of a meteor trajectory and radiant with a Gauss-Markov model // *Proc. Int. Meteor Conf.*, Oostmalle, Belgium, 2005. — Eds.: Bastiaens L., Verbert J., Wislez J.-M., Verbeeck C. — International Meteor Organisation. — 2006. — P. 63-73.
7. Brown P., Campbell M. D., Hawkes R. L., Theijsmeyjer C., Jones J. Multi-station electro-optical observations of the 1999 Leonid meteor storm. *Planetary and Space Science*. 2002. 50, N 1. P. 45—55.
8. Fujiwara Y., Ueda M., Kawasaki Y., Nakamura T. TV Observation of the Leonid meteor shower in 2002: First observation of a faint meteor storm. *Publ. Astron. Soc. Japan*. 2003. 55, Iss. 6. P. 1157—1162.
9. Gorbanev Y. M. Odessa television meteor patrol. *Odessa Astronomical Publications*. 2009/2010. 22. P. 60—67.
10. Gural P. Algorithms and Software for Meteor Detection. *Earth, Moon, and Planets*. 2008. 102, Iss. 1-4. P. 69—76.
11. Hajdukova M., Kruchinenko V. G., Kazantsev A. M., Taranucha Ju. G., Rozhilo A. A., Eryomin S. S., Kozak P. N. Perseid meteor stream 1991—1993 from TV observations in Kiev. *Earth, Moon and Planets*. 1995. 68. P. 297—301.
12. Iye M., Tanaka M., Yanagisawa M., Ebizuka N., Ohnishi K., Hirose C., Asami N., Komiyama Y., Furusawa H. // SuprimeCam observation of sporadic meteors during Perseids 2004. *Publ. Astron. Soc. Jpn.* 2007. 59. P. 841—855.
13. Koten P. Software for processing of meteor video records // *Proc. Int. Conf. Asteroids, Comets, Meteors (ACM'2002)*, Berlin, Germany. — Ed. B. Warmbein. 2002. P. 197—200.
14. Koten P., Fliegel K., Vitek S., Páta P. Automatic video system for continues monitoring of the meteor activity. *Earth, Moon, and Planets*. 2011. 108, Iss. 1. P. 69—76.
15. Koten P., Spurny P., Borovicka J., Stork R. Catalogue of video meteor orbits. Part 1 // *Publ. of the Astron. Inst. of the Academy of Sc. of the Czech Republic*. 2003. N 91. P. 1—32.
16. Kozak P. “Falling Star”: Software for Processing of Double-Station TV Meteor Observations. *Earth, Moon, and Planets*. 2008. 102, N 1-4. P. 277—283.
17. Kozak P. M., Rozhilo A. A., Taranukha Y. G. Some features of digital kinematic and photometrical processing of faint TV meteors // *Proc. Int. Conf. Meteoroids 2001*,

- Kiruna, Sweden. — Ed. Barbara Warmbein. — ESA-SP 495. 2001. P. 337—342.
18. Kozak P., Rozhilo O., Kruchynenko V., Kazantsev A., Taranukha A. Results of processing of Leonids-2002 meteor storm TV observations in Kyiv. *Adv. in Space Res.* 2007. 39, Iss. 4. P. 619—623.
19. Kozak P. M., Watanabe J. Upward-moving low-light meteor — I. Observation results. *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2017. 467, Iss. 1. P. 793—801.
20. Molau S. The meteor detection software MetRec // *Proc. Int. Conf. Meteoroids 1998*, Tatranska Lomnika, Slovakia. — Eds. W. J. Baggaley and V. Porubcan. — 1999. — P. 131.
21. Odzimek A., Byr J., Mielniczek M., Pajek M., Struzik P., Novak P. A case study of two sprite events recorded over western Europe. *Geophys. Res. Abstracts* (EGU General Assembly 2013). 2013. 15. EGU2013-8775-2.
22. SonotaCo A meteor shower catalog based on video observations in 2007—2008 // *WGN, Journal of the IMO*. 2009. 37:2. P. 55.

Статья поступила в редакцию 06.06.2018

П. Н. Козак<sup>1</sup>, В. П. Ланчук<sup>2</sup>, Л. В. Козак<sup>2</sup>, В. Н. Ивченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Астрономическая обсерватория Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

<sup>2</sup>Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

ОПТИМІЗАЦІЯ ДИСПОЗИЦІЇ ВІДЕОКАМЕР  
ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ ТОЧНОСТІ  
ВИЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ПРИРОДНИХ  
І ІСКУССТВЕННИХ АТМОСФЕРНИХ ОБ'ЄКТОВ  
ПРИ СТЕРЕОНАБЛЮДЕННЯХ

Рассматривается задача оптимизации размещения пары видеокамер для обеспечения максимальной точности расчета радиуса-вектора и вектора скорости природных и искусственных объектов в атмосфере и ближнем околоземном пространстве по базисным телевизионным наблюдениям. Исследуется влияние разрешающей способности видеокамер и точности определения положений наблюдательных пунктов на точность вычисления дальности до атмосферного объекта. Выведена формула вычисления относительной погрешности определения дальности в величинах базисного расстояния. Для вычисления погрешностей составляющих радиуса-вектора и вектора скорости объекта используется моделирование прямой задачи с применением метода Монте-Карло. Приводится трехмерное распределение погрешности вычисления координат наблюдаемого объекта. Демонстрируется точность вычисления модуля скорости тела и распределение погрешностей вычисления направления вектора скорости на сфере. Для демонстрации используются результаты вычисления атмосферных кинематических характеристик метеоров. Коротко обсуждаются возможные сферы применения полученных результатов: астрономия, геофизика, физика атмосферы, геодезия, авиация, системы компьютерного зрения. **Ключевые слова:** видеонаблюдения, телевизионные стереонаблюдения, наблюдения атмосферных объектов, метеоры, точность определения кинематических координат, погрешности вычисления дальности, погрешности вычисления вектора скорости.

*P. M. Kozak<sup>1</sup>, V. P. Lapchuk<sup>2</sup>, L. V. Kozak<sup>2</sup>, V. N. Ivchenko<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Astronomical observatory, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine

OPTIMIZATION OF VIDEO CAMERAS DISPOSITION  
FOR PROVIDING MAXIMAL CALCULATION PRECISION  
OF COORDINATES OF NATURAL AND ARTIFICIAL  
ATMOSPHERE OBJECTS FOR STEREO OBSERVATION

The problem of optimization of video cameras couple disposition for providing maximal precision of radius-vector and velocity vector of natural and artificial objects in atmosphere and near earth space from double-station TV observations is considered. The influence of video cameras resolution and precision of determination of the observational points positions onto the distance to atmospheric object calculation precision is investigated. The formula for calculation of relative error of the distance determination expressed in values of basic distance is derived. For determination of errors of object radius-vector and velocity vector components the modeling of direct problem with application of Monte-Carlo method is used. 3D distribution of an error for the observed object coordinates calculation is shown. The calculation precision for velocity absolute value of a body, and error distribution for velocity vector direction of a sphere is demonstrated. For demonstration the calculation results of atmospheric parameters of meteors are used. Possible fields of obtained results application are briefly discussed: astronomy, geophysics, physics of atmosphere, geodesy, aviation, computer vision systems.

**Key words:** video observations, TV stereo observations, atmosphere objects observations, meteors, kinematic parameters determination precision, distance determination errors, velocity vector calculation errors.