

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ИСТОЧНИКА

Рудас Ю.Д., к.т.н.

Отделение магнетизма института электродинамики НАН Украины
Украина, 61106, г. Харьков, ул. Индустриальная 19, а/я 72
тел./факс (0572) 99-21-62

Луников В.С., к.т.н.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Электрические аппараты"
тел./факс (0572) 40-08-64, E-mail: lupikov@kpi.kharkov.ua.

Розроблено інженерний метод визначення параметрів поверхні другого порядку з постійною величиною індукції – ізодинами магнітного поля, що створюється мультипольним джерелом. Експериментальні дані одержують для фіксованого значення індукції на трьох рівнобіжних площинах, розташованих з однієї сторони від джерела. Метод дозволяє зменшити об'єм експериментальних даних при аналізі розподілів магнітного поля протяжених технічних об'єктів.

Разработан инженерный метод определения параметров поверхности второго порядка с постоянной величиной индукции – изодинамы магнитного поля, создаваемого мультипольным источником. Экспериментальные данные получают для фиксированного значения индукции на трех параллельных плоскостях, расположенных с одной стороны от источника. Метод позволяет уменьшить объем экспериментальных данных при анализе распределений магнитного поля протяженных технических объектов.

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании и компенсации магнитных полей энергонасыщенных технических объектов возникает вопрос об идентификации источников магнитного поля. В настоящее время решение подобных задач осуществляется путем использования пространственного гармонического анализа (сфероидального или сферического) [1]. Недостатком такого подхода является сложный порядок экспериментального определения параметров источников поля для протяженных технических объектов. Это связано с тем, что для обеспечения требуемой точности описания и эффективности компенсации поля требуется учитывать большое число пространственных гармоник поля. В полной мере эти сложности проявляются при компенсации поля вблизи технического объекта, что не удовлетворяет требованиям современных высоких технологий. В этой связи представляется целесообразным поиск других методов получения характеристик источников поля, основанных на определении коэффициентов пространственных гармоник исходя из дополнительной информации о распределениях поля. При этом способ получения такой информации должен иметь экспериментальную реализацию.

Целью статьи является определение параметров мультипольного источника по данным измерений индукции магнитного поля на заданных плоскостях.

Для достижения поставленной цели в данной работе используется подход, основанный на получении дополнительной информации о мультипольном источнике исходя из анализа расположения в пространстве поверхностей с фиксированной величиной индукции – изодинам [3]. Так как обобщающим свойством любого потенциального поля является его энергетическая функция [4], то в качестве основной характеристики поля используется функция квадрата моду-

ля индукции $|B|^2 = f(x, y, z)$, определяемая по измеренным значениям в точке (x, y, z) .

В качестве допущения предполагается, что изодинамы – поверхности второго порядка.

ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Обобщенное уравнение поверхности второго порядка в декартовой системе координат может быть представлено в виде [2]

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{23}yz + a_{33}z^2 + 2a_{31}xz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0, \quad (1)$$

где $a_{11} - a_{44}$ – постоянные коэффициенты; x, y, z – координаты точки поверхности.

Число неизвестных коэффициентов этой поверхности равно 10.

Уравнение плоскости Q_i в прямоугольной системе координат представляется выражением вида [2]

$$x_i \cos \alpha_{xi} + y_i \cos \alpha_{yi} + z_i \cos \alpha_{zi} - p_i = 0, \quad (2)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты точки плоскости; $\cos \alpha_{xi}, \cos \alpha_{yi}, \cos \alpha_{zi}$ – направляющие косинусы вектора нормали плоскости; p_i – расстояние от плоскости до начала координат.

Индекс "i" используется в дальнейшем для обозначения номера плоскости.

Совместным решением уравнений (1) и (2) при фиксированном значении переменной x и индекса i является кривая второго порядка R_i

$$ay_i^2 + 2by_iz_i + cz_i^2 + 2dy_i + 2ez_i + q = 0, \quad (3)$$

где a, b, c, d, e, q – постоянные коэффициенты, определяемые соотношениями:

$$a = a_{11} \frac{\cos^2 \alpha_{yi}}{\cos^2 \alpha_{xi}} - 2a_{12} \frac{\cos \alpha_{yi}}{\cos \alpha_{xi}} + a_{22}; \quad (4)$$

$$b = a_{11} \frac{\cos \alpha_{yi} \cos \alpha_{zi}}{\cos^2 \alpha_{xi}} - a_{12} \frac{\cos \alpha_{zi}}{\cos \alpha_{xi}} + a_{23} - a_{31} \frac{\cos \alpha_{yi}}{\cos \alpha_{xi}};$$

$$c = a_{11} \frac{\cos^2 \alpha_{zi}}{\cos^2 \alpha_{xi}} - 2a_{31} \frac{\cos \alpha_{zi}}{\cos \alpha_{xi}} + a_{33};$$

$$d = -a_{11} p_i \frac{\cos \alpha_{yi}}{\cos^2 \alpha_{xi}} + a_{12} p_i \frac{1}{\cos \alpha_{xi}} - a_{14} \frac{\cos \alpha_{yi}}{\cos \alpha_{xi}} + a_{24};$$

$$e = -a_{11} p_i \frac{\cos \alpha_{zi}}{\cos^2 \alpha_{xi}} - a_{14} \frac{\cos \alpha_{zi}}{\cos \alpha_{xi}} + a_{31} p_i \frac{1}{\cos \alpha_{xi}} + a_{34};$$

$$q = a_{11} p_i^2 \frac{1}{\cos^2 \alpha_{xi}} + 2a_{14} p_i \frac{1}{\cos \alpha_{xi}} + a_{44}$$

Соотношения (4) содержат в качестве неизвестных 10 коэффициентов поверхности изодинамы (1). Известными величинами являются 6 постоянных коэффициентов кривой R_i и параметры плоскости Q_i : направляющие косинусы и коэффициент p_i . Для однозначного определения коэффициентов поверхности необходимо использовать две кривые R_i ($i=1,2$).

Таким образом, исходная система уравнений для

$$a_{14} = \frac{\Delta f k D^2 - (\Delta d A a - \Delta e B a) [\Delta d (a_{11} A b - 2a_{31} N a) - \Delta e (a_{11} B b - 2a_{12} N a)]}{k D [\Delta d (a_{11} A b - A a - 2a_{31} N a) - \Delta e (a_{11} B b - B a - 2a_{12} N a)]};$$

$$a_{24} = \frac{q d N a B a - a_{11} \cos \alpha_{y2} \cos \alpha_{y1} [p_1 \cos \alpha_{x2} - p_2 \cos \alpha_{x1}] + a_{12} \cos \alpha_{x1} \cos \alpha_{y2} p_1 [\cos \alpha_{x2} - \cos \alpha_{y1}]}{B a};$$

$$a_{34} = \frac{\Delta e N a A a - a_{11} \cos \alpha_{z1} \cos \alpha_{z2} [p_1 \cos \alpha_{x2} - p_2 \cos \alpha_{x1}] + a_{31} N a p_1 [\cos \alpha_{z2} - \cos \alpha_{z1}]}{N a \cdot A a};$$

$$a_{44} = \frac{a_{11} [p_2^2 q_1 \cos^2 \alpha_{x1} - p_2^2 q_2 \cos^2 \alpha_{x2}] + 2a_{14} N a [p_2 q_1 \cos \alpha_{x1} - p_1 q_2 \cos \alpha_{x2}]}{N a^2 \Delta q};$$

В соотношениях (5) использованы следующие обозначения:

$$N a = \cos \alpha_{x1} \cdot \cos \alpha_{y1};$$

$$A a = \cos \alpha_{z1} \cos \alpha_{x2} - \cos \alpha_{z2} \cos \alpha_{x1};$$

$$B a = \cos \alpha_{y1} \cos \alpha_{x2} - \cos \alpha_{y2} \cos \alpha_{x1};$$

$$C a = \cos \alpha_{y2} \cos \alpha_{z1} - \cos \alpha_{z2} \cos \alpha_{y1}$$

$$A b = \cos \alpha_{z1} \cos \alpha_{y2} + \cos \alpha_{z2} \cos \alpha_{x1},$$

$$B b = \cos \alpha_{y1} \cos \alpha_{x2} + \cos \alpha_{y2} \cos \alpha_{x1}$$

$$k D = a_{12} A a - a_{31} B a - a_{11} C a.$$

Система 12 уравнений позволяет определить расчетные значения параметров p_1 и p_2 секущих плоскостей Q_1 и Q_2 , которые используются для контроля точности расчетов:

$$p_1 = \frac{\cos^2 \alpha_{x1} \Delta d (a_{11} \cos \alpha_{z2} - a_{31} \cos \alpha_{x2}) - \cos^2 \alpha_{x1} \Delta e (a_{11} \cos \alpha_{y2} - a_{12} \cos \alpha_{x2})}{a_{11} k D} + \frac{a_{14} \cos \alpha_{x1}}{a_{11}};$$

$$p_2 = \frac{\cos^2 \alpha_{x2} \Delta d (a_{31} \cos \alpha_{x1} - a_{11} \cos \alpha_{z1}) + a_{14} \cos \alpha_{x2}}{a_{11} k D} - \frac{\cos^2 \alpha_{x2} \Delta e (a_{12} \cos \alpha_{x1} - a_{11} \cos \alpha_{y1})}{a_{11} k D}.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОВЕРХНОСТИ

Определение коэффициентов поверхности изодинамы строится на основе данных о линиях пересечения этой поверхности плоскостями заданного положения. Эти точки далее называются контрольными точками. В качестве исходных данных используются данные измерений компонент индукции магнитного поля в узлах пространственной сетки, покрывающей заданный локальный объем.

Для определения коэффициентов поверхности изодинам разработан метод, который включает следующие операции:

- построение распределения квадрата модуля

определения искомых коэффициентов может быть представлена в виде соотношений (4), в которых индекс i принимает два значения $i=1,2$. Решение этой системы уравнений дает следующие соотношения для коэффициентов поверхности изодинамы:

$$a_{11} = \frac{N a^2 (\Delta a A a^2 + \Delta c B a^2 - 2 \Delta b A a B a)}{2 A a B a \cos \alpha_{x1} (A b \cos \alpha_{y2} + B b \cos \alpha_{z2})}; \quad (5)$$

$$a_{12} = \frac{a_{11} B a B b - \Delta a N a^2}{2 B a N a};$$

$$a_{22} = \frac{\Delta a N a + a_{11} \cos \alpha_{y1} \cos \alpha_{y2}}{N a};$$

$$a_{23} = \frac{(\Delta b B a - a_{12} C a) N a - a_{11} A a \cos \alpha_{y1} \cos \alpha_{y2}}{B a N a};$$

$$a_{31} = \frac{a_{11} A a A b - \Delta c N a^2}{2 A a N a};$$

$$a_{33} = \frac{\Delta c N a + a_{11} \cos \alpha_{z1} \cos \alpha_{z2}}{N a}$$

индукции в виде карт с линиями уровней на каждой секущей плоскости;

- выбор изодинамы R с фиксированной величиной индукции;

- задание трех параллельных секущих плоскостей Q_1-Q_3 в направлении одной из координатных осей.

- задание параметров p_i и $\cos \alpha_{xi}$, $\cos \alpha_{yi}$, $\cos \alpha_{zi}$ ($i = 1,2$) дополнительных секущих плоскостей Q_4, Q_5 по соотношениям

$$\cos \alpha_{xi} = (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_0)^{0.5},$$

$$\cos \alpha_{yi} = \cos \alpha,$$

$$\cos \alpha_{zi} = -\sin \alpha_0,$$

где $90^\circ + \alpha_0$ и α определяют углы, которые образуют нормали этих плоскостей с двумя другими координатными осями;

- построение линий $L_1 - L_3$ и $L_4 - L_6$ пересечений плоскостей Q_4 и Q_5 с плоскостями $Q_1 - Q_3$ по формуле $h_i \cos \alpha_{xi} + y_i \cos \alpha_{yi} + z_i \cos \alpha_{zi} - p_i = 0$ ($i = 1, 2$); (6)

- определение на картах уровня контрольных точек пересечения линий $L_1 - L_3$ с кривыми плоских сечений поверхности изодинамы R , и аналогично и для линий $L_4 - L_6$;

- пересчет координат контрольных точек пересечений в систему местных координат секущих плоскостей Q_4, Q_5 ;

- вычислить значения постоянных коэффициентов изодинамы R (пар коэффициентов a, b, c, d, e, q , входящих в соотношение (3) для двух дополнительных секущих плоскостей Q_4 и Q_5) при помощи известного алгоритма определения кривой второго порядка по пяти точкам [2];

- расчет коэффициентов поверхности изодинамы в соответствии с соотношениями (5).

Пересчет осей исходной системы координат (x, y, z) в систему координат (x_i, y_i, z_i) дополнительных секущих плоскостей проводится по соотношениям для косинусов углов нормалей

$$\cos(x \wedge x_i) = -\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0};$$

$$\cos(y \wedge x_i) = \frac{[(\sin \alpha)^2 - (\sin \alpha_0)^2]^{0.5}}{\cos \alpha_0}, \quad \cos(z \wedge x_i) = 0,$$

$$\cos(x \wedge y_i) = \frac{[(\sin \alpha)^2 - (\sin \alpha_0)^2]^{0.5}}{\operatorname{tg} \alpha_0^{-1}},$$

$$\cos(y \wedge y_i) = \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_0,$$

$$\cos(z \wedge y_i) = \cos \alpha_0,$$

$$\cos(x \wedge z_i) = \frac{[(\sin \alpha)^2 - (\sin \alpha_0)^2]^{0.5}}{\cos \alpha_0};$$

$$\cos(y \wedge z_i) = \cos \alpha,$$

$$\cos(z \wedge z_i) = -\sin \alpha_0.$$

На рис. 1 показано расположение секущих плоскостей $Q_1 - Q_3$, плоских кривых $R_1 - R_3$ пересечений этих плоскостей с поверхностью изодинамы R , и линий пересечений $L_1 - L_3$ одной из дополнительных секущих плоскостей Q_4 с этими кривыми. Секущие плоскости проведены перпендикулярно оси x .

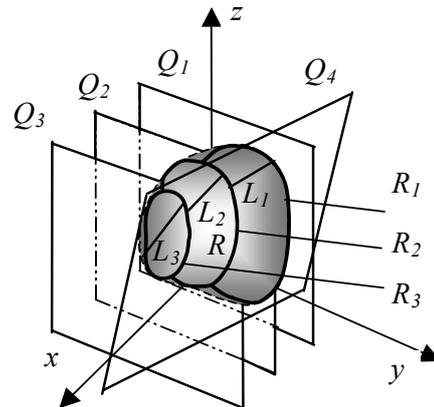


Рис. 1

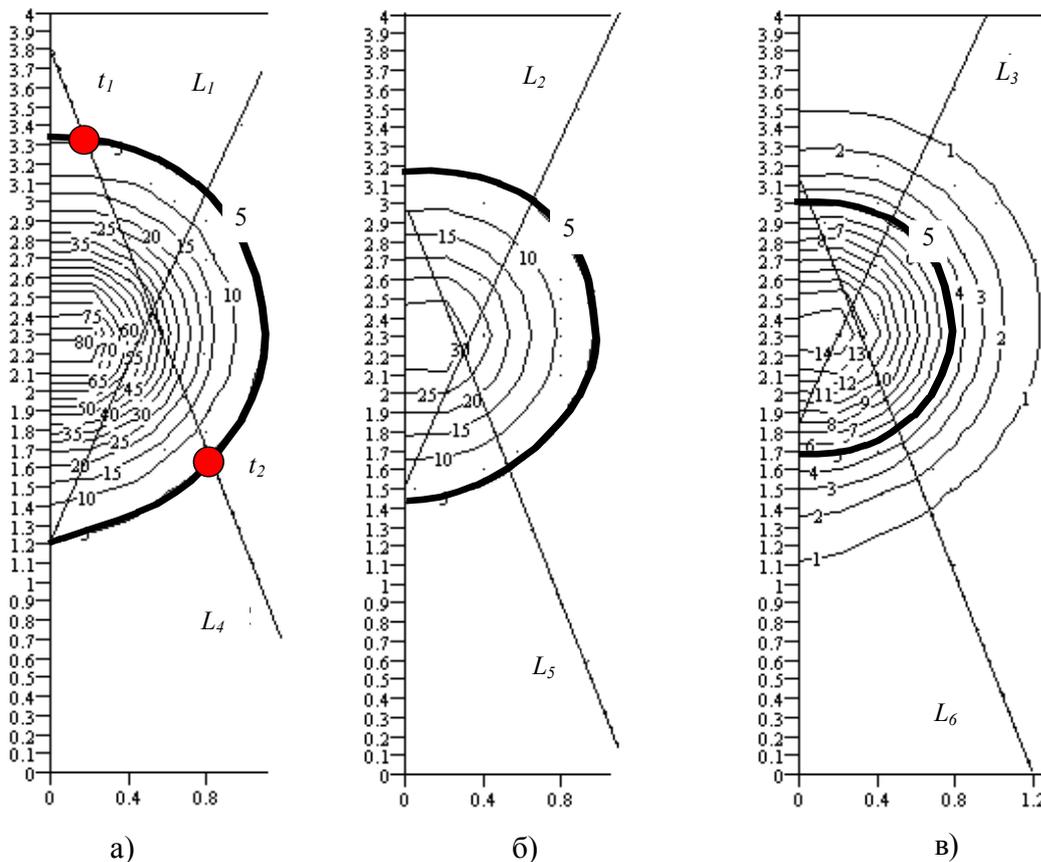


Рис. 2

На рис. 2 показан пример расположения кривых, полученных сечением поверхностей изодинам различного уровня секущей плоскостью. Для секущих плоскостей $Q_1 - Q_3$ вид наборов этих кривых приведен на рис. 2, а-в соответственно. Кривые, соответствующие выбранному уровню 5 мТл выделены утолщенными линиями. Пересечения этих кривых двумя дополнительными плоскостями, обозначенных линиями $L_1 - L_3$ и $L_4 - L_6$, позволяет определить контрольные точки. Для определенности две контрольные точки обозначены t_1 и t_2 .

В случае отсутствия общих точек расчетных линий с фиксированной изодинамой R в одной из секущих плоскостей $Q_1 - Q_3$ осуществляется подбор дополнительных секущих плоскостей Q_4 и Q_5 таким образом, чтобы получить достаточное количество контрольных точек пересечения. При этом могут меняться как отдельные параметры ($\cos\alpha_{xi}$, $\cos\alpha_{yi}$, $\cos\alpha_{zi}$ и p_i), так и их комбинации.

Проверка разработанного метода проведена путем численного моделирования распределения магнитного поля дипольного источника, изодинаму которого приближенно можно представить в виде поверхности сфероида [5]. Задача модельных экспериментов заключается в расчете поверхности изодинамы для квадрата модуля индукции поля контрольного источника, определении координат центра поверхности и сравнение этих координат с координатами вектора магнитного момента контрольного источника. Начало координат прямоугольной системы располагалось на некотором удалении от контрольного источника. Параметры контрольного источника: модуль вектора магнитного момента $M_1 = 10000 \text{ А}\cdot\text{м}^2$, направление вектора задано углами широты $\varphi = 30^\circ$ и долготы $\beta = 60^\circ$. Начало вектора магнитного момента располагалось в точке с координатами $(x_0, y_0, z_0) = (-10, -6, 10)$ м в принятой системе координат. Уровень квадрата модуля поверхности изодинамы принят равным 5 мТл².

Расчет распределения квадрата модуля индукции проведен по соотношениям [5]. Для определения координат центра поверхности изодинамы использовались известные соотношения [2]. Секущие плоскости $Q_1 - Q_3$ располагались перпендикулярно оси x на удалениях 0, 0,5 и 1 м соответственно.

При поиске точек пересечения дополнительной секущей плоскости с сечениями поверхности изодинамы в секущих плоскостях дополнительные секущие плоскости Q_4 и Q_5 общего положения располагались следующим образом: угол α_0 относительно оси z принимал фиксированное значение в интервале ($20^\circ - 50^\circ$), а угол α относительно оси y – в интервале ($40^\circ - 60^\circ$). Смещения p_1, p_2 дополнительных секущих плоскостей варьировались таким образом, чтобы число контрольных точек пересечения было не менее пяти.

Проведенные эксперименты показали удовлетворительную сходимость расчетных и исходных координат начала вектора магнитного момента контрольного источника. Погрешность моделирования не превышала 15 % от контрольных значений и в основном определялась неточностью определения координат пересечения изодинамы с линиями $L_1 - L_6$.

ВЫВОДЫ

1. Разработан инженерный метод определения параметров поверхности изодинамы индукции магнитного поля мультипольного источника по экспериментальным данным. Метод заключается в измерении величин индукции в точках трех параллельных плоскостей, построении карт заданного уровня квадрата модуля индукции и выборе кривых фиксированного уровня индукции на этих плоскостях, определении шести контрольных точек пересечения этих кривых двумя секущими плоскостями общего положения и определении коэффициентов поверхности второго порядка – изодинамы заданного уровня, в зависимости от координат контрольных точек. Новизна метода заключается в том, что экспериментальные данные получают для фиксированного значения индукции на трех параллельных плоскостях. Метод позволяет уменьшить объем экспериментальных данных при анализе распределений магнитного поля протяженных технических объектов.

2. Получены аналитические соотношения для коэффициентов плоских кривых второго порядка в зависимости от параметров поверхности второго порядка общего положения при одинаковой величине индукции.

3. С использованием разработанного метода проведено численное моделирование поля дипольного источника общего положения. Результаты моделирования подтвердили возможность определения параметров поверхности изодинамы – сфероида, с погрешностью, достаточной для инженерных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кильдишев А.В., Розов В.Ю., Гетьман А.В. Пространственный гармонический анализ внешнего магнитного поля протяженных объектов в вытянутой сфероидальной системе координат // Техническая электродинамика. – 1999. – № 1. – С. 7-11.
- [2] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. Наука, 1984. – 831 с.
- [3] Пелевин Д.Е., Рудас Ю.Д. Коррекция искаженного геомагнитного поля внутри помещений. // Электротехника і Електромеханіка – 2002. – №1. – С. 57-60.
- [4] Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 627 с.
- [5] Яновский Б.М. Земной магнетизм. Т.1. Морфология и теория магнитного поля Земли и его вариаций. – Л.: ЛГУ, 1964 – 446 с.

Поступила 23.07.2003