УДК 535.341

ОСОБЛИВОСТІ ПОГЛИНАННЯ ТА ВИПРОМІНЮВАННЯ СВІТЛА ВІЛЬНИМИ ЕЛЕКТРОНАМИ В ФЕРОМАГНІТНИХ НАПІВПРОВІДНИКАХ

О.Ю. Семчук

Інститут хімії поверхні ім. О.О. Чуйка Національної академії наук України, вул. Генерала Наумова, 17, Київ, 03164, Україна, e-mail: aleksandr1950@meta.ua

*Отримано загальні вирази для коефіцієнта поглинання, а за наявності гарячих електронів і для інтенсивності випромінювання світла, вільними електронами в феромагнітних напівпровідниках (ФМН) для випадку, коли превалюючим є електрон-магнонне розсіювання. Враховано залежність від концентрації електронів, їх температури та магнонної температури. Розглянуто класичний та квантовий випадки. Показано, що в класичному діапазоні частот, якщо немає розігріву електронів та магнонів, то коефіцієнт поглинання світла вільними електронами в ФМН лише на множник відрізняється від класичної формули Друде***.** *Встановлено, що інтенсивність спонтанного випромінювання гарячих електронів в ФМН не залежить від частоти світла в класичному діапазоні частот і експоненціально спадає в квантовій області частот.*

Вступ

Наявність сильної *s*–*d*-обмінної взаємодії між електронною та магнітною підсистемами ФМП дають можливість спостерігати в них низку унікальних ефектів: перехід метал–діелектрик, гігантський магнітоопір, сильний зсув краю оптичного поглинання, фотоіндуковані магнітні ефекти тощо [1], що робить ФМН ключовими матеріалами для сучасної мікро- та наноелектроніки. Таким чином, слід очікувати і нових особливостей в процесах поглинання та випромінювання світла в ФМН, викликаних саме взаємодією між електронною та магнітною підсистемами. До останнього часу не існувало скільки-небудь загального підходу до описання явищ поглинання та випромінювання світла в феромагнітних напівпровідниках, які поєднують в собі одночасно і напівпровідникові і магнітні властивості.

Відомо, що для того, щоб відбувся акт поглинання чи випромінювання вільним електроном кванта світла – фотона, потрібно, крім електрона і фотона, ще «третє тіло», яке забезпечує виконання законів збереження енергії та імпульсу в процесі зіткнень. Цим «третім тілом» можуть бути фонони, магнони, домішки тощо. Цим пояснюється вплив механізмів розсіювання електронів на процеси поглинання та випромінювання. На використанні кінетичного рівняння, в якому враховується вплив зовнішнього електромагнітного поля на механізм розсіяння вільних носіїв (так званого квантового кінетичного рівняння), базується найбільш поширений метод дослідження поглинання та розсіювання світла вільними носіями в напівпровідниках [2, 3]. Зручність полягає в тому, що в єдиному підході можна отримати вираз для поглинання світла вільними електронами як в класичному, так і в квантовому випадках. Те ж стосується і процесу спонтанного випромінювання.

В даній роботі за допомогою методу, що базується на використанні квантового кінетичного рівняння, отримано загальні вирази для коефіцієнта випромінювання світла вільними носіями і інтенсивності спонтанного випромінювання світла гарячими електронами в ФМН в яких враховано залежність від концентрації електронів, їх температури та магнонної температури. Основним механізмом розсіювання носіїв вважалося електрон-двомагнонне розсіювання. Розглянуто класичний та квантовий випадки. Показано, що в класичному діапазоні частот, якщо немає розігріву електронів та магнонів, то коефіцієнт поглинання світла вільними електронами в ФМН лише на множник $8/\left(3\sqrt{\pi}\right)$ відрізняється від класичної формули Друде. Це пов'язано з тим, що в класичній теорії Друде не враховується енергетична залежність часу релаксації. Встановлено, що інтенсивність спонтанного випромінювання гарячих електронів в ФМН не залежить від частоти світла в класичному діапазоні частот і експоненціально спадає в квантовій області частот.

Інтеграл зіткнень електронів провідності з розсіювачами в напівпровіднику в присутності електромагнітної хвилі

Розглянемо квантовомеханічну систему електрон провідності в напівпровіднику + розсіювач (фонони, магнони тощо) в високочастотному електромагнітному полі лазерного випромінювання, вектор-потенціал якого $\vec{A}$ задається виразом

$$\vec{A}(t) = \vec{A}_0 \cos\omega t, \tag{1}$$

а частота ω задовольняє умові $\omega\tau \ll 1$, τ – час вільного пробігу електронів провідності між зіткненнями.

Повний гамільтоніан такої системи може бути записаний у вигляді [2, 4, 5]

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}(t), \tag{2}$$

де

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m}\sum_{\vec{p}}\left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}(t)\right)a_{\vec{p}}^{+}a_{\vec{p}} + \sum_{\vec{k}} c_{\vec{k}}\left(b_{\vec{k}}^{+}b_{\vec{k}} + \frac{1}{2}\right)$$

– гамільтоніан незбуреної системи, а $\hat{H}_{\text{int}}$ – оператор міжквазічастинкової взаємодії (електрон-фононної, електрон-магнонної тощо), який буде вважатися малим збуренням і формально залежним від часу.

Еволюція в часі такої системи описуватиметься часовим рівнянням Шредінгера з гамільтоніаном (2) [2, 4, 5]

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = \hat{H}(t)\Psi(\vec{r},t). \tag{3}$$

Розкладемо розв'язок $\Psi(\vec{r},t)$ рівняння (3) по повній системі власних функцій $\psi_n(\vec{r},t)$ незбуреного гамільтоніану $\hat{H}_0$

$$\Psi(\vec{r},t) = \sum_n a_n(t)\psi_n(\vec{r},t), \tag{4}$$

при цьому

$$\hat{H}_0 u_n = \varepsilon_n u_n,$$

де ε_n – енергія системи в n-му квазістаціонарному стані.

Вважаючи, що

$$a_n(t) = a_n^{(0)} + a_n^{(1)}(t) + a_n^{(2)}(t) + \ldots, \tag{5}$$

де $a_n^{(0)}$ – незбурене (початкове) значення коефіцієнта $a_n(t)$, а $a_n^{(1)}(t)$, $a_n^{(2)}(t)$ – поправки першого та другого порядку малості по $\hat{H}_{\text{int}}(t)$. Можна показати [2, 4, 5], що

$$\frac{da_k^{(1)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\sum_n H_{kn}^{\text{int}} a_n^{(0)}, \qquad \frac{da_k^{(2)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\sum_n H_{kn}^{\text{int}} a_n^{(1)}, \tag{6}$$

де

$$H_{kn}^{\text{int}} = \int \psi_k^* \tilde{H}_{\text{int}} \psi_n d\tau \tag{7}$$

– матричний елемент оператора взаємодії (збурення), а символ $\sum\limits_n$ означає підсумовування по дискретним та інтегрування по неперервним станам незбуреної системи.

Нехай тепер в початковий момент часу ($t=0$) система знаходиться в i-му квантовому стані, тоді $a_i^{(0)} = 1$, а всі інші $a_n^{(0)} = 0\,(n \neq i)$. Нас цікавить амплітуда $a_f^{(1)}(t)$ кінцевого стану f до моменту часу t, якщо збурення $\widehat{H}_{\text{int}}$ «вмикається» в момент $t=0$. Очевидно, що $a_f^{(1)}(0) = 0$, тому з (6) маємо

$$a_f^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_0^t H_{fi}^{\text{int}}(t')\,dt'. \tag{8}$$

Величина $\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2$ є імовірність того, що квантова система знаходиться в стані $\psi_f(\vec{r},t)$ в момент часу t. При $t=0$ система знаходилась в стані $\psi_f(\vec{r},0)$. Використовуючи (8), одержимо для ймовірності $\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2$

$$\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2 = \frac{1}{\hbar^2}\left|\int_0^t H_{fi}^{\text{int}}(t')\,dt'\right|^2. \tag{9}$$

Цю величину можна розглядати як ймовірність переходу квантової системи із стану $\Psi_i(\vec{r},t)$ в стан $\Psi_f(\vec{r},t)$ під дією збурення (взаємодії між квазічастинками) $\hat{H}_{\text{int}}(t)$ на протязі часу t. Крім цієї величини, вводиться ймовірність переходу в одиницю часу $W(i,f)$, яка пов'язана з величиною $\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2$ наступним співвідношенням [2,5]:

$$W(i,f) = \frac{d}{dt}\left|a_f^{(1)}(t)\right|^2 = \frac{1}{\hbar^2}\frac{d}{dt}\left|\int_0^t H_{if}^{\text{int}}(t')\,dt'\right|^2. \tag{10}$$

Переходячи в (10) до імпульсного представлення та записуючи матричний елемент оператора взаємодії в розгорнутому вигляді, одержуємо з (10)

$$W\left(\vec{p}',\vec{p}\right)=\frac{1}{\hbar^2}\frac{d}{dt}\left|\int_0^t d\tau<\Psi^*_{\vec{p}'}\left(\tau\right)\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}\left(\tau\right)>\right|^2. \qquad (11)$$

Нехай при $t=0$ в квантовомеханічній системі – електрони в зоні провідності та розсіювачі в високочастотному полі КСП (фонони, магнони, іонізовані домішки тощо) – вмикається взаємодія між електронами та розсіювачами. В результаті взаємодії електрона з розсіювачем він переходить з одного квазістаціонарного стану, в якому він має квазіенергію $E_{\vec{p}}$ та квазіімпульс $\vec{p}$ і описується хвильовою функцією $\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r},t\right)$, в інший, що описується хвильовою функцією $\Psi_{\vec{p}'}\left(\vec{r},t\right)$, в якому його квазіімпульс набуває значення $\vec{p}'$, квазіенергія стає рівною $E_{\vec{p}'}\pm\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ (тут $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ – величина, що характеризує зміну енергії в системі електрон – розсіювач в результаті взаємодії). Отже, задача звелася до обчислення матричного елемента оператора взаємодії (11). Проведемо його обчислення, використовуючи знайдену нами хвильову функцію електрона в полі лазерного випромінювання [5], яку тепер буде зручно записати, обмежуючись дипольним наближенням, у спрощеному вигляді:

$$\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r},t\right)=\Psi\left(\vec{r}\right)\times\exp\left\{i\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\hbar\omega}\sin\omega t\right\}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\left(\left(\frac{p^2}{2m}+\frac{e^2A_0^2}{4mc^2}\right)t\right)\right\}. \qquad (12)$$

У (12) хвильова функція подана у вигляді добутку двох функцій, одна з яких залежить лише від координати ($\Psi\left(\vec{r}\right)$) , а друга – від часу ($\exp\left\{...\right\}t$). Підставляючи в (11) хвильову функцію електрона провідності у вигляді (12), одержимо

$$W\left(\vec{p},p\right)=\frac{1}{\hbar^2}\frac{d}{dt}\left|\int_0^t d\tau\left\langle\Psi^*_{\vec{p}'}\left(\vec{r}\right)\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r}\right)\right\rangle\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\begin{pmatrix}\varepsilon_{\vec{p}'}-\varepsilon_{\vec{p}}\pm\\ \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}\end{pmatrix}\tau-i\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega}\sin\omega\tau\right\}\right|^2. \qquad (13)$$

У (12) та (13) введено позначення $\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}=\vec{A}_0\left(\vec{p}'-\vec{p}\right)$.

Виносячи матричний елемент оператора взаємодії електрона з розсіювачем $\left\langle\Psi^*_{\vec{p}'}\left(\vec{r}\right)\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r}\right)\right\rangle$ з-під знаку інтегралу та використовуючи відому формулу Якобі–Ангера [6]

$$\exp\left\{\pm iz\sin\phi\right\}=\sum_{l=-\infty}^{\infty}J_n\left(z\right)\exp\left\{\pm il\phi\right\},$$

($J_n\left(z\right)$ – функція Бесселя дійсного аргументу) з (13) одержуємо

$$W\left(\vec{p},p\right)=\frac{1}{\hbar^2}\sum_{l=-\infty}^{\infty}J_l^2\left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega}\right)\left|\left\langle\Psi^*_{\vec{p}'}\left(\vec{r}\right)\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r}\right)\right\rangle\right|^2\frac{d}{dt}\left|\int_0^t d\tau\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\begin{pmatrix}\varepsilon_{\vec{p}'}-\varepsilon_{\vec{p}}\pm\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}-\\ -l\hbar\omega\end{pmatrix}\tau\right\}\right|^2. \qquad (14)$$

Провівши в (14) інтегрування по $d\tau$, отримуємо

$$W\left(\vec{p},p\right)=2\sum_{l=-\infty}^{\infty}J_l^2\left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega}\right)\left|\left\langle\Psi^*_{\vec{p}'}\left(\vec{r}\right)\left|\hat{H}_{\text{int}}\right|\Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r}\right)\right\rangle\right|^2\frac{\sin\omega_{\vec{p}'\vec{p}}t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}}. \qquad (15)$$

У (15) введено позначення $\omega_{\vec{p}'\vec{p}}=\hbar^{-1}(\varepsilon_{\vec{p}'}-\varepsilon_{\vec{p}}\pm\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}-l\hbar\omega)$.

Тепер проаналізуємо одержаний результат. Розглянемо величину $F = \left(\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t / \omega_{\vec{p}'\vec{p}}\right)$ як функцію $\omega_{\vec{p}'p'}$ і розрахуємо інтеграл від величини F по частотах [3, 5]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t / \omega_{\vec{p}'\vec{p}}\right) d\omega_{\vec{p}'\vec{p}} = \pi \ . \tag{16}$$

Таким чином, при великих інтервалах часу взаємодії електрона з розсіювачем ($t \to \infty$) з (16) маємо

$$F = \left(\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t / \omega_{\vec{p}'\vec{p}}\right) \approx \left(\pi/\hbar\right) \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - l\hbar\omega\right). \tag{17}$$

Отже, для випадку, коли час взаємодії електрона з розсіювачем досить великий ($t \to \infty$), імовірність переходу електрона зі стану, де він описується квазіімпульсом $\vec{p}\,'$, в інший стан, де він матиме квазіімпульс $\vec{p}$ в результаті взаємодії з розсіювачем, може бути записана у вигляді:

$$W\left(\vec{p}\,', \vec{p}\right) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}} / mc\hbar\omega\right) \left|\left\langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}'} \left| \widehat{H}_{\text{int}} \right| n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle\right|^2 \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - l\hbar\omega\right). \tag{18}$$

Тут $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ – зміна енергії електрона в процесі взаємодії з розсіювачем.

Із (18) випливає, що імовірність переходу $W\left(\vec{p}\,', \vec{p}\right)$ пропорційна квадрату модуля матричного елемента оператора взаємодії

$$\left|\left\langle \Psi^*_{\vec{p}'}\left(\vec{r}\right) \left| \widehat{H}_{\text{int}} \right| \Psi_{\vec{p}}\left(\vec{r}\right)\right\rangle\right|^2 = \left|\left\langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}} \left| \widehat{H}_{\text{int}} \right| n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}}\right\rangle\right|^2 \tag{19}$$

і відмінна від нуля лише тоді, коли в процесі взаємодії електрон – розсіювач приймають участь кванти зовнішнього електромагнітного поля – фотони.

Зауважимо, що в (19) матричний елемент взаємодії електрона з розсіювачем записаний через числа заповнення електрона $n_{\vec{p}}$ та розсіювача $N_{\vec{q}}$. Використовуючи (19), тепер можна записати в загальному вигляді квантове кінетичне рівняння для електронів провідності в напівпровіднику, що взаємодіють з розсіювачем у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі лазерного випромінювання (1)

$$\begin{gathered}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + e\vec{F}_0 \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{p}'} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{mc\hbar\omega}\right) \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - l\hbar\omega\right) \times \\ \left\{\left|\left\langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}'} \left| H_{\text{int}} \right| n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}}\right\rangle\right|^2 f_{\vec{p}'}\left(1 - f_{\vec{p}}\right) - \left|\left\langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \left| H_{\text{int}} \right| n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}'}\right\rangle\right|^2 f_{\vec{p}}\left(1 - f_{\vec{p}'}\right)\right\}.\end{gathered} \tag{20}$$

У (20) $f_{\vec{p}}$ – функція розподілу електронів за імпульсами $\vec{p}$, $\vec{F}_0$ – зовнішнє постійне електричне поле).

Тепер для одержання явного вигляду інтеграла зіткнень для електронів (права частина (20)) для конкретного механізму розсіяння необхідно задати гамільтоніан взаємодії електрона з розсіювачем і провести розрахунок відповідного матричного елемента оператора розсіяння.

Поглинання світла вільними електронами в ФМН

Вважатимемо, що як по енергії, так і по імпульсу електрони в феромагнітних напівпровідниках (ФМН) релаксують на магнонах, а енергію віддають акустичним фононам [7]. Розглянемо випадок електрон-магнонної взаємодії. Для простоти обмежимося однопідзонним наближенням, тобто розглядом підзони провідності зі спіном "вверх". В процесі електрон-магнонної взаємодії враховуватимемо як двомагнонні процеси в першому порядку теорії збурень, так і одномагнонні – в другому. Для цього випадку гамільтоніан електрон-магнонної взаємодії в представленні вторинного квантування може бути записаний у вигляді [1]

$$\tilde{H}_{2em} = \tilde{H}_{\text{int}} = \sum_{\vec{p},\vec{q},\vec{r}} \left\{ C^{\uparrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} a^{+}_{\vec{p}\uparrow} a_{\vec{p}-\vec{r}\uparrow} - C^{\downarrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} a^{+}_{\vec{p}\downarrow} a_{\vec{p}-\vec{r}\downarrow} \right\} b^{+}_{\vec{q}} b_{\vec{q}+\vec{r}}, \quad C\left(\vec{p},\vec{k}\right) = \frac{J}{4N}\left[\frac{\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{k}}}{JS + \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{k}}}\right].$$
$$C^{\uparrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} = C\left(\vec{p}+\vec{q},\vec{k}\right) + C\left(\vec{p}+\vec{q},\vec{p}-\vec{r}\right), \quad C^{\downarrow}_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}} = C\left(\vec{p}-\vec{r},\vec{p}-\vec{q}-\vec{r}\right). \tag{21}$$

Тут J – енергія *s–d*-обмінної взаємодії, N – число магнітних іонів, S – спін магнітного іона.

Зробимо низку спрощуючих наближень. Вважатимемо зовнішнє постійне електричне поле $\vec{F}_0$ не надто великим, так що середня кінетична енергія електрона $\overline{\varepsilon} << JS$, а енергія електрона в полі лазерного випромінювання $\varepsilon_{\vec{P}} << JS$ ($\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}\left(\vec{r},t\right)$ – кінематичний імпульс електрона). Ці нерівності дозволяють обмежитися розглядом підзони з $\sigma = \uparrow$ і надалі спіновий індекс σ опускати.

Використовуючи (21), проведемо обчислення квадрата матричного елементу електрон-двомагнонної взаємодії $\left|\left\langle f_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}}' \middle| \hat{H}_{\text{int}} \middle| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle\right|^2$. Проведені розрахунки за методикою, викладеною в [2, 5], дають наступні результати:

$$\begin{aligned} \left|\left\langle f_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}}' \middle| \hat{H}_{\text{int}} \middle| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle\right|^2 &= \left|C_{\vec{p}'\vec{q}q'}\right|^2 N_{\vec{q}'}\left(\vec{r},t\right)\left(1 + N_{\vec{q}}\left(\vec{r},t\right)\right)\delta^{\vec{p}'+\vec{q}'}_{\vec{p}+\vec{q}}, \\ \left|\left\langle f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \middle| \hat{H}_{\text{int}} \middle| f_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}}' \right\rangle\right|^2 &= \left|C_{\vec{p}'\vec{q}q'}\right|^2 N_{\vec{q}}\left(\vec{r},t\right)\left(1 + N_{\vec{q}'}\left(\vec{r},t\right)\right)\delta^{\vec{p}'+\vec{q}'}_{\vec{p}+\vec{q}}. \end{aligned} \tag{22}$$

Враховуючи, що для електрон-двомагнонного розсіяння величина $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} = \omega_{\vec{q}'} - \omega_{\vec{q}}$ ($\omega_{\vec{q}}$ – енергія магнона з квазіімпульсом $\vec{q}$), можна отримати наступний вираз для інтегралу зіткнень електронів з магнонами ФМН, що знаходиться в зовнішньому електричному полі $\vec{F}_0$ та неоднорідному високочастотному електромагнітному полі лазерного випромінювання (1):

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{sc} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{p',q',\vec{q}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left|C_{\vec{p}'\vec{q}\vec{q}'}\right|^2 J_l^2\left(x\right) \delta^{\vec{p}'+\vec{q}'}_{\vec{p}+\vec{q}} \begin{Bmatrix} f_{\vec{p}'}\left(1-f_{\vec{p}}\right) N_{\vec{q}'}\left(1+N_{\vec{q}}\right) - \\ f_{\vec{p}}\left(1-f_{\vec{p}'}\right) N_{\vec{q}}\left(1+N_{\vec{q}'}\right) \end{Bmatrix} \delta\begin{pmatrix} \varepsilon_{\vec{P}'} - \varepsilon_{\vec{P}} + \omega_{\vec{q}} \\ -\omega_{\vec{q}'} - l\hbar\omega \end{pmatrix}. \tag{23}$$

У (23) використано позначення $x = e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'} / mc\hbar\omega.$-

Енергія, яку поглинають електрони в одиницю часу в процесі електрон-магнонного розсіювання в присутності електромагнітної хвилі визначається виразом [2, 3]

$$P = \int \varepsilon_{\vec{p}} \left(\frac{\partial f}{\partial \vec{p}}\right)_{sc} d\vec{p}. \tag{24}$$

Підставляючи (23) в (24) та враховуючи, що $f_{\vec{p}} << 1$, $\hbar\omega >> \varepsilon_{\vec{p}}, \omega_{\vec{q}}$ і вважаючи електрон-двомагнонне розсіювання квазіупружним, одержимо

$$P = \frac{1}{\pi m\sqrt{2T_e m}\tau_p^{em}\left(T_e, T_m\right)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int d\vec{p} d\vec{p}' J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\hbar\omega}\right) \varepsilon_{\vec{p}} \left(f_{\vec{p}'} - f_{\vec{p}}\right) \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - l\hbar\omega\right). \quad (25)$$

У (25) введено позначення

$$\frac{1}{\tau_p^{em}\left(T_e, T_m\right)} = \frac{a^3 J^2 m^{3/2}\sqrt{2T_e}}{4\pi\hbar^4} \sum_{\vec{q}} \frac{q^4}{\left(q^2 + q_0^2\right)} N_{\vec{q}}\left(1 + N_{\vec{q}}\right) = \frac{a^6 J^2 m_s^2 T^2 m}{8\pi^2\hbar^7} \sqrt{\frac{T}{JS}} \left(\frac{T_m}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{T_e}{T}}, \quad (26)$$

де a – постійна кристалічної гратки, T_e – температура електронів в енергетичних одиницях $, N_{\vec{q}} \approx T_m / \omega_{\vec{q}} = 2m_s T_m / q^2$; T_m– температура магнонів в енергетичних одиницях, $\omega_{\vec{q}} = q^2 / 2m_s$, m_s– маса магнона, , $q_0^2 = 2mJS$.

В (25) та (26) враховано той факт, що в ФМН можуть розігріватися як електрони, так і магнони [7].

Якщо в доданку в (25), який пропорційний $f_{\vec{p}'}$, зробити заміну $\vec{p}' \to \vec{p}$, $l \to -l$ і визначити $\varepsilon_{\vec{p}'}$ через $\varepsilon_{\vec{p}}$, скориставшись δ-функцією, отримаємо

$$P = -\frac{1}{\pi\sqrt{2T_e} m^{3/2} \tau_p^{em}\left(T_e, T_m\right)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} l\hbar\omega \int d\vec{p} d\vec{p}' J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\hbar\omega}\right) f_{\vec{p}} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - l\hbar\omega\right). \quad (27)$$

Надалі обмежимось тільки однофотонними переходами, тобто вважатимемо, що $l = \pm 1$. В цьому наближенні маємо

$$P = P(+) + P(-), \quad (28)$$

де

$$P(\pm) = \pm \frac{\hbar\omega}{\pi\sqrt{2T_e} m^{3/2} \tau_p^{em}\left(T_e, T_m\right)} \int d\vec{p} d\vec{p}' J_1^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\hbar\omega}\right) f_{\vec{p}} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \hbar\omega\right). \quad (29)$$

Знак плюс означає збільшення енергії електронної підсистеми за рахунок поглинання фотона, а знак мінус – зменшення цієї енергії за рахунок випромінювання фотона.

Аргумент функції Бесселя $J_1^2(x)$ в (29), як показують оцінки, для усіх частот оптичного діапазону, значно менший одиниці. Тому можна в (29) обмежитись першим членом розкладу $J_1^2(x)$ в ряд Тейлора

$$J_1^2(x) \approx \frac{x^2}{4} = \frac{e^2\left[\vec{A}_0\left(\vec{p} - \vec{p}'\right)\right]^2}{4m^2c^2\hbar^2\omega^2}. \quad (30)$$

Також приймемо, що

$$f_{\vec{p}} = \frac{n}{\left(2\pi m T_e\right)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\vec{p}}}{T_e}\right). \quad (31)$$

(n, m, T_e – концентрація, ефективна маса та температура електронів провідності в ФМН відповідно).

Зробимо заміну $\vec{p}-\vec{p}'=\vec{k}$ і запишемо (29) в нових змінних

$$P(\pm)=\pm\frac{e^2}{2^5\pi m^3c^2\omega\hbar\tau_p^{em}(T_e,T_m)\sqrt{2mT_e}}\int d\vec{p}d\vec{k}\left[\vec{A}_0\vec{k}\right]^2 f_{\vec{p}}\delta\left(\frac{k^2}{2m}-\frac{pk\cos\theta}{m}\pm\hbar\omega\right),\quad(32)$$

де θ – кут між векторами $\vec{p}$ і $\vec{k}$.

Врахуємо тепер, що $d\vec{p}\to p^2dpd\Omega\to p^2dp\sin\theta d\theta d\varphi$. За φ інтеграл береться елементарно, оскільки від нього нічого не залежить, а за θ інтеграл можна взяти, використовуючи δ-функцію

$$\int_0^\pi d\theta\sin\theta\delta\left(\frac{k^2}{2m}-\frac{pk\cos\theta}{m}\pm\hbar\omega\right)=\frac{m}{pk}.\quad(33)$$

Рівність (33) виконується при умові

$$|\cos\theta|=\left|\pm\hbar\omega-\frac{k^2}{2m}\right|\Big/\frac{pk}{2m}\le 1.\quad(34)$$

Умова (34) означає, що при заданому k аргумент δ-функції може набувати значення нуль. Іншими словами, нерівність (34) визначає межі інтегрування по k. Із (34) знаходимо для випадку поглинання

$$k_{\max}=p+\sqrt{p^2+2m\hbar\omega},\quad k_{\min}=-p+\sqrt{p^2+2m\hbar\omega}.\quad(35)$$

Після обчислення інтегралів по кутах вектора $\vec{p}$ із (32) з урахуванням (33) отримуємо

$$P(+)=\frac{ne^2A_0^2}{2^6\pi^{3/2}m^2c^2\hbar\omega T_e^2\tau_p^{em}(T_e,T_m)}\int_0^\infty\exp\left(-\varepsilon_p/T_e\right)p^2dp\int_{k_{\min}}^{k_{\max}}k^3dk\int_0^\pi\sin\vartheta\cos^2\vartheta d\vartheta,\quad(36)$$

де ϑ – кут між векторами $\vec{A}$ та $\vec{k}$.
Інтеграли по кутах та k легко беруться

$$\int_0^\pi\sin\vartheta\cos^2\vartheta d\vartheta=\frac{1}{3},\quad\int_{k_{\min}}^{k_{\max}}k^3dk=\frac{1}{4}\left(k_{\max}^4-k_{\min}^4\right)=m\begin{bmatrix}\left(\sqrt{\varepsilon_p}+\sqrt{\hbar\omega+\varepsilon_p}\right)^4-\\\left(-\sqrt{\varepsilon_p}+\sqrt{\hbar\omega+\varepsilon_p}\right)^4\end{bmatrix}.\quad(37)$$

Інтеграл по p, що залишився, має вигляд

$$\int_0^\infty p^2dp\exp\left(-\varepsilon_p/T_e\right)\sqrt{\hbar\omega+\varepsilon}\left(\hbar\omega+2\varepsilon\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{T_e}{\pi}\right)^{3/2}\int_0^\infty dxe^{-x}\left\{x(\alpha+x)\right\}^{1/2}(\alpha+2x),\quad(38)$$

де $\alpha=\dfrac{\hbar\omega}{2T_e}$, $x=\left(\dfrac{\varepsilon_p}{T_e}\right)$.

Інтеграли типу (38) можна виразити через функцію Бесселя уявного аргументу $K_g(\alpha)$ за допомогою рекурентної формули [2, 3]

$$\int_0^\infty dx e^{-x} x^n \left(x^2+2\alpha x\right)^{g-\frac{1}{2}} = (-1)^n \frac{2^g}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(g+\frac{1}{2}\right) \frac{d^n}{d\alpha^n}\left(\alpha^{-g} e^{\alpha} K_g(\alpha)\right), \tag{39}$$

($\Gamma(\alpha)$ – гамма-функція) і в результаті з (36) отримати

$$P(+) = \frac{2e^2 n A_0^2 T_e^{3/2}}{3\sqrt{\pi} m \tau_p^{em}(T_e, T_m) c^2 \hbar\omega} \left\{ e^{\alpha} \alpha^3 \frac{d}{d\alpha}\left(\frac{K_1(\alpha)}{\alpha}\right) \right\}. \tag{40}$$

Функція Бесселя $K_1(\alpha)$ має наступну асимптотику [2]

$$K_1(\alpha) = \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha}, & \alpha \to 0 \\ \sqrt{\dfrac{\pi}{2\alpha}} e^{-\alpha}, & \alpha \to \infty. \end{cases} \tag{41}$$

Що стосується величини $P(-)$, то в цьому випадку на відміну від (36) інтегрування по ε треба проводити від $\hbar\omega$ до ∞ (оскільки випромінювати фотон можуть тільки електрони з енергією $\varepsilon \geq \hbar\omega$). Тепер, якщо у виразі для $P(-)$ зробити зсув $\varepsilon \to \varepsilon - \hbar\omega$, то отримаємо

$$P(-) = -\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T_e}\right) P(+). \tag{42}$$

В експерименті вимірюють коефіцієнт поглинання, який в наших позначеннях має вигляд

$$K = \frac{P(+) + P(-)}{\Pi_0}. \tag{43}$$

У (43) Π_0 – електромагнітний потік, що падає на поверхню ФМН

$$\Pi_0 = \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{A_0^2}{2}, \tag{44}$$

ε_0 – статична діелектрична проникність, A_0 – амплітуда вектора-потенціалу поля лазерного випромінювання.

З урахуванням (42) та (44) можна записати загальний вираз для коефіцієнта поглинання світла вільними носіями в ФМН, пов’язаний з електрон-магнонним розсіюванням

$$K = \frac{P(+) + P(-)}{\Pi_0} = -\frac{16\sqrt{\pi} e^2 n T_e}{3\sqrt{\varepsilon_0} c \hbar \omega^3 m \tau_p^{em}} \left(\frac{T_m}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{T_e}{T}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T_e}\right)\right) \left\{ e^{\alpha} \alpha^3 \frac{d}{d\alpha}\left(\frac{K_1(\alpha)}{\alpha}\right) \right\}, \tag{45}$$

де

$$\frac{1}{\tau_p^{em}} = \frac{a^6 J^2 m_s^2 T^2 m}{8\pi^2 \hbar^7} \sqrt{\frac{T}{JS}}.$$

Загальний вираз для коефіцієнта поглинання при електрон-двомагнонному розсіюванні (45) можна істотно спростити в класичному $\left(\hbar\omega/T_e \ll 1\right)$ та квантовому $\left(\hbar\omega/T_e \gg 1\right)$ випадках. Отже, розглянемо ці випадки.

1. Область класичного поглинання $\left(\hbar\omega/T_e \ll 1\right)$.

В цьому випадку $\exp\left(-\hbar\omega/T\right) \approx 1 - \hbar\omega/T$, $K_1\left(\alpha\right) \approx 1/\alpha$ і з (45) випливає

$$K = \frac{32\sqrt{\pi}e^2 n}{3\sqrt{\varepsilon_0}c\omega^2 m\tau_p^{em}}\left(\frac{T_m}{T}\right)^2\sqrt{\frac{T_e}{T}}. \tag{46}$$

Якщо немає розігріву електронів ($T_e = T$) та магнонів (T_m=T), то (46) лише на множник $8/\left(3\sqrt{\pi}\right)$ відрізняється від класичної формули Друде [8]. Це пов'язано з тим, що в класичній теорії Друде не враховується енергетична залежність часу релаксації.

2. Область квантового поглинання $\left(\hbar\omega/T_e \gg 1\right)$.

В цьому випадку $\exp\left(-\hbar\omega/T_e\right) \to 0$, $K_1\left(\alpha\right) \approx \sqrt{\pi/2\alpha}e^{-\alpha}$ і з (45) слідує

$$K = \frac{4\pi e^2 n}{3\sqrt{\varepsilon_0}c\omega^2 m\tau_p^{em}}\left(\frac{T_m}{T}\right)^2\sqrt{\frac{T_e}{T}}\left(\frac{\hbar\omega}{T_e}\right)^{1/2}. \tag{47}$$

Якщо ввести позначення $\tau\left(\hbar\omega\right) = \tau_p^{em}\left(\hbar\omega\right)$ – час релаксації електронів по імпульсу на магнонах при $\varepsilon = \hbar\omega$, то (47) (при відсутності розігріву електронів та магнонів , коли $T_e = T, T_m = T$) можна переписати у вигляді

$$K = \frac{4\pi n e^2}{3mc\sqrt{\varepsilon_0}\omega^2 m}\frac{1}{\tau\left(\hbar\omega\right)}. \tag{48}$$

Останній вираз співпадає по формі з відомим результатом для ізотропного акустичного розсіювання для квантового діапазону частот [2, 3]. Відмінність полягає в тому, що в цьому випадку $\tau\left(\hbar\omega\right)$ – час релаксації електронів по імпульсу на акустичних фононах, взятий при $\varepsilon = \hbar\omega$.

Випромінювання світла вільними електронами в ФМН

Якщо електронний газ в ФМН розігріти (наприклад, за допомогою постійного електричного поля або за рахунок поглинання лазерного випромінювання вільними електронами), то спостерігатиметься ефект, зворотний поглинанню Друде, тобто вільні носії випромінюватимуть світло. Це спонтанне випромінювання гарячих електронів в напівпровідниках взагалі і ,зокрема, в ФМН можна описати, використавши одержаний раніше вираз для індукованого полем випромінювання $P\left(-\right)$ (формула (42)). Для цього потрібно спершу нормувати вектор-потенціал поля лазерної хвилі ($\vec{A}_0$) таким чином, щоб в об'ємі V знаходилося N_{ph} фотонів, тобто використати умову

$$\frac{1}{V}N_{ph}\hbar\omega = \frac{E^2}{4\pi} = \frac{1}{8\pi} = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{\omega}{c}\right)A_0^2. \tag{49}$$

Звідси маємо

$$A_0 = 2c\left(\frac{2\pi\hbar}{V\omega N_{ph}}\right)^{1/2}. \qquad (50)$$

Підставивши вираз (50) у формулу для $P(-)$, поклавши попередньо $N_{ph}=1$ та помноживши отриманий вираз на щільність кінцевих станів поля $d\rho(\omega) = V/(2\pi c)^3\,\omega^2 d\Omega$ в одиничному інтервалі частот і тілесному куті $d\Omega$, отримаємо вираз для енергії W, яка випромінюється вільними електронами в ФМН в одиницю часу в тілесний кут $d\Omega$

$$W = -\frac{2e^2 nT_e}{3\pi^{5/2}c^2\omega^3 m\tau_p^{em}(T_e,T_m)}\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{T_e}\right)\left\{e^{\alpha}\alpha^3\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{K_1(\alpha)}{\alpha}\right)\right\}d\Omega. \qquad (51)$$

З (51) отримаємо для класичного діапазону частот $(\hbar\omega \ll T_e)$

$$W = \frac{4e^2 nT_e^{3/2}}{3\pi^{5/2}c^2 m\tau_p^{em}\sqrt{T}}d\Omega. \qquad (52)$$

Також простий вираз із (51) можна отримати і для квантового діапазону частот $(\hbar\omega \gg T_e)$

$$W = \frac{e^2 n(\hbar\omega)^{3/2}}{3\pi^2 c^3 m\tau_p^{em}\sqrt{T}}\exp\left\{-\frac{\hbar\omega}{T_e}\right\}d\Omega. \qquad (53)$$

Із (52) та (53) видно, що інтенсивність випромінювання гарячих електронів в ФМН не залежить від частоти світла (лазерного випромінювання) в класичному діапазоні частот (формула (52)) і експоненціально спадає в квантовій області частот ($W \sim \exp\{-\hbar\omega/T_e\}$).

Висновки

У роботі отримано загальні вирази для коефіцієнта поглинання, а за наявності гарячих електронів і для інтенсивності випромінювання світла вільними електронами, в ФМН, в яких враховано залежність від концентрації електронів, їх температури та магнонної температури, для випадку, коли превалюючим є електрон-двомагнонне розсіювання. Якщо немає розігріву електронів та магнонів, то коефіцієнт поглинання світла вільними електронами в ФМН лише на множник $8/(3\sqrt{\pi})$ відрізняється від класичної формули Друде. Це пов'язано з тим, що в класичній теорії Друде не враховується енергетична залежність часу релаксації. Інтенсивність спонтанного випромінювання гарячих електронів в ФМН не залежить від частоти світла в класичному діапазоні частот і експоненціально спадає ($W \sim \exp\{-\hbar\omega/T_e\}$) в квантовій області частот.

Література

1. Нагаев Э.Л. Физика магнитных полупроводников. – М.: Наука, 1979. – 452 с.
2. Томчук П.М. Особливості поглинання і випромінювання світла вільними електронами в багатодолинних напівпровідниках // Український фізичний журнал. – 2004. – Т.49, №5. – С. 682-691.
3. Бондар В.М., Сарбей О.Г., Томчук П.М. Поляризационная зависимость излучения

горячих электронов // Физика твердого тела. – 2002. – Т. 44, №9. – С.1540-1546.
4. Ландау Л.Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974. – 750 с.
5. Семчук О.Ю., Клименко В.Є. Кінетика взаємодіючих квазічастинок в напівпровідниках в полі когерентних світлових пучків // Хімія, фізика та технологія поверхні. – 2015. – Т.6, №1. – С.135-146.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
7. Левшин А.Е., Семчук А.Ю., Томчук П.М. Сверхрешетки, образованные когерентными световыми пучками, в ферромагнитных полупроводниках // Физика твердого тела. – 1986. – Т.28, №2. – С.412-417.
8. Зегер К. Физика полупроводников. – М.: Мир, 1977. – 615 с.

ОСОБЕННОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ СВЕТА СВОБОДНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

А.Ю. Семчук

Институт химии поверхности им. А.А. Чуйко Национальной академии наук Украины ул. Генерала Наумова 17, 03164 Киев, Украина, e-mail: aleksandr1950@meta.ua

Получены общие выражения для коэффициента поглощения, а при наличии горячих электронов, и для интенсивности излучения света свободными электронами в ферромагнитных полупроводниках (ФМП), в которых учтена зависимость от концентрации электронов, их температуры и магнонной температуры, для случая, когда доминирующим есть электрон-магнонное рассеяние. Рассмотрены классический и квантовый случаи. Показано, что в классическом диапазоне частот, если нет разогрева электронов и магнонов, коэффициент поглощения света свободными электронами в ФМП лишь на множитель отличается от классической формулы Друде. Установлено, что интенсивность спонтанного излучения горячих электронов в ФМП не зависит от частоты света в классическом диапазоне частот и экспоненциально спадает в квантовой области частот.

THE PECULIARITY OF ABSORPTION AND EMMISION OF LIGHT BY FREE ELECTRONS IN FERROMAGNETIC SEMICONDUCTORS

O.Yu. Semchuk

Chuiko Institute of Surface Chemistry of National Academy of Sciences of Ukraine, General Naumov Str.,17, 03164 Kyiv, Ukraine, e-mail: aleksandr1950@meta.ua

General expressions are got for an asorptance, and at presence of hot electrons, and for intensity of scattering light by free electrons in ferromagnetic semiconductors (FMSC) for a case, when dominant is electron-magnon interaction, in that dependence is taken into account on the concentration of electrons, their temperature and magnon temperature. The classic and quantum cases are considered. It is shown that in the classic range of frequencies, if there is not a warming-up of electrons and magnon, an asorptance by the free electrons of light in FMSC only on a multiplier differs from the classic formula of Dryde. It is set that intensity of spontaneous radiation of hot electrons in FMSC does not depend on frequency of light in the classic range of frequencies and exponentially falls in the quantum area of frequencies.