

КВАНТОВО-МЕХАНІЧНА МОДЕЛЬ ДАВАЧІВ КУТА ІНДУКЦІЙНОГО ТИПУ (ЧАСТИНА 3. АНАЛІЗ ВПЛИВУ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПОХИБОК)

Завгородній В.Д.

Національний університет "Львівська політехніка", СКБ електромеханічних систем
Україна, 79000, м. Львів, вул. Ак. Колесси, 2, СКБ ЕМС
тел./факс (0322)74-01-44, E-mail: skbnil68@mail.lviv.ua

Проаналізовано вплив технологічних похибок виготовлення складових індукційного давача кута і систематичних похибок його джерела живлення на точність відображення вхідної величини кута фазою е.р.с. вихідного сигналу. Запропоновано методи компенсації похибок, спричинених цими факторами.

Проанализировано влияние технологических отклонений составных частей индукционного датчика угла и систематических ошибок его источника питания на точность отображения фазой э.д.с. выходного сигнала входной величины угла. Предложены методы устранения этих ошибок.

ВСТУП

У попередніх викладах [1, 2] показано, що методична похибка кодування фазою вихідної е.р.с. ідеального індукційного давача кута положення його ротора відносно статора може бути суттєво зменшена при відповідному виборі параметрів дискретизації конструкції (чисел пар полюсів p , зубців статора z_s і зубців ротора z_r). Так, при $p=1$, $z_s = 32$, $z_r = 28$, ідеальних синусних обмотках збуджувальної та сигнальної систем і за умови ідеальної квадратурності джерела живлення вона не перевищує величину $2 \cdot 10^{-7} \approx 0,2$ кут. сек. Та, як свідчить практика розроблення давачів, неточності виготовлення складових елементів (технологічні відхилення їхніх форм від ідеальних), взаємного розташування статора й ротора (нааявність ексцентриситетів), відхилення функції розподілу провідників у пазах від синусоїдної, а також неквадратурність джерела живлення призводить до похибок, які на декілька порядків перевищують методичну. Для індивідуального давача ці похибки належать до систематичних, а відтак, якщо вони відомі, їх можна відповідним чином компенсувати.

При аналізі взаємний зв'язок між технологічними похибками та методичною, з огляду на її відносно малу величину, можна не брати до уваги і визначати перші, поклавши $z_s \rightarrow \infty$, $z_r \rightarrow \infty$. У цьому випадку квантово-механічні аспекти перетворення інформації не проявляються і нормована на одиницю амплітуда хвильової функції у відповідності з (15) [1], і (21) [2] описується виразом

$$\Psi(\alpha, \zeta) = e^{-jp(\alpha - \zeta)}, \quad (1)$$

де α - кутова координата по розточці сигнальної структури, за яку тут прийнято внутрішній статор, відносно якого за координатою ζ обертається ротор.

Запропонований підхід відрізняється від традиційного [3 ÷ 6] попереднім обмеженням спектру аналізованих гармонік із наступним їх перегрупуванням у хвильові пакети прямої та зворотної послідовностей. У цій статті позначення величин та скорочення прийняті ті ж, що й у [1, 2], а тому вони (за винятком тих, що вводяться уперше) для скорочення викладу не номінуються.

ПОПЕРЕДНІ МІРКУВАННЯ

Як відомо [3 ÷ 6], при незначній асиметрії виготовлення (чи складання) ЕМП питому магнітну провідність повітряного проміжку між його статорною та роторною структурами в загальному випадку можна записати як

$$\lambda(\alpha, \zeta) = \lambda_0 (1 + f(\alpha, \zeta)), \quad (2)$$

де λ_0 - величина цієї провідності для ідеальної конструкції, а $f(\alpha, \zeta)$ - деяка функція її модуляції за координатами α і ζ , при цьому $|f(\alpha, \zeta)|_{\max} \ll 1$. У такому разі за умови живлення системи збудження давача ідеальним квадратурним джерелом заданого струму (1) необхідно переписати як

$$\Psi(\alpha, \zeta) = (1 + f(\alpha, \zeta)) \cdot e^{-jp(\alpha - \zeta)}. \quad (3)$$

Щоб відразу отримати амплітуду вихідної е.р.с. сигнальної обмотки нормованою на одиницю, функцію розподілу провідників її i -тої фази запишемо як

$$w_i(\alpha) = \pi^{-1} \cos(p\alpha - \beta \cdot i), \quad (4)$$

де $\beta = 2\pi / m$; $i = \overline{0, m-1}$. Тоді, у відповідності з (20) [1], відносна величина е.р.с. i -тої фази сигнальної обмотки визначається як коловий згорток (3) по (4)

$$e_i = \oint w_i(\alpha) (1 + f(\alpha, \zeta)) \cdot e^{-jp(\alpha - \zeta)} d\alpha = e_{0i} + \Delta e_i, \quad (5)$$

де $e_{0i} = \frac{1}{\pi} \oint \cos(p\alpha - \beta i) e^{-jp(\alpha - \zeta)} d\alpha = e^{-jp(\zeta - \beta i)}$ - (6)

вихідна е.р.с. давача без технологічних відхилень;

$$\Delta e_i = \frac{1}{\pi} \oint f(\alpha, \zeta) \cos(p\alpha - \beta i) e^{-jp(\alpha - \zeta)} d\alpha \quad (7)$$

адитивна похибка, обумовлена наявністю технологічних похибок виготовлення.

У подальшому неодноразово необхідно буде обчислювати згортки виду

$$R = \frac{1}{\pi} \oint \cos(n\alpha - k\zeta) \cdot \cos(p\alpha - \beta i) e^{-jp(\alpha - \zeta)} d\alpha. \quad (8)$$

Тому з метою уникнення небажаних повторів та скорочення викладу встановимо властивості згортка R у діапазоні зміни параметрів $p > 0$ - ціле число, $-\infty < n, k < \infty$ - цілі числа. Аналіз (8) відомими методами показав, що $R \neq 0$ лише для трьох спектральних ліній: центральної ($n = 0$) та двох бічних ($n = \pm 2p$), для яких

$$R(n=0) = \cos k\zeta \cdot e^{j(p\zeta - \beta i)}; \quad (9)$$

$$R(n=2p) = 0,5 \cdot e^{j((p-k)\zeta + \beta i)}; \quad (10)$$

$$R(n=-2p) = 0,5 \cdot e^{j((p+k)\zeta + \beta i)}. \quad (11)$$

Вирази (9 ÷ 11) є наслідком прояву фільтрувальних властивостей синусних обмоток, які надалі полегшують аналіз, бо відразу зменшують кількість гармонік, що підлягають розгляду.

ВПЛИВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПОХИБОК НА ФУНКЦІЙНІ ЗАЛЕЖНОСТІ ПОВІТРЯНОГО ПРОМІЖКУ

Ексцентриситет першого роду між циліндричними поверхнями розточок статора та ротора (рис. 1). У полярній системі координат (ρ, α) , прив'язаної до центру симетрії статора, рівнянням зміщеного на величину ексцентриситету e_1^s кола розточки ротора радіуса r^r є $\rho^2 - 2e_1^s \rho \cos(\alpha - \varphi_1^s) + (e_1^s)^2 - r^{r2} = 0$, або

$$\rho = e_1^s \cos(\alpha - \varphi_1^s) + \sqrt{r^{r2} + (e_1^s \sin(\alpha - \varphi_1^s))^2}.$$

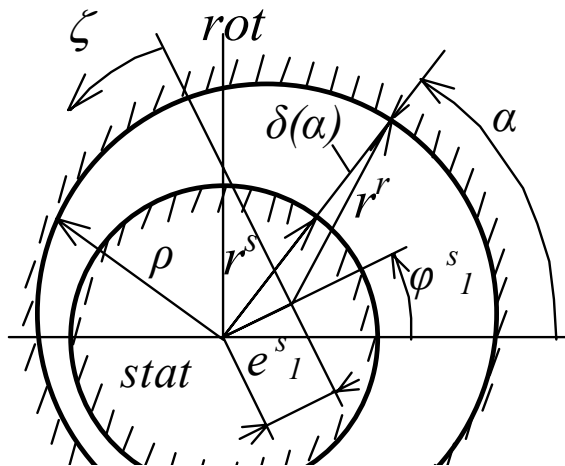


Рис. 1. До визначення впливу ексцентриситету першого роду

* У подальшому викладі індекси $s(r)$ уживаються у подвійному значенні: – верхні визначають належність відповідних параметрів до статора (ротора), а нижні є порядковими номерами гармонік відповідних структур.

Оскільки $e_1^s \ll r^r$, із достатньою для якісного аналізу точністю можна покласти $\rho = e_1^s \cos(\alpha - \varphi_1^s) + r^r$, тим більше, що друга гармоніка переважно спричиняється еліптичністю статора. У такому разі

$$\delta(\alpha) = \rho - r^s \approx \delta_0 (1 + \varepsilon_1^s \cos(\alpha - \varphi_1^s)), \quad (12)$$

де $\delta_0 = (r^r - r^s) > e_1^s$ – номінальний повітряний проміжок; $\varepsilon_1^s = e_1^s / \delta_0$ – відносна величина ексцентриситету першого роду.

Еліптичність (або овальність) розточки статора. Основні геометричні розміри структури для встановлення залежності $\delta(\alpha)$ у цьому випадку вказані на рис. 2. Наближеним рівнянням кривої, яка описує роз-

точку статора в його центральній системі циліндричних координат (ρ, α) є

$\rho = e_2^s \cos 2(\alpha - \varphi_2^s) + r^s$, де e_2^s – четверть різниці між осями еліпса; φ_2^s – кут положення великої осі еліпса.

Отже, як і в попередньому випадку, можна записати

$$\delta(\alpha) = \delta_0 (1 + \varepsilon_2^s \cos 2(\alpha - \varphi_2^s)). \quad (13)$$

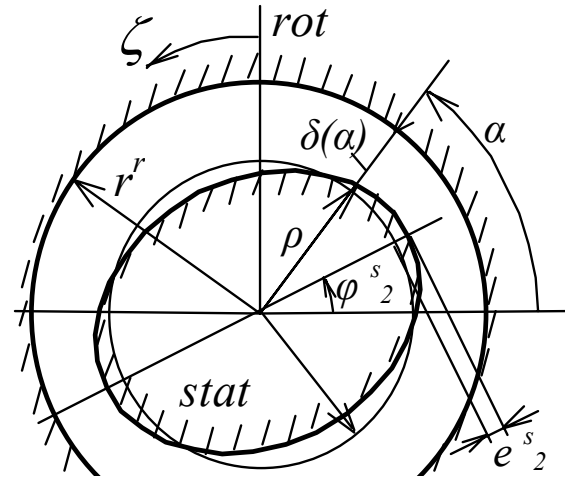


Рис. 2. До визначення впливу еліптичності статора

Подібним чином можна описати вплив огранення більш високих порядків розточки статора, а, оскільки ці чинники є незалежними, у загальному випадку їхньої дії запишемо

$$\delta(\alpha) = \delta_0 \left(1 + \sum_{s=1}^{v_s} \varepsilon_s \cos(s \cdot \alpha - \varphi_s) \right), \quad (14)$$

де $s = \overline{1, v_s}$ – номери гармонік, зумовлених дефектами статора; v_s – номер найвищої гармоніки, що береться до уваги при аналізі.

*Ексцентриситет другого роду** між розточками статора та ротора характеризується тим, що центр кола розточки ротора при зміні кутової координати ζ описує коло радіуса e_1^r (рис. 3).

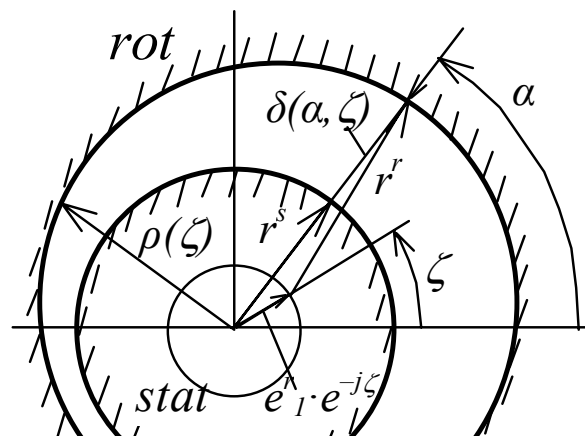


Рис. 3. До визначення впливу ексцентриситету другого роду

* Взаємний ексцентриситет між статором та ротором першого роду приписано статору, а другого роду – ротору, тому що перший не є функцією координати ζ , а другий є функцією $(\alpha - \zeta)$, як і вплив усіх інших дефектів ротора.

Функцію $\delta(\alpha, \zeta)$ у цьому випадку наближено опишемо аналогом (12) при заміні α на $(\alpha - \zeta)$, тобто

$$\delta(\alpha, \zeta) = \delta_0 \left(1 + \varepsilon_1^r \cos(\alpha - \zeta - \varphi_1^r) \right), \quad (15)$$

де $\varepsilon_1^r = e_1^r / \delta_0$ – відносна величина ексцентриситету другого роду.

Еліптичність (або овальність) розточка ротора e_2^r (рис. 4) спричиняє девіацію повітряного проміжку за аналогом (13), тобто

$$\delta(\alpha, \zeta) = \delta_0 \left(1 + \varepsilon_2^r \cos(2(\alpha - \zeta) - \varphi_2^r) \right). \quad (16)$$

де $\varepsilon_2^r = e_2^r / \delta_0$ – відносна еліптичність ротора.

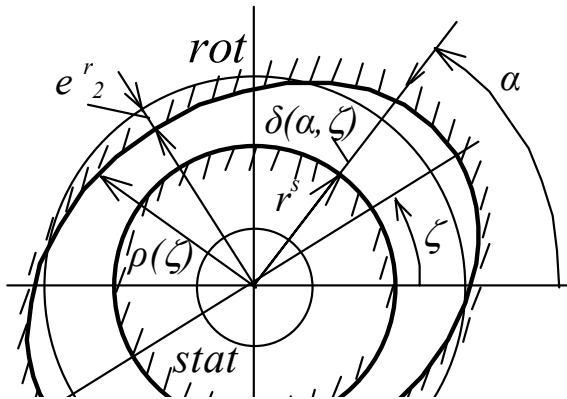


Рис. 4. До визначення впливу еліптичності ротора

У загальному випадку функційну залежність $\delta(\alpha, \zeta)$ від неточностей виготовлення ротора можна записати як

$$\delta(\alpha, \zeta) = \delta_0 \left(1 + \sum_{r=1}^{v_r} \varepsilon_r \cos(r(\alpha - \zeta) - \varphi_r) \right), \quad (17)$$

де $r = \overline{1, v_r}$ – номери гармонік, зумовлених дефектами ротора; v_r – номер найвищої гармоніки де-фектів ротора, що береться до уваги.

Фазові фактори φ_s і φ_r є індивідуальними параметрами конкретного давача. Як наслідок інтерференції гармонік у наступних виразах з'являтимуться фазові фактори $\varphi_s \pm \varphi_{s'}$; $\varphi_r \pm \varphi_{r'}$ і $\varphi_s \pm \varphi_r$. Вони не впливають на спектральний склад відповідних функцій, а лише на величину амплітуди деякої еквівалентної гармоніки, тому, не втрачаючи загальності підходу, на початку аналізу їх можна прийняти довільними, наприклад, покласти $\varphi_s = \varphi_r = \pi$. Тоді спільна дія дефектів статора та ротора на величину повітряного проміжку описується виразом

$$\delta(\alpha, \zeta) = \delta_0 \left(1 - f^s(\alpha) - f^r(\alpha, \zeta) \right), \quad (18)$$

де

$$f^s(\alpha) = \sum_{s=1}^{v_s} \varepsilon_s \cos s\alpha; \quad (19)$$

$$f^r(\alpha, \zeta) = \sum_{r=1}^{v_r} \varepsilon_r \cos(r(\alpha - \zeta)). \quad (20)$$

МОДУЛЯЦІЙНА ФУНКЦІЯ МАГНІТНОЇ ПРОВІДНОСТІ ТА ЇЇ СПЕКТРАЛЬНИЙ СКЛАД

Питома провідність немагнітного проміжку обернено пропорційна величині $\delta(\alpha, \zeta)$, відтак порів-

нявши (2) та (18) отримаємо

$$f(\alpha, \zeta) = \frac{f^s(\alpha) + f^r(\alpha, \zeta)}{1 + f^s(\alpha) + f^r(\alpha, \zeta)}. \quad (21)$$

Узявши до уваги, що $|f^s(\alpha) + f^r(\alpha, \zeta)|_{\max} \ll 1$, із точністю до величин другого порядку запишемо

$$f(\alpha, \zeta) \approx F + F^2, \quad (22)$$

де

$$F = \sum_{s=1}^{v_s} (c_s) + \sum_{r=1}^{v_r} (c_r). \quad (23)$$

Тут під (c_s) і (c_r) слід розуміти відповідні члени тригонометричних рядів за (19) та (20).

З метою скорочення викладу, скориставшись властивостями (9 ÷ 11) згортка R , відразу обмежимо спектр гармонічного складу $f(\alpha, \zeta)$, визначивши гармоніки, які розглядатимемо далі.

Щодо функції F , то вона чинна при $s > 0$ і $r > 0$, що унеможливує варіанти $n = 0$ і $n = -2p$, а тому згідно з (10)

$$F < \varepsilon_{2p}^s \cdot \cos(2p\alpha) + \varepsilon_{2p}^r \cdot \cos(2p(\alpha - \zeta)). \quad (24)$$

Для визначення спектрального складу функції F^2 (із метою його подальшого обмеження) запишемо її як суму трьох складових $F^2 = F_1 + F_2 + F_3$, де

$$F_1 = \sum_{s=1}^{v_s} (c_s)^2 + \sum_{r=1}^{v_r} (c_r)^2; \quad (25)$$

$$F_2 = 2 \left(\sum_{s=1}^{v_s-1} (c_s) \sum_{s'=s+1}^{v_s} (c_{s'}) + \sum_{r=1}^{v_r-1} (c_r) \sum_{r'=r+1}^{v_r} (c_{r'}) \right); \quad (26)$$

$$F_3 = 2 \left(\sum_{s=1}^{v_s} (c_s) \times \sum_{r=1}^{v_r} (c_r) \right). \quad (27)$$

Членами ряду (25) є сума квадратів відповідних гармонічних складових статора та ротора, які можна представити (наприклад, для ротора) у вигляді

$$(c_r)^2 = \varepsilon_r^2 \cos^2 r(\alpha - \zeta) = 0,5 \varepsilon_r^2 (1 + \cos 2r(\alpha - \zeta)).$$

Оскільки постійні складові на фазову похибку не впливають, їх можна відкинути й узяти до уваги лише гармоніки $2r = 2s = 2p$, тому

$$F_1 < 0,5 \left(\varepsilon_p^s \cdot \cos(2p\alpha) + \varepsilon_p^r \cdot \cos(2p(\alpha - \zeta)) \right). \quad (28)$$

Членами ряду (26) є взаємні добутки гармонік кожної зі структур сигнальної (s, s') та збудження (r, r'), номери яких не збігаються, що можна (наприклад, для статора) записати як

$$2(c_s)(c_{s'}) = \varepsilon_s \varepsilon_{s'} (\cos((s' - s)\alpha) + \cos((s' + s)\alpha)).$$

Оскільки $s' > s$, то можливі варіанти лише $n = s' - s = 2p$ і

$$F_2 < \sum_{s' \pm s = 2p} \varepsilon_s \varepsilon_{s'} \cos 2p\alpha + \sum_{r' \pm r = 2p} \varepsilon_r \varepsilon_{r'} \cos 2p(\alpha - \zeta). \quad (29)$$

Членами ряду (27) є взаємні добутки гармонік різних структур, які також можна записати у вигляді

$$2(c_s)(c_r) = \varepsilon_s \varepsilon_r (\cos((s - r)\alpha + r\zeta) + \cos((s + r)\alpha - r\zeta)).$$

Тут уже можливі три випадки

$$1) \quad s - r = 0, \quad \text{тоді} \quad F_{31} < \sum_{s=r=1}^{v_s=v_r} \varepsilon_s \varepsilon_r \cos r\zeta; \quad (30)$$

$$2) s \pm r = 2p, \text{ тоді } F_{32} \propto \sum_{s \pm r = 2p} \varepsilon_s \varepsilon_r \cos(2p\alpha + r\zeta); \quad (31)$$

$$3) s - r = -2p, \text{ тоді } F_{33} \propto \sum_{s-r=-2p} \varepsilon_s \varepsilon_r \cos(2p\alpha - r\zeta). \quad (32)$$

Таким чином спектр модуляційної функції за координатами α та ζ містить гармоніки $2p$ (за α), r (за ζ), а також їхні комбінації типу $2p\alpha \pm r\zeta$.

СПЕКТРАЛЬНИЙ СКЛАД АДИТИВНОЇ ПОХИБКИ

У наслідок дія згортка R (8) над ідентифікованим спектром гармонік, що беруться до уваги, отримаємо:

– функції F і F_l (при $k=0$ – для членів з індексом s і $k=2p$ – для членів з індексом r) спричинять за (10) появу е.р.с. похибки

$$\Delta e_1 = \frac{1}{2} \left(e^{jp\zeta} \left(\varepsilon_{2p}^s + \left(\varepsilon_p^s \right)^2 \right) + e^{-jp\zeta} \left(\varepsilon_{2p}^r + \left(\varepsilon_p^r \right)^2 \right) \right) e^{j\beta i}; \quad (33)$$

– функція F_2 при тих же умовах за (10) спричинить появу е.р.с.

$$\Delta e_2 = \frac{1}{2} \left(e^{jp\zeta} \sum_{s' \pm s = 2p} \varepsilon_s \varepsilon_{s'} + e^{-jp\zeta} \sum_{r' \pm r = 2p} \varepsilon_r \varepsilon_{r'} \right) e^{j\beta i}; \quad (34)$$

– функція F_{3l} при $s = r$ і $k = r$ за (9) спричинить появу членів

$$\Delta e_3 = e^{j(p\zeta - \beta i)} \sum_{s=r=1}^{v_s=v_r} \varepsilon_s \varepsilon_r \cos r\zeta; \quad (35)$$

– функція F_{32} при $s \pm r = 2p$ і $k = \mp r$ за (10) спричинить появу е.р.с.

$$\Delta e_4 = \frac{1}{2} e^{j(p\zeta + \beta i)} \left(\sum_{s-r=2p} \varepsilon_s \varepsilon_r e^{jr\zeta} + \sum_{s+r=2p} \varepsilon_s \varepsilon_r e^{-jr\zeta} \right); \quad (36)$$

– функція F_{33} при $s - r = -2p$ і $k = -r$ за (11) спричинить появу похибки

$$\Delta e_5 = \frac{1}{2} e^{j(p\zeta + \beta i)} \sum_{s-r=-2p} \varepsilon_s \varepsilon_r e^{-jr\zeta}. \quad (37)$$

Побіжний аналіз спектрального складу е.р.с. похибки (33 ÷ 37) свідчить, що його складові можна класифікувати за трьома групами. Першу складають гармоніки хвильового пакета прямої послідовності (ХП ПП) за часовою координатою (із фазовими факторами $-\beta i$) та за координатою ζ (із фазовими факторами $p\zeta$). До неї належать лише члени ряду (35), який перепишемо як

$$\Delta e^{\wedge,+} = \hat{f}(\zeta) e^{j(p\zeta - \beta i)}, \quad (38)$$

де $\hat{f}(\zeta) = \sum_{s=r=v=1}^{v_s=v_r} \varepsilon_s \varepsilon_r \cos v\zeta$ – функція, що зумовлює

амплітудну модуляцію вихідної е.р.с. не змінюючи її фазового фактора.

Друга група гармонік формує хвильовий пакет зворотної послідовності (ХП ЗП) за часом та прямої за координатою ζ

$$\Delta e^{\wedge,+} = \check{f}_1(\zeta) e^{j(p\zeta + \beta i)}, \quad (39)$$

$$\text{де } \check{f}_1(\zeta) = 0,5 \left(\varepsilon_{2p}^s + \left(\varepsilon_p^s \right)^2 + \sum_{s' \pm s = 2p} \varepsilon_s \varepsilon_{s'} + \sum_{s-r=2p} \varepsilon_s \varepsilon_r e^{jr\zeta} + \sum_{s+r=2p} \varepsilon_s \varepsilon_r e^{-jr\zeta} + \sum_{s-r=-2p} \varepsilon_s \varepsilon_r e^{-jr\zeta} \right).$$

Третя група гармонік формує ХП ЗП як за часом так і за просторовою координатою

$$\Delta e^{\wedge,-} = \check{f}_2(\zeta) e^{j(-p\zeta + \beta i)}, \quad (40)$$

$$\text{де } \check{f}_2(\zeta) = 0,5 \left(\varepsilon_{2p}^r + \left(\varepsilon_p^r \right)^2 + \sum_{r' \pm r = 2p} \varepsilon_r \varepsilon_{r'} \right) = const.$$

Отже, у підсумку запишемо

$$\Delta e = \hat{f} e^{j(p\zeta - \beta i)} + \check{f}_1 e^{j(p\zeta + \beta i)} + \check{f}_2 e^{j(-p\zeta + \beta i)}. \quad (41)$$

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

Вплив технологічних похибок на сигнали каналу грубого відліку, який зі зрозумілих причин завжди виконують із $p=1$. Оскільки до сигналів цього каналу вимоги щодо точності набагато нижчі ніж до сигналів каналу точного відліку, а також узявши до уваги, що експериментальному визначенню надаються технологічні дефекти не вище третього порядку, можна обмежитись першими трьома гармоніками.

Покажемо, що (41) можна записати у вигляді суми двох хвильових пакетів прямого та зворотного. Для цього встановимо можливі комбінації чисел s і r , які при $p=1$ забезпечують чинність (34 ÷ 37):

а) оскільки $s' > s > 0$ ($r' > r > 0$), то при довільних s і r $s' + s \neq 2$ ($r' + r \neq 2$), а $s - s' = 2$ ($r - r' = 2$) лише за умови $s' = r' = 3$ і $s = r = 1$, тому (34) зводиться до

$$2e_2(p=1) = \varepsilon_1^s \varepsilon_3^s e^{j(\beta i + \zeta)} + \varepsilon_1^r \varepsilon_3^r e^{j(\beta i - \zeta)}; \quad (34')$$

б) вираз (35) чинний лише при $s = r = v$, тому

$$e_3(p=1) = e^{j(\zeta - \beta i)} \sum_{v=1}^3 \varepsilon_s \varepsilon_r \cos r\zeta; \quad (35')$$

в) $s - r = 2$ лише за умови $s=3$ і $r=1$, а $s + r = 2$ за умови $s=r=1$, тому (36) зводиться до

$$2e_4(p=1) = \varepsilon_3^s \varepsilon_1^r e^{j(\beta i + 2\zeta)} + \varepsilon_1^s \varepsilon_3^r e^{j\beta i}; \quad (36')$$

г) $s - r = -2$ лише за умови $s=1$ і $r=3$, а тому

$$2e_5(p=1) = \varepsilon_1^s \varepsilon_3^r e^{j(\beta i - 2\zeta)}. \quad (37')$$

Покажемо, що всі члени зворотної послідовності в (34' ÷ 37') можна записати як $e_v \cdot \exp(j\beta)$, для цього випишемо амплітуди при фазових факторах ($\beta i \pm v\zeta$), які зведено в таблицю.

Порядок гармоніки	Амплітуда при фазовому факторі	
	ε_v^+ при $(\beta i + v\zeta)$	ε_v^- при $(\beta i - v\zeta)$
$v=0$	$0,25\varepsilon_1^s \varepsilon_1^r$ (за 36')	$0,25\varepsilon_1^s \varepsilon_1^r$ (за 36')
$v=1$	$0,5 \left(\varepsilon_2^s + \varepsilon_1^s \left(\varepsilon_1^s + \varepsilon_3^s \right) \right)$ за (33, 34')	$0,5 \left(\varepsilon_2^r + \varepsilon_1^r \left(\varepsilon_1^r + \varepsilon_3^r \right) \right)$ за (33, 34')
$v=2$	$0,5\varepsilon_3^s \varepsilon_1^r$ (за 36')	$0,5\varepsilon_3^r \varepsilon_1^s$ (за 37')

Кожну з гармонік v можна представити як

ВПЛИВ НЕКВАДРАТУРНОСТІ ДЖЕРЕЛА ЖИВЛЕННЯ

Нехай струм однієї із синусних обмоток системи збудження (наприклад, косинусної) не квадратурний щодо струму іншої обмотки на величини Δ_a за амплітудою та Δ_φ за фазою, тобто у відносних одиницях $I = (I + \Delta_a) \cos(\omega t + \Delta_\varphi)$. При цьому розбаланс струму буде $\Delta I = (I + \Delta_a) \cos(\omega t + \Delta_\varphi) - \cos \omega t$. Переважно порядок величин Δ_a та Δ_φ не перевищує 10^{-2} , тому, нехтуючи величинами четвертого порядку малості, можна записати

$$\Delta I = \Delta_a \cos \omega t - \Delta_\varphi \sin \omega t. \quad (46)$$

Взаємний зв'язок між технологічними, методичними та похибками, обумовленими неквадратурністю джерела живлення, можна не брати до уваги, прийнявши $f(\alpha, \zeta) \rightarrow 0$, $z_s = z_r \rightarrow \infty$, тоді струм ΔI , який протікає лише однією обмоткою збудження, у повітряному проміжку давача створить хвильову функцію

$$\Delta \Psi = (\Delta_a \cos \omega t - \Delta_\varphi \sin \omega t) \cdot \cos(p\alpha - \zeta). \quad (47)$$

Запишемо (47) у полі комплексних чисел як

$$\Delta \Psi = \Delta_a e^{j\omega t} \left(e^{-j(p(\alpha - \zeta) + \gamma)} + e^{j(p(\alpha - \zeta) + \gamma)} \right), \quad (48)$$

де $\Delta_a = \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_\varphi^2}$ – середньоквадратичний показник неквадратурності джерела; $\gamma = \arctg(\Delta_\varphi / \Delta_a)$.

Фазовим фактором γ (як величиною постійною для даного джерела) можна знехтувати у подальшому аналізі без втрати його загальності. Перший член у дужках (48) змінюється за тим же законом, що і хвильова функція ідеального давача при ідеальній квадратурності, а тому він не може спричинити фазову похибку.

Другий член у дужках (48) описує хвильову функцію, яка розповсюджується у зворотному напрямку до основної, а тому зумовлює за (7) виникнення в сигнальних обмотках е.р.с. похибки

$$\Delta e_i = \frac{\Delta}{\pi} \oint \cos(p\alpha - \beta i) e^{jp(\alpha - \zeta)} d\alpha = \Delta e^{-j(p\zeta - \beta i)}, \quad (49)$$

унаслідок чого вихідна е.р.с. сигнальної обмотки становитиме

$$e_i = (1 + \Delta_a) e^{j(p\zeta - \beta i)} + \Delta_a e^{-j(p\zeta - \beta i)}, \quad (50)$$

або у полі дійсних чисел

$$e_i = (1 + \Delta_a) \cos(\tau + p\zeta - \beta i) + \Delta_a \cos(\tau - p\zeta + \beta i), \quad (50')$$

де $\tau = \omega t$.

МЕТОДИ КОМПЕНСАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПОХИБОК

Як показано, технологічні похибки виготовлення зумовлюють виникнення ХП ЗП і не впливають на фазову швидкість ХП ПП, спричиняючи деяку девіацію його амплітуди, тому уникнення їхнього впливу повинно базуватися на вирізненні ХП ПП. Це легко здійснити, якщо сигнальна обмотка давача є збалансованою m -фазною симетричною структурою відносно величина фазної е.р.с. якої (5) з урахуванням (44) і (50) у полі дійсних чисел записується як

$$e_i = \left(1 + f(\hat{\zeta}) \right) \cos(\tau + p\zeta - \beta i) + f(\check{\zeta}) \cos(\tau + \beta i). \quad (51)$$

$$\varepsilon_v^+ e^{j(\beta i + v\zeta)} + \varepsilon_v^- e^{j(\beta i - v\zeta)} = \varepsilon_v^\vee e^{j(\beta i + \varphi_v)},$$

де $\varepsilon_v^\vee = \sqrt{2 \left((\varepsilon_v^+)^2 + (\varepsilon_v^-)^2 + \varepsilon_v^+ \varepsilon_v^- \cos 2\zeta \right)}$ – еквівалентна амплітуда v -тої гармоніки;

$$\varphi_v = \arctg \left(\left(\frac{\varepsilon_v^+ - \varepsilon_v^-}{\varepsilon_v^+ + \varepsilon_v^-} \right) \operatorname{tg} v\zeta \right) – \text{її фазовий фактор.}$$

Оскільки ε_v^+ і ε_v^- є цілковито симетричними відносно індексів s і r , то при виготовленні статора і ротора на одному і тому ж технологічному обладнанні без великої похибки можна покласти $\varepsilon_v^+ = \varepsilon_v^- = \varepsilon_v$

тоді $\varepsilon_v^\vee = 2\varepsilon_v \cos v\zeta$, а $\varphi_v = 0$, отже всі е.р.с. зворотної послідовності можемо записати як

$$\Delta e^\vee = \left(\sum_{v=0}^{\infty} \varepsilon_v^\vee \cos v\zeta \right) e^{j\beta i} = f(\check{\zeta}) e^{j\beta i}. \quad (42)$$

Сумарну е.р.с. похибки запишемо як

$$\Delta e = \hat{f}(\zeta) e^{j(\zeta - \beta i)} + f(\check{\zeta}) e^{j\beta i}, \quad (43)$$

або у полі дійсних чисел

$$\Delta e = \hat{f}(\zeta) \cos(\omega t + \zeta - \beta i) + f(\check{\zeta}) \cos(\omega t + \beta i), \quad (44)$$

де $\hat{f}(\zeta) = \sum_{v=1}^{\infty} \varepsilon_v^2 \cos v\zeta$; $f(\check{\zeta}) = \sum_{v=0}^{\infty} \varepsilon_v^\vee \cos v\zeta$.

Вплив технологічних похибок на сигнали каналу точного відліку, який завжди виконують із якомога більшим числом p при заданому числі z_s (здебільше $p \geq 12$, наприклад, у давача типу ВТ100 $p = 16$).

Як показує практика, у сигналах точного відліку проявляються гармоніки не вищі четвертого порядку. Тому брати до уваги величини порядків $1/p^2$ було б некоректно, тим більше, що гармоніки огранення вище десятого порядку не надаються ідентифікації за експериментальними вимірами, отже (41) зводиться до

$$\Delta e_{\delta a} = \hat{\Delta} e = \hat{f}(\zeta) e^{j(p\zeta - \beta i)}. \quad (45)$$

При застосуванні математичних методів визначення фазового фактора вихідного сигналу, нечутливими до його амплітуди, вважати Δe_{ms} за систематичну похибку було б помилкою, адже її фазовий фактор збігається з фазовим фактором сигналу ідеального давача (6). Цим підтверджено відомий факт, що збільшення числа p усуває вплив технологічних факторів на фазу вихідного сигналу давача. Поряд із тим не слід забувати, що збільшення p спричиняє зростання методичної похибки в p^3 разів. Наприклад, для ВТ100 це в $16^3 \approx 4000$ разів, хоча насправді ця величина приблизно на порядок менша внаслідок різних технічних маневрувань (наприклад, взаємного скосу зубців статора й ротора).

Якщо ж метод ідентифікації фази сигналу чутливий до його амплітуди, то функція $f(\zeta)$ зумовить деяку систематичну похибку.

У (51) функції модуляції $f(\zeta)$ враховують і похибку джерела живлення $\Delta\delta$.

Записані (в аналоговому чи дискретному форматі) величини (51) піддамо дії операторів зміщення

$$D_i = \exp\left(\beta i \frac{d}{d\tau}\right) \quad (7), \text{ а результат усереднимо, тоді}$$

$$E = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} D_i \times e_i = \left(1 + f(\hat{\zeta})\right) \cos(\tau + p\zeta), \quad (52)$$

тобто члени, обумовлені ХП ЗП, взаємно анулюються.

На практиці система сигнальних обмоток не може бути ідеально симетричною. Кутове розбалансування фаз $\Delta\alpha_i$ становить величину порядку $3 \cdot 10^{-3}$, тобто близько 10 кут. мін. У такому разі ХП ЗП зумовлює похибку ΔE (наприклад, при $m=3$) порядку

$$\Delta E = \frac{1}{3} (\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2) f(\hat{\zeta}) \cos(\tau + p\zeta), \quad (53)$$

тобто вона зменшиться, щонайменше на три порядки.

Якщо ж при юстуванні давача визначити величини $\Delta\alpha_i$, то при дії операторів $D_i = \exp\left(\beta i + \Delta\alpha_i\right) \frac{d}{d\tau}$ за

(53) похибка від ХП ЗП буде анульованою.

Підавши (52) чисельному гармонічному аналізу за τ , визначимо відомими методами амплітуди синусної і косинусної складових $E_{1\sin}$ та $E_{1\cos}$ першої гармоніки, внаслідок чого отримаємо фазу ХП ПП, яка відповідає кутовому положенню ротора ζ

$$p\zeta = \arctg \frac{E_{1\sin}}{E_{1\cos}}. \quad (54)$$

Ця процедура не чутлива до амплітуди ХП, тому що його фаза збігається з фазою першої гармоніки. Ще краще піддати (52) дії колового згортка по деякій функції $U \cdot \cos(\tau - \xi)$, що визначить функцію

$$E_1 = \frac{1}{2\pi} \oint E(\tau, \zeta) \cos(\tau - \xi) d\tau = \left(1 + f(\hat{\zeta})\right) \cos(\xi + p\zeta),$$

до якої потім застосовується процедура (54).

Альтернативою до описаних методів є застосування операцій колового згортання e_i (51) за функціями $\cos(\tau - \xi - \beta i)$, тобто

$$E_i(\xi) = \frac{1}{2\pi} \oint e_i \cos(\tau - \xi - \beta i) d\tau = \left(1 + f(\hat{\zeta})\right) \cos(\xi + p\zeta - \beta i) + f(\check{\zeta}) \cos(\xi + 2\beta i). \quad (55)$$

Усереднивши (55) за всіма фазами, отримаємо (52).

Звісно, кожен із цих методів потребує різного часу на процесорну обробку вихідних сигналів. Але, якщо виходити з вимоги інтервалу оновлення інформації на рівні $\Delta t = 1$ мс, то, навіть при 32 вимірах за період у трьох фазах, вони при можливостях сучасної мікропроцесорної техніки реалізуються при частотах живлення давача на рівні $2 \div 3$ кГц. Операції згортки (55) є свого роду специфічними фазовими фільтрами, які водночас усувають похибки аналого-цифрового перетворення вихідних сигналів, є нечутливими до амплітуди оброблюваних сигналів і усувають випадкові величини типу "білий шум".

ВИСНОВКИ

Технологічні похибки виготовлення певного рівня (який відповідає своєму часу) завжди були, є й будуть, і завдання розробника кут-вимірювальних систем полягає не в підвищенні вимог до точності виготовлення первинного давача, його джерела живлення або в дослідженні впливу конкретного фактора на похибку (як показано, впливають певні комбінації факторів), – а у тому, щоб при наявних похибках виготовлення вирізнити інформацію про кутове положення ротора, яка найбільш точно закодована у фазі пакета прямої послідовності.

Забезпечити точність вимірювання кута на рівні часток кут. сек. можливо лише за рахунок застосування відповідних математичних методів обробки вихідних сигналів давача. Ці методи дуже спрощуються при наявності m -фазної симетричної сигнальної обмотки (до якої неповна 4-х фазна, тобто 2-х фазна, які зараз застосовуються, не належать).

Запропоновані методи обробки вихідних сигналів нівелюють метрологічні переваги 2-х каналних кут-вимірювальних систем і дають можливість їхнього здешевлення.

Застосований тут підхід мало чим відрізняється від тих, що використовували попередники [3÷6], але їм не вистачило настирливості, а може інтуїтивного передбачення необхідності перегрупування отриманого спектра гармонік у відповідні хвильові пакети, на що наштотхнула квантово-механічна інтерпретація процесів перетворення інформації.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Завгородній В.Д. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу. (Частина 1) //Електротехніка і електромеханіка. – 2002, № 2. – С. 80 –85.
- [2] Завгородній В.Д. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу. (Частина 2) //Електротехніка і електромеханіка. – 2003, № 2. – С.
- [3] Ахмеджанов А.А. Системы передачи угла повышенной точности. –М.: Энергия, 1966. – 272 с.
- [4] Хрушов В.В. Электрические микромашины ... для устройств автоматики. –Л.: Энергия, 1969. – 288 с.
- [5] Зверев А.Е., Максимов В.П., Мясников В.А. Преобразователи угловых перемещений. –Л.: Энергия, 1969. –288 с.
- [6] Высокоточные преобразователи угловых перемещений. Под общ. ред. А.А. Ахмеджанова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 128 с.
- [7] Fermi E. Notes on Quantum Mechanics. Рус. пер. Квантовая механика. – М.: Мир, 1965. – 367 с.

Надійшла 20.04.2003