

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭНЕРГИИ С МАССИВНЫМ РОТОРОМ

Приведені результати теоретичних досліджень, отримана математична модель електромеханічного перетворювача енергії з масивним ротором в сталому і перехідному режимах роботи.

Приведены результаты теоретических исследований, получена математическая модель электромеханического преобразователя энергии с массивным ротором в установившемся и переходном режимах работы.

Электромеханические преобразователи (ЭМПЭ), предназначенные для транспортировки, нагрева рабочей нагрузочно-охлаждающей среды, представляют собой асинхронный двигатель с внешним массивным ферромагнитным ротором [1, 2]. На сегодняшний день отсутствует единый подход в моделировании такого типа машин.

В настоящей работе рассматривается формирование математической модели ЭМПЭ с массивным ротором в соответствии с теорией обобщенной электрической машины [3].

В общем случае при наличии n -магнитосвязанных контуров уравнения Кирхгофа можно записать в виде матрицы, содержащей мгновенные значения токов и напряжений, дифференцируемые полные и взаимные индуктивности обмоток [3].

Однако, такая система уравнений не позволяет непосредственно путем математических преобразований перейти к описанию конкретного ЭМПЭ, исходя из представлений о данном виде ЭМПЭ.

Так, уравнения асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором получают из известной обобщенной модели, записанной в двухфазной системе координат. Между тем, эта модель не имеет непосредственной связи с упомянутой выше системой уравнений.

Целью настоящей работы является получение такой системы уравнений обобщенного ЭМПЭ, которая при наличии заданных условий трансформируется или, пользуясь терминами объектно-ориентированного проектирования [4], мутирует в заданный вид ЭМПЭ. В работе [5] была сформирована модель ЭМПЭ с массивным ротором, однако результаты исследования показали, что полученные результаты нуждаются в корректировке и изменении.

Отправной точкой в получении обобщенной модели будет обобщенная модель асинхронной машины для установившегося режима [6], представляемая графически в виде Т-образной схемы замещения (рис. 1):

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{E}_0 + \dot{I}_1(r_1 + jx_1); \\ \dot{U}_2 = \dot{E}_0 - \dot{I}_2'(r_2' + jx_{20}') \frac{1}{s^\alpha} - \dot{I}_2' jx_{20}''; \\ \dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2', \end{cases} \quad (1)$$

где x'_{20} – индуктивное сопротивление ферромагнитного ротора; x''_{20} – индуктивное сопротивление обмотки ротора; α – коэффициент, учитывающей свойства ферромагнитного материала.

Уравнения обычного асинхронного двигателя (так далее будем называть асинхронный двигатель с к.з. ротором) получаются из (1), если положить $\alpha = 1$ и $x'_{20} = 0$.

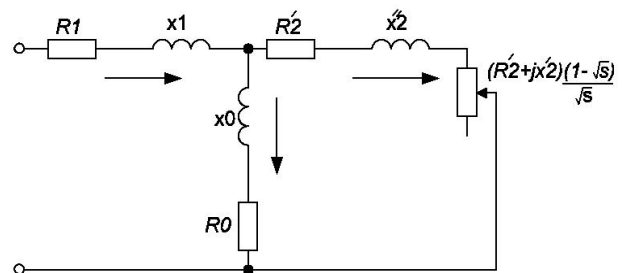


Рис. 1. Т-образная схема замещения обобщенной асинхронной машины

Уравнения асинхронного двигателя с массивным ротором получаются из (1), если положить $\alpha = \text{var}$ (обычно принимают $\alpha = 0,5$) и $x'_{20} = 0$.

Рассмотрим, как от обобщенной модели установившегося режима (1) перейти к системе дифференциальных уравнений режима динамического.

Интерес представляет второе уравнение системы (1), записанное для цепи ротора, поскольку для цепи статора преобразования будут аналогичны известным для обобщенного ЭМПЭ. Запишем развернутое выражение для цепи ротора (принимая $U_2 = 0$):

$$0 = \dot{E}_0 - \dot{I}_2' \frac{r_2'}{s^\alpha} - j\dot{I}_2' \frac{x'_{20}}{s^\alpha} - j\dot{I}_2' x''_{20}. \quad (2)$$

Умножим обе части уравнения (2) на s^α , что соответствует переходу от машины с заторможенным ротором к машине с вращающимся ротором:

$$0 = \dot{E}_0 s^\alpha - \dot{I}_2' r_2' - j\dot{I}_2' x'_{20} - j\dot{I}_2' x''_{20} s^\alpha. \quad (3)$$

При учете $E_0 = -jx_m I_m$ и $I_m = I_1 + I_2'$ получим

$$0 = -jx_m \dot{I}_1 s^\alpha - jx_m \dot{I}_2' s^\alpha - r_2' \dot{I}_2' - jx'_{20} \dot{I}_2' - jx''_{20} \dot{I}_2' s^\alpha. \quad (4)$$

Перейдем к следующим обозначениям:

$$\dot{I}_s = \dot{I}_1; \quad \dot{I}_r = \dot{I}_2'; \quad r_r = r_2'$$

и запишем уравнение (4) в проекции на ось α двухфазной системы координат, вращающейся со скоростью ротора

$$0 = -jx_m \dot{I}_{s\alpha} s^\alpha - jx_m \dot{I}_{r\alpha} s^\alpha - r_r' \dot{I}_{r\alpha} - jx'_{20} \dot{I}_{r\alpha} - jx''_{20} \dot{I}_{r\alpha} s^\alpha. \quad (5)$$

Объединим параметры при соответствующих токах и умножим обе части уравнения на -1 :

$$0 = (r_r' + jx_m s^\alpha + jx'_{20} + jx''_{20} s^\alpha) \dot{I}_{r\alpha} + jx_m \dot{I}_{s\alpha} s^\alpha. \quad (6)$$

В уравнении (6) при токе ротора входит индуктивное сопротивление x'_{20} без s^α , а также отсутствуют выражения для токов статора и ротора по оси β . Выполним преобразования путем добавления и вычитания одноименных слагаемых, выразим скольжение s как $1 - v$, где $v = \omega_r / \omega_s$ – относительная скорость.

$$0 = (r'_r + jx_m(1-v)^\alpha + jx'_{20}(1-v)^\alpha + jx''_{20}(1-v)^\alpha) \dot{i}_{r\alpha} + jx'_{20} \dot{i}_{r\alpha} - jx'_{20}(1-v)^\alpha \dot{i}_{r\alpha} + jx_m \dot{i}_{s\alpha} s^\alpha. \quad (7)$$

Введем э.д.с. вращения, добавляя в уравнение (7) $\pm jx_m v I_{r\alpha}$, $\pm jx'_{20} v I_{r\alpha}$, $\pm jx''_{20} v I_{r\alpha}$. При токе $I_{r\alpha}$ имеем:

$$0 = (r'_r + jx_m[(1-v)^\alpha + v] + jx'_{20}[(1-v)^\alpha + v] + jx''_{20}[(1-v)^\alpha + v]) \dot{i}_{r\alpha} + (jx'_{20} - jx_m v - jx'_{20} v - jx''_{20} v - jx'_{20}(1-v)^\alpha) \dot{i}_{r\alpha}. \quad (8)$$

При учете $I_{r\beta} = jI_{r\alpha}$:

$$(r'_r + jx_m[(1-v)^\alpha + v] + jx'_{20}[(1-v)^\alpha + v] + jx''_{20}[(1-v)^\alpha + v]) \dot{i}_{r\alpha} + (x'_{20}[1 - (1-v)^\alpha] - (jx'_{20} + jx'_2)v) \dot{i}_{r\beta}, \quad (9)$$

где $jx'_2 = jx_m + jx''_{20}$ – полное индуктивное сопротивление обмотки ротора.

При токе статора введем $\pm jx_m v I_{s\alpha}$

$$jx_m[(1-v)^\alpha + v] \dot{i}_{s\alpha} - jx_m v \dot{i}_{s\alpha}. \quad (10)$$

При учете $I_{s\beta} = jI_{s\alpha}$ из (10) получим выражения для токов статора:

$$jx_m[(1-v)^\alpha + v] \dot{i}_{s\alpha} - x_m v \dot{i}_{s\beta}. \quad (11)$$

Введя коэффициенты $k_s = 1 - (1-v)^\alpha$ и $k_v = (1-v)^\alpha + v$, запишем уравнение для цепи ротора по оси α с учетом (9) и (11):

$$0 = (r'_r + k_v(jx'_2 + jx'_{20})) \dot{i}_{r\alpha} + (x'_{20}k_s - (x'_{20} + x'_2)v) \dot{i}_{r\beta} + jx_m k_v \dot{i}_{s\alpha} - x_m v \dot{i}_{s\beta}. \quad (12)$$

Выражение для цепи ротора по оси β выводится аналогично. Запишем уравнение (12) для мгновенных значений с учетом $x_m = \omega M$, $x'_2 = \omega L_2$, $x'_{20} = \omega L_{\sigma 20}$ и $j\omega = d/dt$:

$$\frac{d}{dt} M k_v i_{s\alpha} + \left(r_r + \frac{d}{dt} L_2 k_v + \frac{d}{dt} l_{\sigma 20} k_v \right) \dot{i}_{r\alpha} + (l_{\sigma 20} k_s - (l_{\sigma 20} + L_2) \omega) \dot{i}_{r\beta} - M \omega i_{s\beta}. \quad (13)$$

Система дифференциальных уравнений обобщенного ЭМПЭ в окончательном виде:

$$\begin{aligned} u_{s\alpha} &= \left(r_1 + \frac{d}{dt} L_1 \right) \dot{i}_{s\alpha} + \frac{d}{dt} M i_{r\alpha}; \\ 0 &= \frac{d}{dt} M k_v i_{s\alpha} + \left(r_r + \frac{d}{dt} L_2 k_v + \frac{d}{dt} l_{\sigma 20} k_v \right) \dot{i}_{r\alpha} + \\ &+ (l_{\sigma 20} k_s - (l_{\sigma 20} + L_2) \omega) \dot{i}_{r\beta} - M \omega i_{s\beta}; \\ 0 &= M \omega i_{s\alpha} + (-l_{\sigma 20} k_s + (l_{\sigma 20} + L_2) \omega) \dot{i}_{r\alpha} + \\ &+ \left(r_r + \frac{d}{dt} L_2 k_v + \frac{d}{dt} l_{\sigma 20} k_v \right) \dot{i}_{r\alpha} + \frac{d}{dt} M k_v i_{s\alpha}; \\ u_{s\beta} &= \left(r_1 + \frac{d}{dt} L_1 \right) \dot{i}_{s\beta} + \frac{d}{dt} M i_{r\beta}. \end{aligned} \quad (14)$$

При подстановке в (14) $\alpha = 1$ и $x'_{20} = 0$ получим систему дифференциальных уравнений для обычного асинхронного двигателя.

Система дифференциальных уравнений для ЭМПЭ с массивным ротором при учете $x''_{20} = 0$ будет иметь вид:

$$u_{s\alpha} = \left(r_1 + \frac{d}{dt} L_1 \right) \dot{i}_{s\alpha} + \frac{d}{dt} M i_{r\alpha};$$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{dt} M k_v i_{s\alpha} + \left(r_r + \frac{d}{dt} L_2 k_v \right) \dot{i}_{r\alpha} + \\ &+ (l_{\sigma 20} k_s - L_2 \omega) \dot{i}_{r\beta} - M \omega i_{s\beta}; \\ 0 &= M \omega i_{s\alpha} + (-l_{\sigma 20} k_s + L_2 \omega) \dot{i}_{r\alpha} + \\ &+ \left(r_r + \frac{d}{dt} L_2 k_v \right) \dot{i}_{r\alpha} + \frac{d}{dt} M k_v i_{s\alpha}; \\ u_{s\beta} &= \left(r_1 + \frac{d}{dt} L_1 \right) \dot{i}_{s\beta} + \frac{d}{dt} M i_{r\beta}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $L_{20} = l_{\sigma 20} + M$.

Преобразуем систему (15) к удобному для моделирования виду. Раскрыв скобки и выполнив группировку, для оси α получим:

$$0 = r_r i_{r\alpha} + \frac{d}{dt} (L_{20} i_{r\alpha} + M i_{s\alpha}) k_v - \omega (L_{20} i_{r\beta} + M i_{s\beta}) + l_{\sigma 20} k_s i_{r\beta}. \quad (16)$$

Аналогично для оси β :

$$0 = r_r i_{r\beta} + \frac{d}{dt} (L_{20} i_{r\beta} + M i_{s\beta}) k_v + \omega (L_{20} i_{r\alpha} + M i_{s\alpha}) - l_{\sigma 20} k_s i_{r\alpha}. \quad (17)$$

В (16) и (17) слагаемые, заключенные в скобках, являются потокосцеплениями ротора по осям α и β :

$$\begin{aligned} \Psi_{r\alpha} &= L_{20} i_{r\alpha} + M i_{s\alpha}; \\ \Psi_{r\beta} &= L_{20} i_{r\beta} + M i_{s\beta}. \end{aligned} \quad (18)$$

С учетом (18), преобразуем систему (15), записав ее относительно потокосцеплений (для случая $\omega_k = \omega_r$):

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} &= u_{s\alpha} - r_1 i_{s\alpha} + \omega \Psi_{s\beta}; \\ \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} &= u_{s\beta} - r_1 i_{s\beta} - \omega \Psi_{s\alpha}; \\ \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} &= -\frac{1}{k_v} (r_r i_{r\alpha} + k_s l_{\sigma 20} i_{r\beta}); \\ \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} &= -\frac{1}{k_v} (r_r i_{r\beta} - k_s l_{\sigma 20} i_{r\alpha}). \end{aligned} \quad (19)$$

Дополнив систему (19) уравнениями движения (20) и момента (21), получим полную систему дифференциальных уравнений для ЭМПЭ с массивным ротором:

$$\frac{d}{dt} \omega = p \frac{M_e \pm M_c}{J_r}. \quad (20)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p \frac{M}{L_1 L_2 - M^2} (\Psi_{s\beta} \Psi_{r\alpha} - \Psi_{s\alpha} \Psi_{r\beta}). \quad (21)$$

Моделирование двухмодульного ЭМПЭ [1] с массивным ротором мощностью 75 кВт по уравнениям (19) – (21) было выполнено в пакете MATLAB. Результаты эксперимента, проведенного на ОАО "ПЭМЗ им. К. Маркса" и моделирования представлены на рис. 2 (электромагнитный момент и скорость).

В заключение надо отметить, что уравнения статических режимов это частный случай системы уравнений динамики. При решении новых задач электромеханики следует начинать с дифференциальных уравнений, а затем, получив из них уравнения установившегося режима, рассматривать схемы замещения и векторные диаграммы.

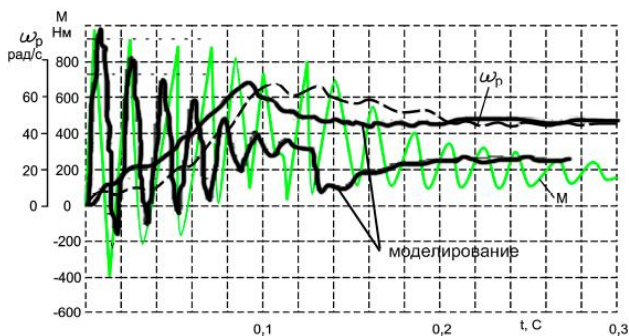


Рис. 2. Переходные характеристики пуска ЭМПЭ с массивным ротором на холостом ходу

В случае ЭМПЭ с массивным ротором, ввиду отсутствия математической модели, построенной на основании теории объектно-ориентированного ЭМПЭ, в настоящей работе был рассмотрен алгоритм обратного преобразования путем решения от частного к общему.

Дальнейшие этапы обобщения планируется выполнить в ближайшее время таким образом, чтобы получить модель, являющуюся базовым, родительским классом для основных типов машин вида цилиндрических [7].

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрен метод получения уравнений обобщенной математической модели ЭМПЭ с массивным ротором путем преобразований от частного к общему – от комплексных уравнений установившегося режима, до системы уравнений режима динамического.

2. Полученные уравнения обобщенной модели ЭМПЭ с массивным ротором могут быть применены для описания процессов преобразования энергии в двухфазной системе координат.

3. Анализ уравнений напряжений обобщенной модели идеализированного электромеханического преобразователя, асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором и ЭМПЭ с массивным ротором позволяет выделить характерные признаки, которые приводят к изменению уравнений при переходе от обобщенной машины к ее конкретной реализации. Выделенные признаки могут быть использованы в анализе мутаций электрических машин в соответствии с положениями теории эволюции электромеханических систем [7], а также в объектно-ориентированном проектировании электромеханических преобразователей [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. № 50242 Україна, МКІ 7F26В 17/18. Шнековий сушильний апарат / Заблодський М.М., Захарченко П.І., Шинкаренко В.Ф., Плюгін В.Є. та інш.; заявник і патентовласник Донбас. держ. техн. ун-т. №2001128244; заявл. 03.12.2001; опубл. 17.01.2005, Бюл. №1. – 3 с.: іл.
2. Пат. № 75771 Україна, МПК Н05В 6/10. Пристрій для видалення парафіну зі стінок нафтогазових свердловин /

Заблодський М.М., Дорофєєв В.М., Захарченко П.І., Шинкаренко В.Ф., Плюгін В.Є. та інш.; заявник і патентовласник Донбас. держ. техн. ун-т. – №2001128246; заявл. 03.12.2001; опубл. 15.10.2004, Бюл. № 10. – 3 с.: іл.

3. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: учеб. [для студ. высш. учебн. завед.] / Копылов И.П. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
4. Объектно-ориентированное проектирование электромеханических преобразователей энергии с совмещенными функциями / Заблодский Н.Н., Плюгин В.Е. // Сб. науч. праць ДонДТУ. Алчевськ: ДонДТУ, ВПЦ "Ладо", Вип. 34. – 2011. – С. 321-327.
5. Математическая модель асинхронной машины с массивным ротором в установившихся и переходных режимах / Плюгин В.Е. // Сб. науч. праць ДонДТУ. Алчевськ: ДонДТУ, ВПЦ "Ладо", 2010. – Вип. 32. – С. 359-365.
6. Куцевалов В.М. Вопросы теории и расчета асинхронных машин с массивными роторами / Куцевалов В.М. – М.-Л.: Энергия, 1966. – 304 с.
7. Шинкаренко В.Ф. Основи теорії еволюції електромеханічних систем: [монографія] / Шинкаренко В.Ф. – К.: Наукова думка, 2002. – 288 с.

Bibliography (transliterated): 1. Pat. № 50242 Ukraina, MKI 7F26B 17/18. Shnekovij sushil'nij aparat / Zablodskij M.M., Zaharchenko P.I., Shinkarenko V.F., Plyugin V.E. ta insh.; zayavnik i patentovlasnik Donbas. derzh. tehn. un-t. №2001128244; zayavl. 03.12.2001; opubl. 17.01.2005, Byul. №1. - 3 s.: il. 2. Pat. № 75771 Ukraina, MPK N05B 6/10. Pristrij dlya vidualennya parafinu zi stinok naftogazovih sverdrovin / Zablodskij M.M., Dorofeev V.M., Zaharchenko P.I., Shinkarenko V.F., Plyugin V.E. ta insh.; zayavnik i patentovlasnik Donbas. derzh. tehn. un-t. - №2001128246; zayavl. 03.12.2001; opubl. 15.10.2004, Byul. № 10. - 3 s.: il. 3. Kopylov I.P. Matematicheskoe modelirovanie `elektricheskikh mashin: ucheb. [dlya stud. vyssh. uchebn. zaved.] / Kopylov I.P. - M.: Vyssh. shk., 2001. - 327 s. 4. Ob'ektno-orientirovannee proektirovanie `elektro-mehanicheskikh preobrazovatelej `energii s sovmeshchennymi funkciyami / Zablodskij N.N., Plyugin V.E. // Sb. nauk. prac' DonDTU. Alchevsk: DonDTU, VPC "Lado", Vip. 34. - 2011. - S. 321-327. 5. Matematicheskaya model' asinhronnoj mashiny s massivnym rotorom v ustanovivshihysya i perehodnyh rezhimakh / Plyugin V.E. // Sb. nauk. prac' DonDTU. Alchevsk: DonDTU, VPC "Lado", 2010. - Vip. 32. - S. 359-365. 6. Kucevalov V.M. Voprosy teorii i rascheta asinhronnykh mashin s massivnymi rotorami / Kucevalov V.M. - M.-L.: `Energiya, 1966. - 304 s. 7. Shinkarenko V.F. Osnovi teorii evolyucii elektromehanichnikh sistem: [monografiya] / Shinkarenko V.F. - K.: Naukova dumka, 2002. - 288 s.

Поступила 25.10.2011

Плюгин Владислав Евгеньевич, к.т.н., доц.
Донбасский государственный технический университет
каф. "Электрические машины и аппараты"
94204, Алчевск, пр. Ленина, 16
тел. (06442) 3-82-66, e-mail: vlad.plyugin@mail.ru

Plyugin V.E.

A mathematical model of an electromechanical energy converter with a massive rotor.

Results of theoretical research are given; a mathematical model of an electromechanical energy converter with a massive rotor in static and dynamic modes is developed.

Key words – mathematical model, asynchronous motor, massive rotor, electromechanical energy converter.