

## Визначення параметрів вогнища за хвильовими формами малих землетрусів у Карпатському регіоні України

Д. В. Малицький, А. Р. Гнип, О. Д. Грицай, О. А. Асташкіна,  
А. Ю. Парфенюк, 2018

Карпатське відділення Інституту геофізики  
ім. С. І. Субботіна НАН України, Львів  
Надійшла 30 березня 2018 р.

Представлен метод определения тензора сейсмического момента с использованием только прямых  $P$ - и/или  $S$ -волн, зарегистрированных только одной сейсмической станцией. Меньшая чувствительность прямых волн к моделированию эффектов распространения, чем отраженных или конвертированных, значительно повышает точность и надежность метода. Показано, что использование только прямых  $P$ -волн, вычисляемых с помощью матричного метода, позволяет уменьшить влияние неточности модели среды, поскольку прямые волны испытывают намного меньшее искажение вследствие неточностей, чем отраженные и конвертированные. Очаг землетрясения рассматривается как точечный, с предварительно известным расположением и временем возникновения. Распространение волн в среде, которая моделируется набором горизонтально-однородных упругих слоев, вычисляется с помощью матричного метода, что позволяет выделять только прямые волны. На основе решения прямой задачи и с использованием так называемого решения обобщенного обращения разработан алгоритм обращения наблюдаемых волновых форм с целью определения компонент сейсмического тензора  $M(t)$ . Предложенный метод использован для определения тензоров моментов трех малых землетрясений в Восточно-Карпатском регионе по их волновым формам только на одной сейсмической станции. Фокальные механизмы, полученные для одного и того же землетрясения на разных станциях, сравниваются между собой, а также с определенными по полярностям первых вступлений. Механизмы, определенные путем обращения волновых форм, соответствуют надвигу в северном направлении, что в целом согласуется с преимущественно северо-восточной ориентацией ( $\sim 60^\circ$ ) главных осей напряжений сжатия в этой части региона, обнаруженной разными методами, а также с основными характеристиками местной тектоники. В результате сравнения механизмов с механизмами, определенными по полярностям первых вступлений  $P$ -волн, сделан вывод, что предложенный метод обращения волновых форм будет полезен, если ни одним другим методом определить механизм невозможно. Это обычно бывает в регионах с невысоким уровнем сейсмической активности и недостаточным количеством сейсмических станций.

**Ключевые слова:** малые землетрясения, тензор сейсмического момента, фокальный механизм, матричный метод.

**Вступ.** Визначення механізму вогнища землетрусу є чи не однією з найскладніших задач у сучасних сейсмологічних дослідженнях. Для того щоб розв'язати так сформульовану задачу, необхідно спочатку мати розв'язки для декількох інших не менш складних задач. Раніше механіз-

ми вогнищ визначали за полярностями перших вступів  $P$ -хвиль на станціях [Aki, Richards, 2002]. При цьому потрібно було мати точні координати вогнища й адекватну швидкісну модель середовища між вогнищем і станцією, яку використовували для обчислення кутів виходу перших

*P*-хвиль із вогнища. Зазвичай достатня кількість полярностей була наявна лише для великих ( $M > 4$ ) землетрусів, що відбувалися в регіонах з великою щільністю сейсмічних станцій [Dziewonski et al., 1981; Arvidsson, Ekström, 1998; Herrmann, 2002, 2008; Herrmann et al., 2008; Zhu et al., 2006]. У разі використання хвильових форм, у яких міститься значно більше інформації про вогнище, ніж лише полярності, можна зменшити вплив цих обмежень і визначити механізми слабших землетрусів за даними меншої кількості станцій [D'Amico, 2014; Dreger, Helmberger, 1993; Малицький, 2010, 2016; Malytskyu, D'Amico, 2015; Malytskyu et al., 2013]. Це особливо актуально у Східнокарпатському регіоні, де рівень місцевої сейсмічної активності відносно невисокий, великі землетруси трапляються рідко, на якому і сфокусовано наші дослідження.

На цей час тензори сейсмічного моменту визначають на підставі декількох підходів: з використанням амплітуд сейсмічних хвиль [Vavřuřek, Kühn, 2012; Godano et al., 2011], співвідношень між амплітудами *S*- і *P*-хвиль [Miller et al., 1998; Hardebeck, Shearer, 2003] або повних хвильових форм [Dziewonski et al., 1981; Sipkin, 1986; Dreger, 2003; Šílený et al., 1992; Mai et al., 2016; Weber, 2006, 2016]. Обернення повних хвильових форм можна застосовувати до землетрусів будь-якої сили — як великих, так і малих.

Точність і надійність усіх методів визначення тензора сейсмічного моменту залежить від двох основних передумов: а) модель вогнища адекватна; а) вплив середовища між вогнищем і станцією враховано правильно. Якщо хоча б одну з цих умов порушено, отриманий тензор моменту може містити складову, що не відповідає подвійній парі сил, навіть якщо у дійсності вогнище представлено лише подвійною парою.

Для забезпечення адекватності точкової моделі вогнища за методом визначення тензора сейсмічного моменту у статті використано сейсмічні хвилі з довжинами, більшими за лінійні розміри площини розриву. З цією метою виведено також аналі-

тичні співвідношення між компонентами тензора моменту і складовими переміщень у безпосередньому околі вогнища.

З огляду на проблему неминучої неточності моделювання поширення сейсмічних хвиль замість повного хвильового поля пропонуємо використовувати лише прямі *P*- і/або *S*-хвилі. Перевага обернення лише прямих хвиль полягає у тому, що вони знають набагато меншого спотворення порівняно з відбитими і конвертованими хвилями внаслідок неточного моделювання контрастних сейсмічних меж і містять, таким чином, набагато точнішу інформацію про вогнище. Перевагою вибору у зв'язку з цим матричного методу для обчислення хвильового поля є те, що за його допомогою можна аналітично виділяти із повного поля лише прямі хвилі.

У попередній версії запропонованого методу, зрештою і майже в усіх інших методах визначення тензора моменту, як спостережені дані використано хвильові форми, зареєстровані на декількох станціях [Малицький, 2016]. Незважаючи на те що на декількох станціях може бути набагато більше інформації про вогнище, нижче показано, що і на одній станції вирази для хвильових форм містять усі шість незалежних компонент тензора моменту, і, отже, їх можна принаймні теоретично визначити за цими хвильовими формами.

**Теорія. Обернення хвильових форм.** Розглянутий у статті метод дає змогу отримати фокальний механізм вогнища землетрусу шляхом обернення хвильових форм, зареєстрованих лише на одній сейсмічній станції. Цю задачу розв'язують у два етапи. На першому (пряме моделювання) розглядаємо поширення сейсмічних хвиль у вертикально неоднорідному середовищі і пропонуємо модифікацію матричного методу обчислення теоретичних сейсмограм на вільній поверхні горизонтально-однорідного шаруватого середовища. Точкове вогнище міститься в одному з шарів і представлено тензором сейсмічного моменту. Переміщення на вільній поверхні подаємо у матричній формі на ділянці частот і хвильових чисел, окремо для далекого

і близького полів [Malyytskyy, Kozlovskyy, 2014]. Далі розглядаємо лише переміщення далекого поля і з використанням аналізу на власні вектори і власні значення виділяємо лише прямі  $P$ - і  $S$ -хвилі, а задачу зводимо до системи лінійних алгебраїчних рівнянь [Малицький, 2016]. На другому етапі (обернене моделювання) з використанням розв'язку узагальненого обернення обчислюємо спектри компонент тензора сейсмічного моменту і здійснюємо обернене перетворення Фур'є.

**Пряме моделювання.** За припущення, що точкове вогнище, представлене тензором сейсмічного моменту  $M(t)$ , міститься всередині півпростору, що складається з твердих, ізотропних, однорідних, ідеально пружних шарів з горизонтальними межами з ідеальним контактом на них, кожен з шарів яких характеризується товщиною, густиною і швидкостями  $P$ - і  $S$ -хвиль, у циліндричній системі координат для переміщень  $u_z^{(0)}(t, r, \varphi)$ ,  $u_r^{(0)}(t, r, \varphi)$  та  $u_\varphi^{(0)}(t, r, \varphi)$  на вільній поверхні півпростору ( $z = 0$ ) було отримано такі вирази [Малицький 2010, 2016]:

$$\begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^3 \int_0^\infty k^2 \mathbf{I}_l L^{-1} [m_l \mathbf{g}_l] dk, \\ u_\varphi^{(0)} = \sum_{l=5}^6 \int_0^\infty k^2 J_l L^{-1} [m_l \mathbf{g}_{\varphi l}] dk, \quad (1)$$

де

$$m_1 = M_{xx} \cos \varphi + M_{yz} \sin \varphi, \quad m_2 = M_{xx}.$$

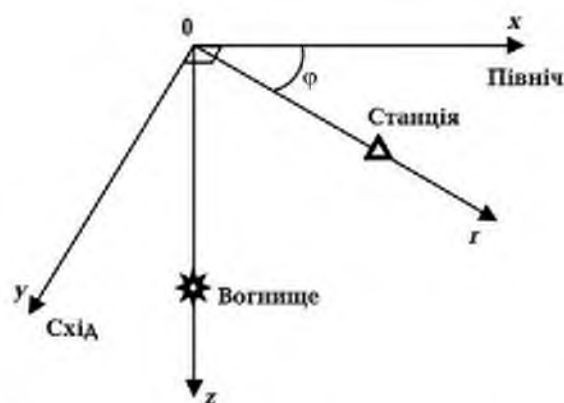


Рис. 1. Циліндричні і декартові координати вогнища і станції.

$$\begin{aligned} m_3 &= \cos^2 \varphi M_{xx} + \sin^2 \varphi M_{yy} + \sin 2\varphi M_{xy}, \\ m_4 &= -\cos 2\varphi M_{xx} + \cos 2\varphi M_{yy} - 2 \sin 2\varphi M_{xy}, \\ m_5 &= M_{yz} \cos \varphi - M_{zx} \sin \varphi, \quad (2) \\ m_6 &= \sin 2\varphi M_{xx} - \sin 2\varphi M_{yy} - 2 \cos 2\varphi M_{xy}, \end{aligned}$$

$M_{xx}, M_{xy}, \dots, M_{zz}$  — частотні спектри декартових складових тензора моменту  $\mathbf{M}(\omega)$ , який зображує вогнище в  $r=0$ , вісь  $x$  спрямована на північ, а вісь  $y$  — на схід;  $\varphi$  — кут азимуту станції (рис. 1);  $k$  — горизонтальне хвильове число; функції  $\mathbf{g}_i = (g_{zi}, g_{ri})^T$  і  $g_{\varphi i}$  описують поширення хвиль між вогнищем і станцією;  $\mathbf{I}_1 = \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2$ ,  $J_5 = J_0$ ,  $J_6 = J_1$  — функції Бесселя аргументу  $kr$ ;  $L^{-1}$  — обернене перетворення Лапласа з ділянки частот в часову.

Далі розглядаємо лише переміщення далекого поля і з використанням аналізу на власні вектори і власні значення виділяємо лише прямі  $P$ - і  $S$ -хвилі, а задачу зводимо до системи лінійних алгебраїчних рівнянь [Малицький, 2016]. Рівняння (1) у матричній формі лише для прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль на вільній поверхні півпростору на ділянці частот і хвильових чисел  $(\omega, k)$  матиме такий вигляд [Малицький, 2010]:

$$\mathbf{U}^{(0)} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{M}, \quad (3)$$

де вектор

$\mathbf{U}^{(0)} = (U_x^{(0)P}, U_x^{(0)S}, U_y^{(0)P}, U_y^{(0)S}, U_z^{(0)P}, U_z^{(0)S})^T$  містить шість декартових складових переміщень лише прямих  $P$ - і  $S$ -хвиль, вектор  $\mathbf{M} = (M_{xx}, M_{yz}, M_{zx}, M_{xx}, M_{yy}, M_{xy})^T$  містить шість незалежних декартових складових тензора моменту  $\mathbf{M}$ , а матриця

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^S & K_{22}^S & K_{23}^S & K_{24}^S & K_{25}^S & K_{26}^S \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \\ K_{41}^S & K_{42}^S & K_{43}^S & K_{44}^S & K_{45}^S & K_{46}^S \\ K_{51}^P & K_{52}^P & K_{53}^P & K_{54}^P & K_{55}^P & K_{56}^P \\ K_{61}^S & K_{62}^S & K_{63}^S & K_{64}^S & K_{65}^S & K_{66}^S \end{pmatrix}$$

описує поширення хвиль між вогнищем і станцією і переходи від циліндричних координат до декартових.

Лише для прямих  $P$ -хвиль матрицю  $\mathbf{K}$  зводимо до вигляду

$$\mathbf{K}^P = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^P & K_{22}^P & K_{23}^P & K_{24}^P & K_{25}^P & K_{26}^P \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \end{pmatrix}.$$

Таким чином, рівняння (3) можна записати лише для прямих  $P$ -хвиль у матричній формі:

$$\mathbf{U}^{(0)P} = \mathbf{K}^P \mathbf{M}, \quad (4)$$

де компоненти вектора  $\mathbf{U}^{(0)P} = (U_x^{(0)P}, U_y^{(0)P}, U_z^{(0)P})^T$  відповідають амплітудам прямих  $P$ -хвиль у спостережуваному полі, а компоненти матриці  $\mathbf{K}^P$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} K_{11}^P &= \cos^2 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{r1}^P dk, \\ K_{12}^P &= \cos \varphi \sin \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{r1}^P dk, \\ K_{13}^P &= \cos \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r2}^P dk, \\ K_{14}^P &= \cos^3 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk, \\ K_{15}^P &= \cos \varphi \sin^2 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk, \\ K_{16}^P &= \cos \varphi \sin 2\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk, \\ K_{21}^P &= \sin \varphi \cos \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{r1}^P dk, \\ K_{22}^P &= \sin^2 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{r1}^P dk, \\ K_{23}^P &= \sin \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r2}^P dk, \\ K_{24}^P &= \cos^2 \varphi \sin \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk, \\ K_{25}^P &= \sin^3 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk, \\ K_{26}^P &= \sin \varphi \sin 2\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk, \\ K_{31}^P &= \cos \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{z1}^P dk, \end{aligned}$$

$$K_{32}^P = \sin \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} g_{z1}^P dk,$$

$$K_{33}^P = \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{z2}^P dk,$$

$$K_{34}^P = \cos^2 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk,$$

$$K_{35}^P = \sin^2 \varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{r3}^P dk,$$

$$K_{36}^P = \sin 2\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} g_{z3}^P dk.$$

**Обернене моделювання.** Після того, як за допомогою рівняння (4) встановлено прямий зв'язок між компонентами тензора моменту і компонентами переміщень на поверхні півпростору, можна перейти до визначення оберненого зв'язку між цими компонентами.

Мінімально квадратичний розв'язок перевизначеної системи (4) для  $\mathbf{M}$  (оскільки маємо  $3 \times k \times \omega$  рівнянь для  $6 \times \omega$  невідомих) можна отримати методом узагальненого обернення [Aki, Richards, 2002]:

$$\mathbf{M} = (\tilde{\mathbf{K}}^P \mathbf{K}^P)^{-1} \tilde{\mathbf{K}}^P \mathbf{U}^{(0)P}, \quad (5)$$

де «хвилька» означає комплексне спряження і транспозицію, степінь «-1» — обернення, а  $(\tilde{\mathbf{K}}^P \mathbf{K}^P)^{-1} \tilde{\mathbf{K}}^P$  — узагальнене обернення до  $\mathbf{K}^P$ .

Таким чином, оскільки всі шість незалежних компонент тензора моменту  $\mathbf{M}$  входять до виразів (4) для хвильових форм  $\mathbf{U}^{(0)}$  лише на одній станції, обернення (5) має уможливити, принаймні теоретично, отримання єдиного розв'язку для кожного з них. У межах, визначених представленням вогнища і моделюванням поширення хвиль, розв'язок (5) точний, а для його отримання необхідна лише одна ітерація. Обернена задача полягає при цьому у визначенні параметрів точкового вогнища за умови, що відомі координати і час у вогнищі, а також розподіл швидкостей поширення сейсмічних хвиль між вогнищем і станцією.

**Застосування.** Ефективність запропонованого методу визначення тензора сей-

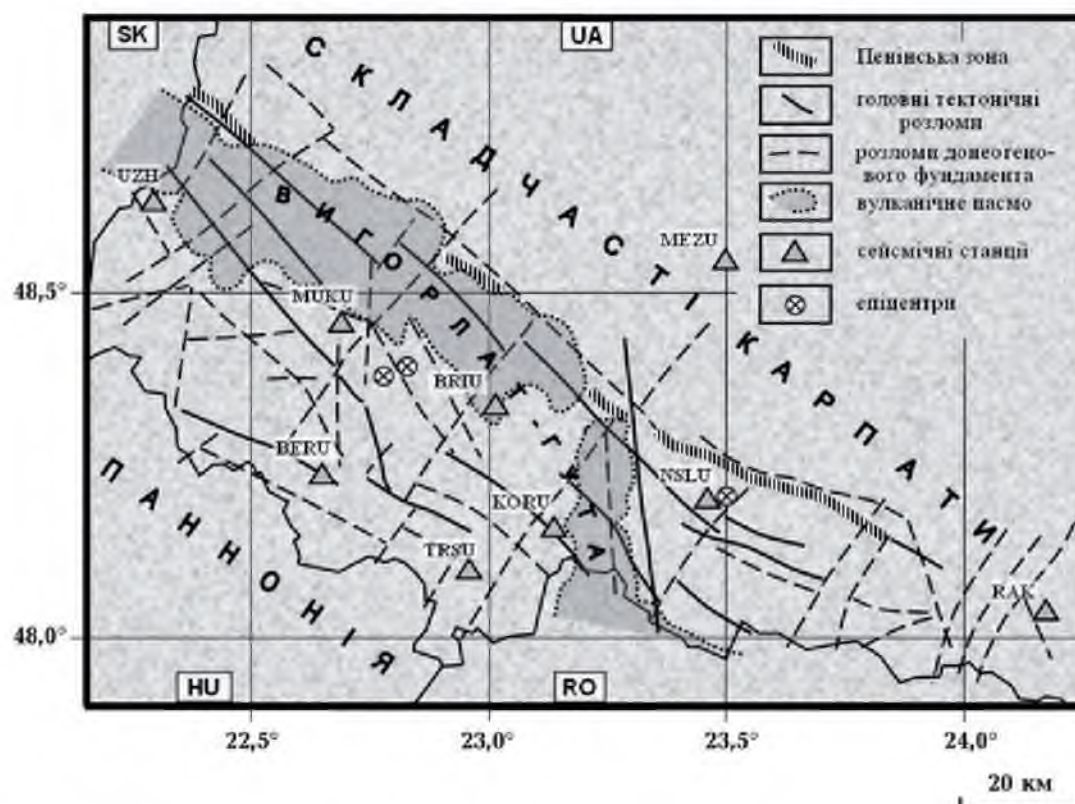


Рис. 2. Розташування станцій мережі сейсмологічних спостережень у Карпатському регіоні України, епіцентрів землетрусів та основні елементи тектоніки, за [Хоменко, 1971, 1987].

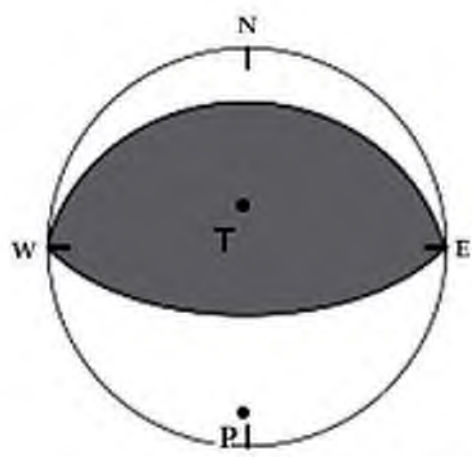
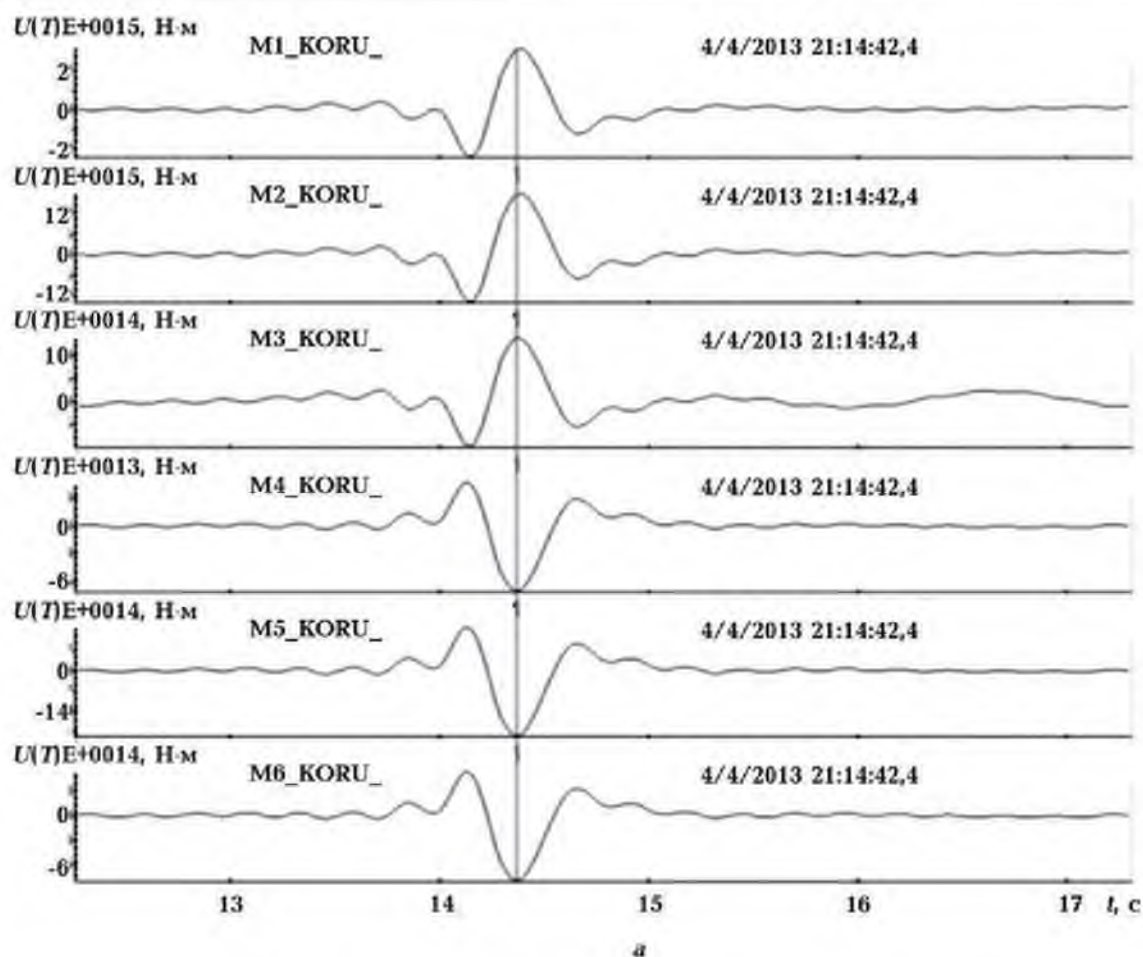
смічного моменту протестовано на прикладі трьох малих землетрусів у Карпатському регіоні України (рис. 2). Механізми, визначені шляхом обернення хвильових форм, що зареєстровані лише на одній станції, порівнено з механізмами, отриманими на інших станціях, а також з визначеними за полярностями вступами  $P$ -хвиль з урахуванням неточних полярностей і амплітудних співвідношень  $S/P$  [Malyskyu et al., 2013].

У табл. 1 наведено параметри 1D моделі земної кори, яку використовували при оберненні хвильових форм, а також обчисленні кутів виходу з вогнища. Тривалість початкового відрізка сейсмограми, що містить лише прямі хвилі, оцінювали візуально, з урахуванням запізнення відбитих і конвертованих фаз, передбачуваного моделлю (табл. 1) за відповідної епіцентральної відстані і глибини розміщення вогнища. Як правило, тривалість відрізка

прямих  $P$ -хвиль становила від 0,3 до 1,2 с, що відповідає нижній межі частотного діапазону від 3,0 до 0,8 Гц. Верхню межу натовмість визначено за припущенням точкових розмірів вогнища, що відповідає довжині хвиль, більшої за лінійні розміри розриву, які у малих землетрусів часто менші від

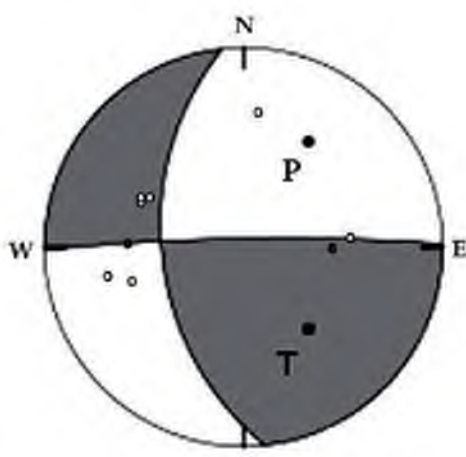
Т а б л и ц я 1. 1D модель земної кори, яку використовували при оберненні хвильових форм і обчисленні кутів виходу

Товщина, км	Швидкість, км/с		Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
	$V_P$	$V_S$	
2,5	4,7	2,7	2220
4	5,5	3,2	2330
1,5	6,3	3,64	2560
4	6,2	3,6	2550
5,5	6,7	3,9	2640
3,5	6,85	3,95	2800



Кут простягання = 27  
Кут падіння = 28  
Кут ковзання = 92

б



Кут простягання = 269  
Кут падіння = 85  
Кут ковзання = 45

в

Рис. 3. Станція KORU: а — компоненти тензора моменту  $M(t)$  ( $M1=M_{xx}$ ,  $M2=M_{yy}$ ,  $M3=M_{zz}$ ,  $M4=M_{xy}$ ,  $M5=M_{yz}$ ,  $M6=M_{xz}$ ) для землетрусу 04.04.2013 р., що визначені шляхом обернення хвильових форм, зареєстрованих однією станцією; фокальні механізми: б — відповідає максимальним значенням тензора моменту  $M(t)$ , в — визначений за поляриностями вступів Р-хвиль.

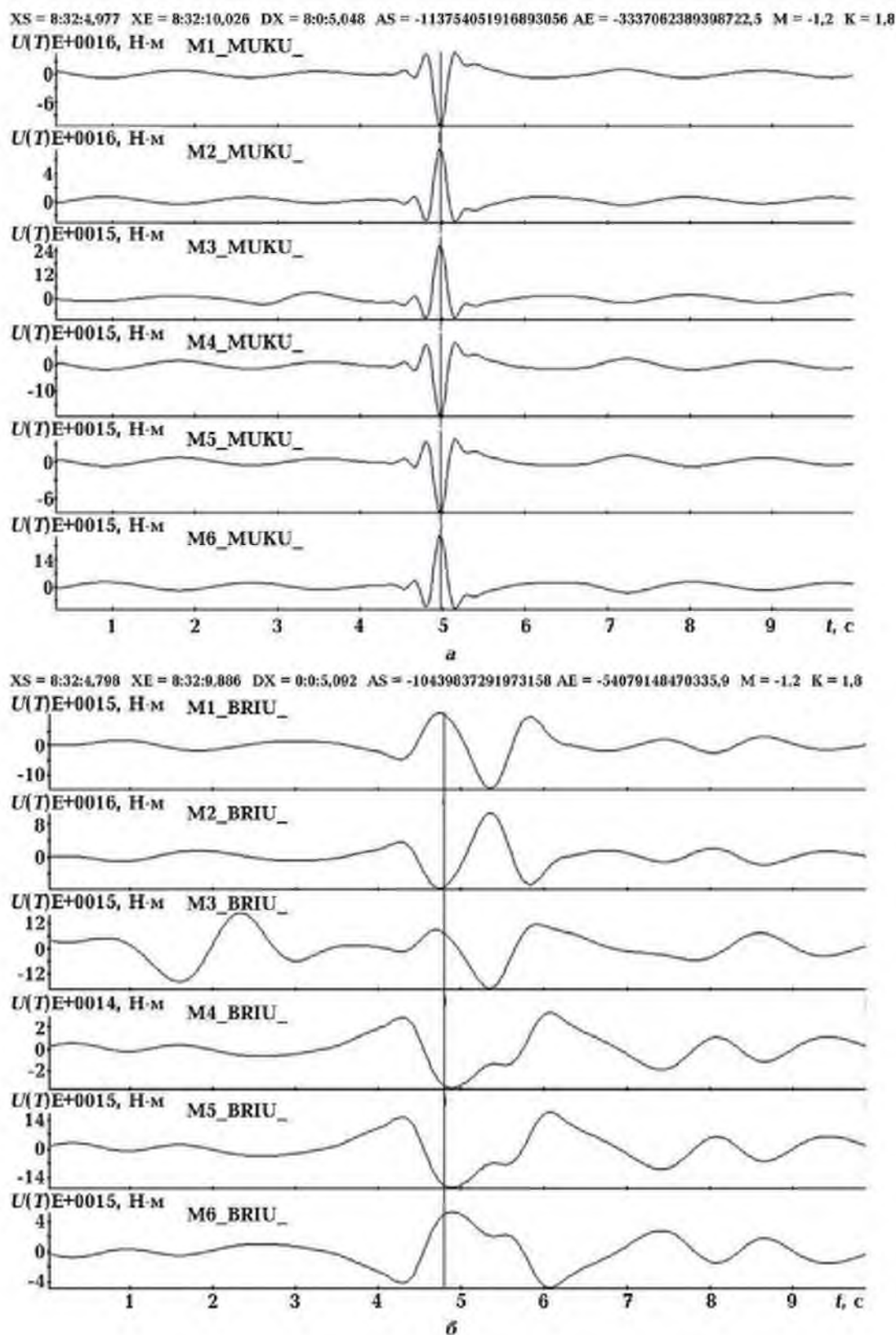


Рис. 4. Компоненти тензора моменту  $M(t)$  ( $M1=M_{xx}$ ,  $M2=M_{yy}$ ,  $M3=M_{zz}$ ,  $M4=M_{xy}$ ,  $M5=M_{yz}$ ,  $M6=M_{xz}$ ) для землетрусу 04.06.2014 р., які визначено шляхом обернення хвильових форм, зареєстрованих лише станцією MUKU (а) і лише станцією BRIU (б).



Рис. 5. Фокальні механізми, що відповідають максимальним значенням тензорів моменту  $M(t)$  для землетрусу 04.06.2014 р. (рис. 4), визначеним шляхом обернення його хвильових форм, які зареєстровано лише станцією MUKU (а) і лише станцією BRIU (б) та за полярностями вступів  $P$ -хвиль (в).

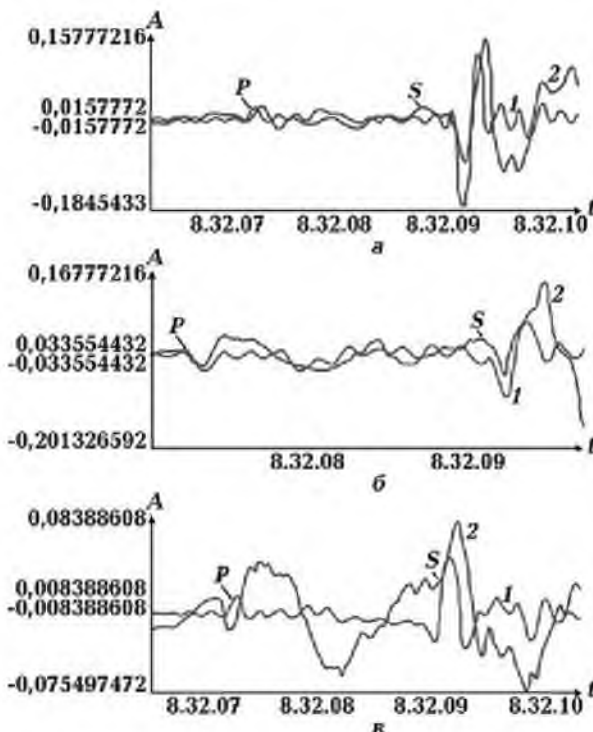


Рис. 6. Сейсмограми переміщень на станції MUKU (а — складова  $x$ , б —  $y$ , в —  $z$ ), обчислені за допомогою матричного методу з використанням 1D моделі (див. табл. 1) для вогнища з тензором моменту  $M(t)$ , визначеним для землетрусу 04.06.2014 (див. рис. 4 і 5) (1), і сейсмограми, зареєстровані станцією (2).

1 км. З урахуванням зазначених обмежень початкові записи переміщень фільтрували у діапазоні частот пропускання від 0,5 до 5,5 Гц.

Для землетрусу 04.04.2013 р. ( $21^{\text{h}}15^{\text{m}}14,36^{\text{s}}$ ,  $48,198^{\circ}\text{N}$ ,  $23,466^{\circ}\text{E}$ ,  $h=1,73$  км, ML2,2)

Т а б л и ц я 2. Дані для визначення фокального механізму землетрусу 04.04.2013 р. за полярностями вступів  $P$ -хвиль

Станція	Епіцентральна відстань, км	Азимут, град	Кут виходу, град
NSLU	0,7	269	-53
KORU	25,05	260	31
MEZ	35,34	6	31
BRIU	36,53	295	42
TRSU	39,53	253	42
BERU	60,95	274	42
MUKU	64,29	297	42
UZH	99,22	299	45
KSV	119,19	83	45

були наявні записи 9 станцій (рис. 2, табл. 2). Було визначено компоненти тензора моменту шляхом обернення записів прямих  $P$ -хвиль лише на станції KORU (на епіцентральної відстані близько 24 км) і відповідні фокальні механізми вогнища (рис. 3).

Компоненти тензора моменту  $M(t)$  для землетрусу 04.06.2014 р. ( $08^{\text{h}}32^{\text{m}}4,9^{\text{s}}$ ,  $48,36^{\circ}\text{N}$ ,  $22,78^{\circ}\text{E}$ ,  $h=2$  км, ML1,1) визначено шляхом обернення записів хвильових форм  $P$ -хвиль від землетрусу лише на станції MUKU (на епіцентральної відстані близько 12 км) і окремо лише на станції BRIU (18 км) (рис. 4, табл. 3).





Рис. 7. Фокальні механізми для землетрусу 07.06.2014 р., які визначено шляхом обернення прямих  $P$ -хвиль, зареєстрованих лише станцією TRSU (а) і лише станцією BRIU (б), і механізм, визначений за полярностями вступів  $P$ -хвиль (в).

Т а б л и ц я 3. Дані для визначення фокального механізму землетрусу 04.06.2014 р. за полярностями вступів  $P$ -хвиль

Станція	Епіцентральна відстань, км	Азимут, град	Кут виходу, град
MUKU	12	326,7	58,7
BERU	17	215,3	58,7
BRIU	18	97,8	58,7
KORU	35	130,6	58,7
NSLU	53	109,5	48,2

Як бачимо з рис. 4 і 5, механізми, визначені для землетрусу 04.06.2014 р. шляхом обернення записів хвильових форм окремо лише на станції MUKU і лише на станції BRIU, майже ідентичні і дещо відрізняються від механізму, визначеного для цього землетрусу за полярностями перших вступів.

Далі за допомогою матричного методу і з використанням 1D моделі земної кори (див. табл. 1) для тензора моменту  $M(t)$ , визначеного для землетрусу 04.06.2014 р. за його записами лише на станції MUKU, було обчислено синтетичні хвильові форми на відповідній епіцентральній відстані та за азимутом. На рис. 6 їх наведено у порівнянні зі спостереженими на станції.

Як третій тестовий приклад було використано землетрус 07.06.2014 р. ( $19^{\circ}41'14,6''$ ,  $48,39^{\circ}$  N,  $22,8^{\circ}$  E, ML2,3) (рис. 7, табл. 4).

Т а б л и ц я 4. Дані для визначення фокального механізму землетрусу 07.06.2014 р. за полярностями вступів  $P$ -хвиль

Станція	Епіцентральна відстань, км	Азимут, град	Кут виходу, град
MUKU	11	130,5	72,2
BRIU	17	289,5	80,1
BERU	21	213,3	60,8
TRSU	35	160,3	60,8
KORU	36	136,2	60,8
UZH	46	305,5	60,8
NSLU	53	113,5	60,8
MEZ	54	75,2	60,8
MORS	115	43,7	55,2
KMPU	271	84,6	42,8
HORU	281	69,6	42,8

Фокальні механізми відповідають тензорам моменту, визначеним для землетрусу за його хвильовими формами лише на станції TRSU (на епіцентральній відстані 35 км) і лише на станції BRIU (на епіцентральній відстані 17 км).

**Обговорення.** Оцінено можливість визначення компонент тензора сейсмічного моменту за записами прямих  $P$ -хвиль лише на одній станції. Теоретично доведено, що переміщення у будь-якій точці на поверх-

ні горизонтально-шаруватого ідеально-пружного півпростору зумовлені точковим вогнищем, модельованим змінним у часі симетричним тензором моменту, залежать від усіх шести його компонент, які, таким чином, з хвильових форм можна відновити шляхом обернення прямої залежності. Обернення лише прямих  $P$ -хвиль, обчислюваних за допомогою матричного методу, дає змогу зменшити вплив неточності моделі середовища, оскільки прямі хвилі зазнають набагато меншого спотворення через неточність, ніж відбиті і конвертовані хвилі.

Утім припущення про горизонтальну шаруватість середовища, як і дані щодо розподілу швидкостей у ньому, можуть виявитися доволі далекими від дійсності. У поєднанні з неточними даними стосовно координат і часу землетрусу, а також з іншими невизначеностями, зумовленими сейсмічним шумом у спостережених сейсмограмах тощо, це може призвести до майже повного приховування інформації про вогнище у записах, особливо, якщо вони зареєстровані, як у нашому випадку, лише однією станцією, до перетворення задачі на некоректну, з невизначеним розв'язком. З огляду на це результати обернення хвильових форм, зареєстрованих лише однією станцією, мають бути верифіковані з використанням інших незалежних засобів.

З цієї метою передусім можна запропонувати порівняння механізмів, визначених окремо і незалежно для одного і того самого землетрусу за його хвильовими формами, що зареєстровані на різних станціях. Механізми, визначені для землетрусу 04.06.2014 р. окремо за записами на станції MUKU та BRIU (див. рис. 5), виявились, зокрема, практично тотожними, як і для землетрусу 07.06.2014 р., окремо за записами станцій TRSU і BRIU (див. рис. 7). Це може принаймні означати, що, попри усі невизначеності, єдиний розв'язок існує і може бути відтворений. Синтетичні хвильові форми, обчислені для станції MUKU від вогнища з координатами і механізмом, визначеним для землетрусу 04.06.2014 р., порівнювали зі спостереже-

ними — на рис. 6 бачимо доволі високу кореляцію між горизонтальними складовими, але дещо меншу — між вертикальними. Фокальні механізми вогнищ трьох землетрусів, визначені шляхом обернення хвильових форм, порівнювали з механізмами, визначеними за полярностями їх перших вступів на станціях. Добрий збіг виявився між механізмами для землетрусу 04.06.2014 р. (див. рис. 5). Принаймні одна з нодальних площин майже збігається у механізмах для землетрусу 07.06.2014 р. (див. рис. 7). Більше, однак, різняться між собою нодальні площини у механізмах для землетрусу 04.04.2013 р. (див. рис. 3). Для пояснення у деяких випадках незбігу механізмів можна згадати перелічені вище причини, маючи на увазі й те, що і механізми, визначені для слабких землетрусів за полярностями їх перших вступів, також можуть виявитися хибними з огляду на ті самі причини. Це питання заслуговує, можливо, на детальніше обговорення, але не в рамках поточної статті.

Слід також зазначити, що усі три механізми, визначені шляхом обернення хвильових форм, відповідають насуву у північному напрямку, що загалом узгоджується з переважно північно-східною орієнтацією ( $\sim 60^\circ$ ) головних осей напружень стиску у цій частині регіону, виявленою різними методами [Малицький и др., 2017], а також з основними характеристиками місцевої тектоніки [Хоменко, 1971, 1987].

**Висновки.** Запропоновано метод визначення тензора моменту шляхом обернення прямих  $P$ -хвиль, зареєстрованих лише однією станцією. Метод ґрунтується на підході, описаному у публікаціях [Малицький 2010, 2016], де розроблено версію матричного методу для обчислення лише прямих  $P$ -хвиль у горизонтально-шаруватому півпросторі, збуджених точковим вогнищем, яке зображено тензором моменту. З використанням запропонованого методу визначено фокальні механізми трьох малих землетрусів у Карпатському регіоні України. Механізми, визначені для кожного із землетрусів незалежно за записами різних

станцій, виявилися майже однаковими. У результаті порівнювання механізмів з тими, які визначено за полярностями перших вступів  $P$ -хвиль, зроблено висновок, що запропонований метод обернення хвильових форм буде корисний, якщо жодним іншим методом визначити механізм неможливо, що зазвичай трапляється у регіонах з невисоким рівнем сейсмічності і недостатньою кількістю сейсмічних станцій.

У подальшому плануємо розробити під-

хід на підставі матричного методу, але з використанням площини розриву скінчених розмірів як моделі вогнища, що дасть змогу за оберненням хвильових форм визначити нові параметри розподіленого вогнища. Вогнище моделюватимемо як множину точок, представлених зсувними дислокаціями або подвійними парами сил з тензорами моменту. Поле переміщень на поверхні матиме матричну форму — суму переміщень від усіх точкових вогнищ.

### Список літератури

- Малицький Д. В. Аналітично-числові підходи до обчислення часової залежності компонент тензора сейсмічного моменту. *Геоінформатика*. 2010. № 1. С. 79—85.
- Малицький Д. В. Математичне моделювання в задачах сейсмології. Київ: Наук. думка, 2016. 277 с.
- Малицький Д. В., Муровская А. В., Обидина А. А., Гинтов О. Б., Гнип А. Г., Пугач А. В. Поле напряжений в Закарпаття по локальними механізмам. 16 Международная конференция по геоинформатике — теоретические и прикладные аспекты, 15—17 мая 2017, Киев, Украина. doi: 10.3997/2214-4609.201701862.
- Хоменко В. І. Глибинна будова Закарпатського прогину. Київ: Наук. думка, 1971. 231 с.
- Хоменко В. И. Глубинная структура юго-западного края Восточно-Европейской платформы. Киев: Наук. думка, 1987. 140 с.
- Aki, K. & Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology — Theory and methods*. Sausalito, California: University Science Books.
- Arvidsson, R. & Ekström, G. (1998). Global CMT analysis of moderate earthquakes,  $M_w \geq 4.5$ , using intermediate-period surface waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88(4), 1003—1013.
- D'Amico, S. (2014). Source parameters related to a small earthquake swarm off-shore of Malta (central Mediterranean). *Development in Earth Science*, (2), 8—13.
- Dreger, D. S. & Helmberger, D. V. (1993). Determination of source parameters at regional distances with three-component sparse network data. *Journal of Geophysical Research*, 98(B5), 8107—8125. <https://doi.org/10.1029/93JB00023>.
- Dreger, D. S. (2003). TDMT\_INV: Time domain seismic moment tensor inversion. In W.H.K. Lee, H. Kanamori, P. C. Jennings & C. Kisslinger (Eds), *International Geophysics* (Vol. 81). Academic Press.
- Dziewonski, A. M., Chou, T. A., & Woodhouse, J. H. (1981). Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of regional and global seismicity. *Journal of Geophysical Research*, 86(B4), 2825—2852. <https://doi.org/10.1029/JB086iB04p02825>.
- Godano, M., Bardainne, T., Regnier, M., & Deschamps, A., (2011). Moment tensor determination by nonlinear inversion of amplitudes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101(1), 366—378. <https://doi.org/10.1785/0120090380>.
- Hardebeck, J. L., & Shearer, P. M. (2003). Using S/P amplitude ratios to constrain the focal mechanisms of small earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93(6), 2434—2444. <https://doi.org/10.1785/0120020236>.
- Herrmann, R. B. (2002). *An overview of synthetic seismogram computation, computer programs in Seismology*. Saint Louis University.
- Herrmann, R. B. (2008). *Toward automated focal mechanism and moment determination for the continental U.S. — an ANSS product*. Final Technical Report USGS Grant 05HQGR0047.
- Herrmann, R. B., Withers, M. & Benz, H. (2008). The April 18, 2008 Illinois earthquake: an

- ANSS monitoring success. *Seismological Research Letters*, 79(6), 830—843. <https://doi.org/10.1785/gssrl.79.6.830>
- Mai, M., Schorlemmer, D., Page, M., Ampuero, J.-P., Asano, K., Causse, M., ... Zielke, O. (2016). The Earthquake-Source Inversion Validation (SIV) Project. *Seismological Research Letters*, 87(3), 690—708. doi: 10.1785/0220150231.
- Malytskyy, D. & D'Amico, S. D. (2015). *Moment tensor solutions through waveforms inversion*. Published by Mistral Service sas Via U. Bonino, Messina, Italy.
- Malytskyy, D., & Kozlovskyy, E., (2014). Seismic waves in layered media. *Journal of Earth Science and Engineering*, (4), 311—325.
- Malytskyy, D., Muyla, O., Pavlova, A., & Hrytsay, O. (2013). Determination the focal mechanism of an earthquake in the Transcarpathia region of Ukraine. *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Heolohiya*, (4), 38—44.
- Miller, A. D., Julian, B. R., & Foulger, G. R. (1998). Three-dimensional seismic structure and moment tensors of non-double-couple earthquakes at the Hengill-Grensdalur volcanic complex, Iceland. *Geophysical Journal International*, 133(2), 309—325. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.1998.00492.x>.
- Šílený, J., Panza, G. F., & Campus, P. (1992). Waveform inversion for point source moment tensor retrieval with variable hypocentral depth and structural model. *Geophysical Journal International*, 109(2), 259—274. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1992.tb00097.x>.
- Sipkin, S. A. (1986). Estimation of earthquake source parameters by the inversion of waveform data: Global seismicity, 1981—1983. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 76, 1515—1541.
- Vavryčuk, V., & Kühn, D. (2012). Moment tensor inversion of waveforms: a two-step time frequency approach. *Geophysical Journal International*, 190 (3), 1761—1776. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05592.x>
- Wéber, Z. (2006). Probabilistic local waveform inversion for moment tensor and hypocentral location, *Geophysical Journal International*, 165(2), 607—621. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.02934.x>
- Wéber, Z. (2016). Probabilistic waveform inversion for 22 earthquake moment tensors in Hungary: new constraints on the tectonic stress pattern inside the Pannonian basin. *Geophysical Journal International*, 204(1), 236—249. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv446>.
- Zhu, L., Akyol, N., Mitchell, B., & Sozbilir, H. (2006). Seismotectonics of western Turkey from high resolution earthquake relocations and moment tensor determinations. *Geophysical Research Letters*, 33(7), L07316. doi: 10.1029/2006GL025842.

## Determining source parameters from waveforms of small earthquakes in the Carpathian region of Ukraine

*D. V. Malytskyy, A. R. Gnyp, O. D. Hrytsai, O. A. Astashkina, A. Y. Parfeniuk*

In the paper, a method is presented for moment tensor inversion of only direct *P*- and/or *S*-waves registered at only one station. Lesser sensitivity of direct waves, if compared to reflected and converted waves, to path effects modeling significantly improves the method's accuracy and reliability. Choosing to invert only the direct *P*-waves, calculated by matrix method, instead of the full field, enables to reduce the effects of the half-space model inaccuracy, reflected and converted phases being much more distorted by it. Point-source approximation is considered, with known location and origin time. Wave propagation in the medium modelled as horizontally layered heterogeneous elastic structure is calculated by matrix method, enabling to isolate only direct waves. Based on forward modeling, a numerical technique is developed for the inversion of observed waveforms for the components of moment tensor  $\mathbf{M}(t)$ , obtained by generalized inversion. The proposed inversion method is applied to three small earthquakes from the East Carpathian

region to retrieve their moment tensors from waveforms registered at only one station. The resulting focal mechanisms are compared between the stations and with determined from polarities of first arrivals. It should also be pointed out that all three mechanisms determined here by the inversion of waveforms indicate northward thrusting, which occurs in a good agreement with predominantly NNE orientation ( $\sim 60^\circ$ ) of principal compression stresses within the region revealed by different methods as well as with main features of local tectonics. The mechanisms also are compared with focal mechanisms estimated from first P-wave polarities. A conclusion is drawn out that the method will be useful when focal mechanisms can't be obtained by other methods, the problem typical for the regions with low seismicity and insufficient number of seismic stations.

**Key words:** small earthquakes, seismic moment tensor, focal mechanism, matrix method.

## References

- Malytskyy, D. V. (2010). Analytic-numerical approaches to the calculation of seismic moment tensor as a function of time. *Geoinformatyka*, (1), 79—85 (in Ukrainian).
- Malytskyy, D. V. (2016). Mathematical modeling in problems of seismology. Kiev: Naukova Dumka (in Ukrainian).
- Malitskiy, D. V., Murovskaya, A. V., Obidina, A. A., Gintov, O. B., Gnip, A. G., & Pugach, A. V. (2017). Stress field in the Transcarpathians from focal mechanisms. 16th International Conference on Geoinformatics — Theoretical and Applied Aspects, May 15—17, 2017, Kiev, Ukraine. doi: 10.3997 / 2214-4609.201701862 (in Russian).
- Khomenko, V. I. (1971). The deep structure of the Transcarpathian trough. Kyiv: Naukova Dumka (in Ukrainian).
- Khomenko, V. I. (1987). Depth structure of the southwestern edge of the East European Platform. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
- Aki, K. & Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology — Theory and methods*. Sausalito, California: University Science Books.
- Arvidsson, R. & Ekström, G. (1998). Global CMT analysis of moderate earthquakes,  $M_w \geq 4.5$ , using intermediate-period surface waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88(4), 1003—1013.
- D'Amico, S. (2014). Source parameters related to a small earthquake swarm off-shore of Malta (central Mediterranean). *Development in Earth Science*, (2), 8—13.
- Dreger, D. S. & Helmberger, D. V. (1993). Determination of source parameters at regional distances with three-component sparse network data. *Journal of Geophysical Research*, 98(B5), 8107—8125. <https://doi.org/10.1029/93JB00023>.
- Dreger, D. S. (2003). TDMT\_INV: Time domain seismic moment tensor inversion. In W.H.K. Lee, H. Kanamori, P. C. Jennings & C. Kisslinger (Eds), *International Geophysics* (Vol. 81). Academic Press.
- Dziewonski, A. M., Chou, T. A., & Woodhouse, J. H. (1981). Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of regional and global seismicity. *Journal of Geophysical Research*, 86(B4), 2825—2852. <https://doi.org/10.1029/JB086iB04p02825>.
- Godano, M., Bardainne, T., Regnier, M., & Deschamps, A. (2011). Moment tensor determination by nonlinear inversion of amplitudes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101(1), 366—378. <https://doi.org/10.1785/0120090380>.
- Hardebeck, J. L., & Shearer, P. M. (2003). Using S/P amplitude ratios to constrain the focal mechanisms of small earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93(6), 2434—2444. <https://doi.org/10.1785/0120020236>.
- Herrmann, R. B. (2002). *An overview of synthetic seismogram computation, computer programs in Seismology*. Saint Louis University.
- Herrmann, R. B. (2008). *Toward automated focal mechanism and moment determination for the continental U.S. — an ANSS product*. Final Technical Report USGS Grant 05HQGR0047.
- Herrmann, R. B., Withers, M. & Benz, H. (2008). The April 18, 2008 Illinois earthquake: an ANSS monitoring success. *Seismological Research Letters*, 79(6), 830—843. <https://doi.org/10.1785/gssrl.79.6.830>

- Mai, M., Schorlemmer, D., Page, M., Ampuero, J.-P., Asano, K., Causse, M., ... Zielke, O. (2016). The Earthquake-Source Inversion Validation (SIV) Project. *Seismological Research Letters*, 87(3), 690—708. doi: 10.1785/0220150231.
- Malytskyy, D. & D'Amico, S. D. (2015). *Moment tensor solutions through waveforms inversion*. Published by Mistral Service sas Via U. Bonino, Messina, Italy.
- Malytskyy, D., & Kozlovskyy, E., (2014). Seismic waves in layered media. *Journal of Earth Science and Engineering*, (4), 311—325.
- Malytskyy, D., Muyla, O., Pavlova, A., & Hrytsay, O. (2013). Determination the focal mechanism of an earthquake in the Transcarpathia region of Ukraine. *Visnyk Kyyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Heolohiya*, (4), 38—44.
- Miller, A. D., Julian, B. R., & Foulger, G. R. (1998). Three-dimensional seismic structure and moment tensors of non-double-couple earthquakes at the Hengill-Grensdalur volcanic complex, Iceland. *Geophysical Journal International*, 133(2), 309—325. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.1998.00492.x>.
- Šílený, J., Panza, G. F., & Campus, P. (1992). Waveform inversion for point source moment tensor retrieval with variable hypocentral depth and structural model. *Geophysical Journal International*, 109(2), 259—274. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1992.tb00097.x>.
- Sipkin, S. A. (1986). Estimation of earthquake source parameters by the inversion of waveform data: Global seismicity, 1981—1983. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 76, 1515—1541.
- Vavryčuk, V., & Kühn, D. (2012). Moment tensor inversion of waveforms: a two-step time frequency approach. *Geophysical Journal International*, 190 (3), 1761—1776. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05592.x>
- Wéber, Z. (2006). Probabilistic local waveform inversion for moment tensor and hypocentral location, *Geophysical Journal International*, 165(2), 607—621. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.02934.x>
- Wéber, Z. (2016). Probabilistic waveform inversion for 22 earthquake moment tensors in Hungary: new constraints on the tectonic stress pattern inside the Pannonian basin. *Geophysical Journal International*, 204(1), 236—249. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv446>.
- Zhu, L., Akyol, N., Mitchell, B., & Sozbilir, H. (2006). Seismotectonics of western Turkey from high resolution earthquake relocations and moment tensor determinations. *Geophysical Research Letters*, 33(7), L07316. doi: 10.1029/2006GL025842.