

НЕЯВНИЙ МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В СУМІЩЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИНАХ

Борзюк В.Л.

Українська інженерно-педагогічна академія

Україна, 94000, Стаханов, вул. Тельмана 53, Гірничий факультет УПА, кафедра "Гірничної електромеханіки"
тел.(06444) 4-29-62, факс (06444) 4-10-49

Розглянута можливість підвищення ефективності алгоритму розрахунку перехідних процесів в суміщених електричних машинах за рахунок використання кубічних сплайнів.

Рассмотрена возможность повышения эффективности алгоритма расчета переходных процессов в совмещенных электрических машинах за счет использования кубических сплайнов.

Розвиток електромашинобудування в Україні та за її межами на сьогодні пов'язаний з пошуком нових електричних машин, зокрема перспективних суміщених машин (СМ) [1, 2]. Подальше вдосконалення цих машин вимагає виконання комплексу досліджень і, в першу чергу, методами математичного моделювання. Це пов'язане з тим, що експериментальні випробування для кожного запропонованого рішення в цьому напрямку вимагають великих затрат часу і коштів. Аналіз процесів у СМ значно складніший в порівнянні з класичними конструкціями, а теорія цих машин та математичний апарат для їх дослідження менше розвинені. Проблема математичного моделювання СМ зумовлена одночасно дією в одному магнітопроводі двох і більше магнітних полів з різною кількістю пар полюсів. При цьому магнітопроводи СМ мають великий рівень насичення, що викликає нелінійність електромагнітних зв'язків, тому математичні моделі побудовані на основі лінійності останніх не забезпечують можливості розрахунків динамічних режимів з необхідною для сучасної інженерної практики точністю при проектуванні цих машин та їх експлуатації. Особливо далека від свого завершення проблема математичного моделювання перехідних процесів в СМ, які мають напівпровідникові елементи в контурах. Відомі алгоритми орієнтовані здебільшого на явні методи інтегрування диференціальних рівнянь (ДР), що є невиправданим з причини їх жорсткості. В той же час в останні десятиліття теорія наближення функцій збагатилась перспективним розділом – сплайн-апроксимаціями, які мають незаперечні переваги [3, 4] перед іншими способами апроксимацій і служать теоретичною базою для вирішення багатьох різноманітних задач науки і техніки [5]. Електромагнітний стан СМ у загальному випадку можна описати векторним рівнянням

$$\frac{d\vec{\Psi}}{dt} = \vec{u} - r\vec{i}, \quad (1)$$

де $\vec{\Psi}, \vec{u}, \vec{i}$ - вектори потокозчеплень, напруг та струмів контурів; r - матриця активних опорів контурів СМ до яких входять і активні опори, якими апроксимовані наявні в них напівпровідникові елементи.

Рівняння руху ротора мають вигляд:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_e - M_f}{J}; \quad (2)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega,$$

де M_e, M_f - електромагнітний момент СМ та момент навантаження; J - приведений момент інерції; γ, ω - кут повороту та швидкість обертання ротора.

Надалі з метою скорочення запису систему рівнянь ДР (1), (2) запишемо у вигляді одного векторного рівняння

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, t), \quad (3)$$

де $\vec{y} = (\vec{\Psi}, \omega, \gamma)^0$, $\vec{x} = (\vec{i}, \omega, \gamma)^0$ - m -мірні вектор-стовпці, у яких компоненти γ і ω є спільними.

Таким чином електромагнітні та електромеханічні перехідні процеси в СМ описуються нелінійними системами ДР, а їх коефіцієнти визначаються магнітним станом конкретної СМ. Тому сумісно з ДР перехідного процесу необхідно розв'язувати рівняння магнітного кола СМ і за координатами магнітного стану визначати потокозчеплення контурів та динамічні параметри. Рівняння магнітного стану СМ можуть бути записані на основі законів Кірхгофа для магнітних кіл. Незалежно від рівня деталізації схеми заміщення магнітопроводу СМ суттю математичної моделі перехідного процесу є чисельне інтегрування системи ДР, яка внаслідок насичення магнітопроводу та наявності напівпровідникових елементів у контурах є нелінійною. У загальному випадку для чисельного інтегрування ДР перехідних процесів СМ можуть бути застосовані як явні, так і неявні методи [6]. Однак матриця Якобі вектор-функції стану системи ДР перехідного процесу в СМ характеризується поганою зумовленістю і, як наслідок, великим розкидом власних чисел (постійних часу) [7], тобто система ДР є жорсткою [8], а її інтегрування пов'язане з відомими труднощами [9]. Тому останнім часом широкого поширення набули неявні методи інтегрування, серед яких найбільш ефективним є метод ФДН (формула диференціювання назад) [10], який базується на апроксимації інтегральної кривої поліномом p -го степеня. Проте одним з недоліків методу ФДН є необхідність так званого "розгону", а у випадку наявності напівпровідникових елементів у контурах СМ ця проблема виникає при комутації кожного зазначеного елемента. Кожен раз доводиться стартувати з методу ФДН пер-

шого порядку (методу Ейлера). Крім того, практика інтегрування ДР методом ФДН з автоматичним вибором кроку та порядку полінома показує, що останній, як правило, не перевищує трьох. Зазначених недоліків можна уникнути використовуючи при побудові апроксимаційного багаточлена не звичайні поліноми, а кубічні сплайни. З метою отримання алгебраїчної форми системи (3) ДР апроксимуємо похідну вектора \vec{y} на сітці вузлів кубічним сплайном дефекту 1, який для кожної j -ої часової ділянки має вигляд

$$\vec{y}(t) = \vec{a}_j + \vec{b}_j(t_j - t) + \vec{c}_j(t_j - t)^2 + \vec{d}_j(t_j - t)^3, \quad (4)$$

де $\vec{a}_j, \vec{b}_j, \vec{c}_j, \vec{d}_j$ - m -мірні вектори коефіцієнтів сплайна.

Виходячи з умов неперервності сплайна у вузлах, а також його першої та другої похідних отримуємо

$$\sigma_2 \vec{a}_{j-2} + \sigma_1 \vec{a}_{j-1} + \sigma_0 \vec{a}_j - \beta_2 \vec{b}_{j-2} - \beta_1 \vec{b}_{j-1} - \beta_0 \vec{b}_j = 0, \quad (5)$$

$$\text{де } \sigma_2 = \frac{3}{h_{j-1}^2}; \quad \sigma_1 = \frac{3}{h_j^2} - \frac{3}{h_{j-1}^2}; \quad \sigma_0 = -\frac{3}{h_j^2}; \quad (6)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{h_{j-1}}; \quad \beta_1 = \frac{2}{h_j} + \frac{2}{h_{j-1}}; \quad \beta_0 = \frac{1}{h_j}.$$

Як видно з (4)

$$\vec{a}_j = \vec{y}(t_j) = \vec{y}_j; \quad \vec{b}_j = -\left. \frac{d\vec{y}(t)}{dt} \right|_{t=t_j}. \quad (7)$$

З урахуванням (5), (7) алгебраїчний аналог системи (3) ДР має вигляд

$$\sigma_2 \vec{y}_{j-2} + \sigma_1 \vec{y}_{j-1} + \sigma_0 \vec{y}_j + \beta_2 \vec{z}_{j-2} + \beta_1 \vec{z}_{j-1} + \beta_0 \vec{z}_j = 0, \quad (8)$$

де $\vec{z}_j = \vec{z}_j(\vec{y}_j, \vec{x}_j, t_j)$ - значення правих частин системи (3) ДР у j -му вузлі. Її розв'язком є значення вектора \vec{x}_j .

Система (8) рівнянь нелінійна внаслідок нелінійної залежності потокозчеплень від струмів та наявності рівняння руху ротора, тому для його розв'язання застосуємо ітераційний метод Ньютона [11]. При цьому лінійна система рівнянь для обчислення поправок $\Delta \vec{x}_j$ на $(l+1)$ -ій ітерації має вигляд

$$\left(\sigma_0 \left. \frac{d\vec{y}}{dx} \right|_j + \beta_0 \left. \frac{\partial \vec{z}}{\partial \vec{x}} \right|_j \right) \Delta \vec{x}_j^{(l)} = \vec{Q}_j^{(l)}, \quad (9)$$

де $\vec{Q}_j^{(l)}$ - значення нев'язок рівняння (8).

До матриць $\frac{d\vec{y}}{dx}$ та $\frac{\partial \vec{z}}{\partial \vec{x}}$ входять значення потокозчеплень та диференціальних індуктивностей контурів у j -му вузлі. Для їх визначення на кожній ітерації необхідно розв'язувати нелінійну систему рівнянь магнітного стану СМ за окремим алгоритмом.

Для розрахунку перехідного процесу у відповідності з рівнянням (8) необхідно мати значення координат режиму у двох попередніх точках, що можна здійснити використовуючи так званий "природний" кубічний сплайн на двоточковому шаблоні [12]. Для цього необхідно прийняти вектор \vec{c}_j коефіцієнтів сплайна рівним нулю. У результаті отримаємо рівняння

$$3\vec{y}_j - 2h_j \vec{z}_j = 3\vec{y}_{j-1} + h_j \vec{z}_{j-1}. \quad (10)$$

Нерідко СМ мають в обмотках напівпровіднико-

ві елементи, тому виникає потреба визначення моментів їх комутації. Як було сказано вище, ці елементи можна замінити активними опорами, величини яких під час комутації змінюються стрибком. Якщо на j -му кроці інтегрування системи (3) встановлено, що струм такого елемента k -го контура змінює знак, то результат розрахунку на цьому кроці відкидається і необхідно визначити момент переходу миттєвого значення струму напівпровідникового елемента через нуль. Для цього у рівнянні (8) підставляють значення струму i_k k -го контуру рівним нулю і визначають значення кроку h_j . Змінюючи значення опору елемента k -го контуру, продовжуємо інтегрування, починаючи розгін з формули (10), а потім переходимо до формули (8).

ВИСНОВОК

Для розрахунку перехідних процесів в СМ, які описуються жорсткими системами ДР, використання кубічних сплайнів замість звичайних поліномів значно підвищує ефективність алгоритму розрахунку за відомим методом ФДН, особливо при наявності напівпровідникових елементів у контурах.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лушчик В.Д. Створення і дослідження суміщених електричних машин змінного струму: Автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.09.01 / Харк. держ. політехн. ун-т. - Харків: 1998. - 30 с.
- [2] Караваев В.Т. Специальные электрические машины с частичным совмещением (элементы теории, схемы и конструкции): Автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.09.01 / Урал. гос. ун-т. - Екатеринбург, 1998. - 40 с.
- [3] Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения: Пер. с англ. - М.: Мир, 1972. - 316 с.
- [4] Попов Б.А. Равномерное приближение сплайнами. - К.: Наукова думка, 1989. - 272 с.
- [5] Маляр В.С. Методи розрахунку динамічних режимів в електромеханічних перетворювачах на основі сплайн-функцій: Автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.09.01 / Нац. ун-т. "Львівська політехніка". - Львів, 2001. - 36 с.
- [6] Постников И.М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. - М.: Высшая школа, 1975. - 319 с.
- [7] Григоренко В.В., Синицкий Л.А. Алгоритм анализа цепей с большим разбросом постоянных времени // Техническая электродинамика. - 2000. - № 2. - С. 27-30.
- [8] Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. - Львів: Вища школа, 1989. - 484 с.
- [9] Деккер К., Вервер Я. Устойчивость методов Рунге-Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений: Пер. с англ. - М.: Мир, 1988. - 334 с.
- [10] Чуа Л.О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем: Пер. с англ. - М.: Энергия, 1980. - 640 с.
- [11] Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными: Пер. с англ. - М.: Мир, 1975. - 558 с.
- [12] Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980. - 350 с.

Надійшла 19.08.2003