

КВАНТОВО-МЕХАНІЧНА МОДЕЛЬ ДАВАЧІВ КУТА ІНДУКЦІЙНОГО ТИПУ (ЧАСТИНА 2)

Завгородній В. Д.

Національний університет "Львівська політехніка", СКБ електромеханічних систем
Україна, 79000, м. Львів, вул. Ак. Колесси, 2, СКБ ЕМС
Тел./факс (0322)74-01-44, E-mail: skbnl68@mail.lviv.ua

На прикладі прецизійних давачів кута індукційного типу розвинуто квантово-механічний підхід до аналізу обмінних процесів між дискретними структурами статора та ротора електромеханічних перетворювачів енергії / інформації. Визначено кількісний показник рівня дисиметрії систем, що складаються із симетричних структур. Наведено рекомендації щодо вибору структурних параметрів конструкцій великогабаритних давачів кута .

На примере прецизионных датчиков угла индукционного типа развит квантово-механический подход применительно к анализу обменных процессов между дискретными структурами статора и ротора электромеханических преобразователей энергии / информации. Установлен количественный показатель дисимметрии систем, состоящих из симметричных структур. Приведены рекомендации по выбору структурных параметров конструкций датчиков угла.

ВСТУП

У [1] на прикладі прецизійного давача кута індукційного типу продемонстровано доцільність опису функціонування електромеханічних перетворювачів енергії / інформації (ЕМП) на засадах квантово-механічного підходу, що базується на використанні хвильової функції Шредінгера (ХФ). Цей підхід дав можливість описати енергетичні та інформаційні характеристики індукційного давача замкненими аналітичними виразами, уникнувши застосування рядів Фур'є.

Незважаючи на те що здебільше магнітопроводи індукційних давачів кута виконують із різною кількістю зубців статора z_s та ротора z_r , із метою спрощення і демонстрації лише загальних принципів підходу аналіз в [1] приведено для випадку $z_s = z_r = z$. У цьому викладі той же підхід застосовано для аналізу конструкції при $z_s \neq z_r$, але для цього необхідно спочатку встановити кількісні показники взаємної симетрії двох симетричних структур статора та ротора ЕМП і ввести специфічні координатні системи, які названо апокастатичними.

Надалі прийнято ті ж позначення величин, що і в [1], а тому для скорочення викладу вони (за винятком тих, що вводяться вперше) не номінуються.

КІЛЬКІСНІ ПОКАЗНИКИ ВЗАЄМНОЇ СИМЕТРІЇ ДВОХ СИМЕТРИЧНИХ СТРУКТУР ОДНАКОВОГО ТИПУ

Оскільки підхід до математичного опису симетрії обмінних процесів між двома симетричними структурами одного типу не відрізняється від опису власне взаємної симетрії цих структур (бо об'єкти структур завжди можна замінити відповідними представниками у певному полі), спершу розглянемо останній.

Нехай консервативна частина конструкції ЕМП складається із двох симетричних структур f та s , кожна з яких містить відповідно z_f та z_s упорядковано розташованих об'єктів із голономними зв'язками між ними.

Упорядковане розташування z_i ($i = 0, z-1$) об'єктів можна імітувати рівномірно розташованими точками по колу одиничного радіуса з різницею координат між сусідніми $\Delta\zeta = 2\pi / z$. При початку нумера-

ції з довільної точки, якій припишемо індекс $i=0$, координати ζ_i всіх наступних запишемо як $\zeta_i = \Delta\zeta \cdot i = 2\pi i / z$. Отже, просторове розташування об'єктів z_i еквівалентується деякою симетричною структурою у замкненому числовому полі z (точніше – у полі Галуа порядку z). Поле Галуа має характерну особливість: для довільного його елемента i завжди справедливо $i \cdot z \equiv 0$, а для двох елементів i та $k - (i + k)^z = i^z + k^z$. У полі Галуа будемо оперувати не з власне елементами z_i , а з їхніми представниками $[i]$, за які візьмемо амплітуди деяких нормованих на одиницю стаціонарних ХФ Ψ_i , котрі визначимо як

$$z_i \approx [i] = \Psi_i = e^{-j\zeta_i} = e^{-j2\pi i / z}.$$

Представники об'єктів z_i при мультиплікації геометричного простору їхнього розташування (наприклад, при його модуляції зовнішнім магнітним полем полюсності $2p$) трансформуються як

$$[i]_p = \Psi_i^p = e^{-j2\pi p i / z}.$$

Отже, у p -кратно замкненому полі Галуа представник $[i]_p$ об'єкта z_i однозначно визначається за його геометричною координатою ζ_i .

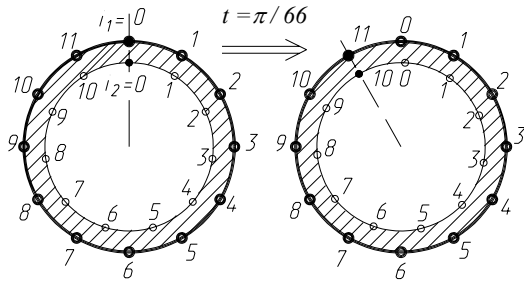
Доведемо, що взаємодія двох полів Галуа порядків z_f та z_s характеризується показником симетрії $S = z_f \cdot z_s / \kappa$, де $\kappa = (z_f | z_s)$ – найбільший спільний дільник (НСД) чисел z_f та z_s . Тобто кожний повний період взаємодії $T=2\pi$ містить S підперіодів тривалістю $t=T/S$, які назвемо інтервалами тактового стану. Показник симетрії S можна ще записати як $S = \kappa \cdot z_1 \cdot z_2$, де $z_1 = z_f / \kappa$, а $z_2 = z_s / \kappa$. Отже, z_1 та z_2 – взаємно прості числа, бо $\kappa = (z_f | z_s)$. Спершу задля наочності опишемо взаємні стани структур f та s графічною мовою на конкретному прикладі $z_f = 12$; $z_s = 4, 11$, які представлено на рис.

1. Кількісні ознаки взаємних станів системи $\langle z_s | z_f \rangle$ зведено в табл.

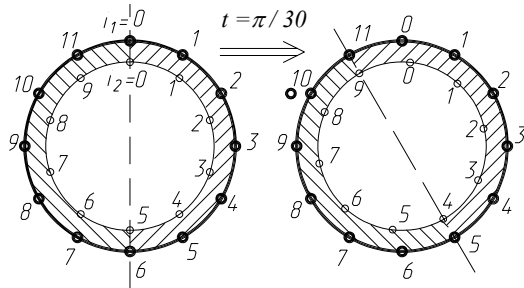
Аналіз взаємного розташування фігур, що на рис. 1, дозволяє зробити висновки:

- при наявності між числами z_f та z_s НСД κ взаємний стан системи $\langle z_s | z_f \rangle$ розпадається на κ ідентичних взаємних станів підструктур $\langle z_2 | z_1 \rangle$, які

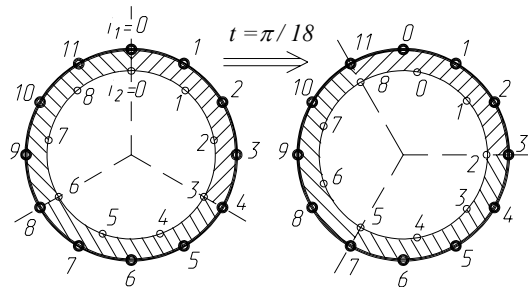
a) $\langle 11 | 12 \rangle$; $\kappa=1$; $S=132$



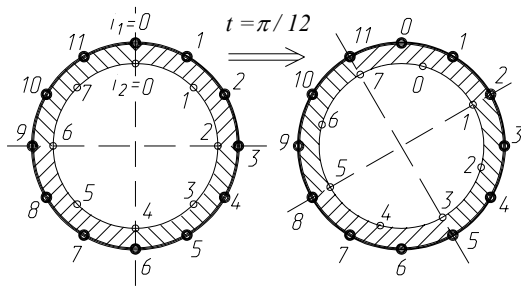
б) $\langle 10 | 12 \rangle$; $\kappa=2$; $S=60$



в) $\langle 9 | 12 \rangle$; $\kappa=3$; $S=36$



г) $\langle 8 | 12 \rangle$; $\kappa=4$; $S=24$



д) $\langle 7 | 12 \rangle$; $\kappa=1$; $S=84$

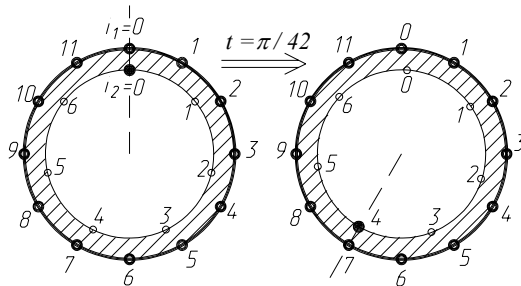


Рис. 1. До визначення показника взаємної симетрії систем $\langle z_s | z_f \rangle$

зсунуті на кут $2\pi / \kappa$ одна відносно іншої, з ідентичним розташуванням елементів z_{1i} та z_{2i} у кожній;

- при взаємному повороті структур f та s на величину кута тактового інтервалу $\theta = t=2\pi/S$ взаємний стан системи $\langle z_s | z_f \rangle$ не змінюється, що підтверджується перенумерацією елементів z_{fi} та z_{si} у відповідності з двома останніми стовпцями табл. і що просто відповідає повороту системи координат на кут $\theta = t$. Закони перенумерації прості, а у важливому для нас випадку $z_2 \geq 0,75 z_1$, це $i'_{s0} = z_2 - 1$, $i'_{f0} = z_1 - 1$.

У теорії симетричних обмоток ЕМП підструктуру $\langle z_s | z_f \rangle$ ідентифікують із фазною зоною обмотки, а оскільки мета аналізу – дослідження показників взаємної симетрії обмотаних структур магнітопроводів статора та ротора ЕМП, надалі залишимо це означення без зміни.

Таблиця

$\langle z_s z_f \rangle$	κ	$\langle z_2 z_1 \rangle$	S	i'_{s0}	i'_{f0}
$\langle 11 12 \rangle$	(1)	$\langle 11 12 \rangle$	132	10	11
$\langle 10 12 \rangle$	2	$\langle 5 6 \rangle$	60	4	5
$\langle 9 12 \rangle$	3	$\langle 3 4 \rangle$	36	2	3
$\langle 8 12 \rangle$	4	$\langle 2 3 \rangle$	24	1	2
$\langle 7 12 \rangle$	(1)	$\langle 7 12 \rangle$	84	4	7
$\langle 6 12 \rangle$	6	$\langle 1 2 \rangle$	12	5	11
$\langle 5 12 \rangle$	(1)	$\langle 5 12 \rangle$	60	2	5
$\langle 4 12 \rangle$	4	$\langle 1 3 \rangle$	12	0	1

Примітки: 1. Число $\kappa = 1$ взято в дужки, бо за означенням число 1 не є НСД, але в цьому випадку у відповідні формули необхідно підставляти $\kappa = 1$.

2. i'_{s0} та i'_{f0} – номери елементів z_f та z_s попереднього тактового стану, з яких починається нумерація елементів у наступному тактовому стані системи.

Обсяг статті не дозволяє навести повний аналітичний виклад доведення факту, що функція взаємного стану W_{kn} ($k=0, \kappa-1$) кожної з фазних зон системи (при взаємодії між об'єктами z_f та z_s за законами силових функцій) на кожному з тактових інтервалів $n=0, S-1$ визначається через функцію θ -стану $W_{kn}(\zeta) = \exp(-j t n) \cdot W_{k0}(\zeta)$, що підтверджує наявність взаємної симетрії між структурами f та s типу “поворот” (або “кутова трансляція”) з показником $S = z_f \cdot z_s / \kappa$. Отже, щоб описати обмінний процес між структурами f та s по координаті функціонування ζ , досить описати цей процес лише для однієї фазної зони системи упродовж довільного тактового інтервалу $t n \leq \zeta \leq t(n+1)$.

Увесь виклад тут зроблено без прив'язки до фізичної природи об'єктів системи, якими можуть бути об'єкти механіки, квантової механіки, електродинаміки тощо, що свідчить про деяку фундаментальну спільність фізичних систем, яким властива симетрія, і що є передумовою існування відповідних законів збереження (у нашому випадку – законів збереження імпульсу та моменту імпульсу) [2].

АПОКАСТАТИЧНІ СИСТЕМИ КООРДИНАТ

Аналіз структур і фізичних процесів між їхніми об'єктами, які в просторово-часовому континуумі характеризуються певною симетрією, доцільно здійснювати в центральних системах координат кожного з n тактових станів системи (процесу). Зважаючи на періодичну повторюваність цих систем координат, у відповідності з дефініцією Піфагора їх можна номінувати як апокастатичні.

Доцільність використання апокастатичних координат обумовлена тим, що, маючи опис процесу (структури) на довільному тактовому стані тривалістю t $W_0(\zeta)$ ($0 \leq \zeta \leq 1/S$), шляхом застосування до нього оператора зсуву $\exp(itD)$ [2] дістанемо аналітичний опис процесу на всьому періоді T , оскільки $\exp(itD) \times W_0(\zeta) = W(\zeta + it) = W(\alpha)$, де D – оператор диференціювання за відповідною фізичною координатою α (час, віддал, кут тощо).

За своєю сутністю ця система координат є двовідліковою, з шкалами грубого та точного відліків (аналогічно циферблату двострілкового годинника). За шкалою грубого відліку задається порядковий номер n тактового стану (аналог – години), а за шкалою точного відліку (аналог – хвилини) – координата процесу ζ у межах даного тактового інтервалу, тобто

$$n = \text{integer}(\alpha/t); \quad \zeta = t \cdot \text{fraction}(\alpha/t), \quad (1)$$

при умові, що початки систем координат точного відліку прив'язані до початків n -тих тактових станів. Але, оскільки більшість процесів є симетричними відносно початку та кінця тактового стану (як і в розглянутому прикладі), початок координати точного відліку доцільно прив'язати до середини такту, тоді

$$\zeta = t \cdot \text{fraction}(\alpha/t) - t/2, \quad (2)$$

що при записі в безрозмірній формі в частках величини t трансформується до

$$\zeta = \text{fraction}(\alpha/t) - 0,5. \quad (3)$$

Зворотний зв'язок між апокастатичними та фізичними координатами запишемо як

$$\alpha = t(n + \zeta + 0,5) \text{ або } \alpha^* = n + \zeta + 0,5. \quad (4)$$

Викладене проілюстровано графічно на рис. 2.

Без особливого на те наголосу апокастатичні координати були застосовані в [1] при визначенні ХФ, створюваної синусними обмотками ЕМП.

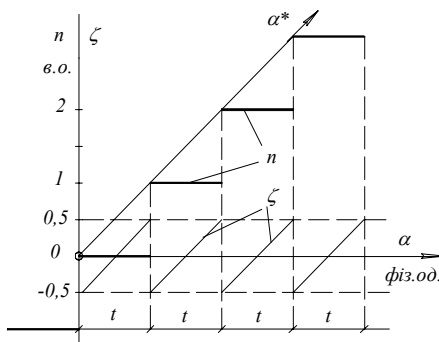


Рис.2. Зв'язок між фізичними (α , α^*) та центральними апокастатичними (n , ζ) системами координат

ОПИС ОБМІННИХ ПРОЦЕСІВ МІЖ ОБ'ЄКТАМИ ДВОХ СТРУКТУР ОДНАКОВОГО ТИПУ СИМЕТРІЇ

Як зазначалося, магнітопроводи структур збудження f та сигнальної s прецизійних ЕМП здебільшого виконують із різними числами зубців z_f та z_s відповідно. Необхідність облаштування кожної структури двома квадратурними синусними обмотками барабанного типу накладає на числа z_f та z_s обмеження: вони щонайменше повинні бути кратними числу 4. З метою узагальнення розглянемо випадок, коли $(z_f | z_s) = \kappa$, де $\kappa = 4k$ і $k > 0$ – довільне ціле число. Як уже встановлено, в цьому разі показник взаємної симетрії структур $S = z_f \cdot z_s / \kappa = \kappa \cdot z_1 \cdot z_2$, а інтервал тактового стану $t = 2\pi \kappa / z_f z_s$. Створювана заживленою обмоткою структури f ХФ $\psi_f(\alpha)$ не залежить від структурних параметрів системи s , а тому її значення на ν -тій зубцевій ділянці першої у її апокастатичних координатах описується за (13) у [1], яку в нових позначеннях перепишемо як

$$\psi_{fv} = C_f (\cos \beta_f - j 2 \zeta_f z_f \cdot \sin \beta_f) \cdot e^{-j\beta_f(2\nu+1)}, \quad (5)$$

де

$$C_f = \mu_0 \frac{z_f R w_{fm}}{2\pi p^2 \delta} k_f I_{fm}; \quad k_f = \left(\frac{\pi p}{z_f} / \sin \frac{\pi p}{z_f} \right)^2, \quad (6)$$

а всі інші позначення – ті ж, що й у [1].

Просторовий розподіл провідників однієї з фаз синусної $2p$ -полусної сигнальної обмотки визначається за аналогом (2) у [1], тобто як

$$w_s(\alpha) = w_{si} = w_{sm} \cos(\beta_s(2i_s + 1)), \quad (7)$$

де $\beta_s = \pi p / z_s = \pi p / \kappa z_2$; $i_s = 0, \overline{z_s - 1}$.

Зв'язок між координатами елементів i_f та i_s , що належать до однієї фазної зони при кутовому зміщенні θ між ними в межах даного тактового інтервалу у найбільш важливому для практики випадку $|z_1 - z_2| = 1$ ілюструє рис. 3 ($z_1 = 4$; $z_2 = 3$), із якого випливає, що довільний елемент i_s структури s розташований у зоні $\nu = \kappa k + i_f$ із координатою ζ_{is} (у частках $1/z_f$)

$$\zeta_{is} = \theta - 0,5 + \kappa i_s / z_s. \quad (8)$$

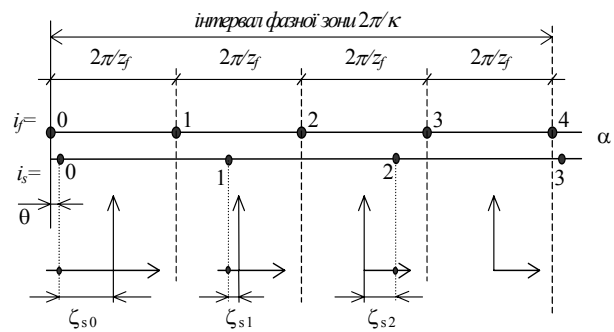


Рис.3. Координати елементів i_s у апокастатичних координатах структури f

Прив'язавши початки систем координат до центральної точки θ -інтервалу ($x_\theta = -0,5 + \kappa / 2z_2$), амплітуду ХФ $\psi_f(i_s)$ у точках розташування об'єктів i_s та функцію розподілу провідників фази обмотки w_s структури s запишемо в термінах двошкального відліку $k = \text{integer}(i_f /$

$z_1 = \text{integer}(i_s / z_2)$ – порядковий номер фазної зони системи $\langle z_s | z_f \rangle$ та $i = i_2 = \text{fraction}(i_s / z_2)$ – порядковий номер елементу k -тої фазної зони структури s , як

$$\Psi_f(k, i) = C_f \rho_f(\zeta_f) \cdot q_f^{-(1+2(i+z_1 k))}; \quad (9)$$

$$w_s(k, i) = 0,5 w_{sm} \left(q_s^{1+2(i+z_2 k)} + q_s^{-1-2(i+z_2 k)} \right), \quad (10)$$

де для скорочення запису позначено $q_f = \exp(j \beta_f)$, $q_s = \exp(j \beta_s)$ і $\rho_f(\zeta_f) = \cos \beta_f - 2 \zeta_f \sin \beta_f$.

Амплітуду обмінного електромагнітного імпульсу P_{fs} між структурами f та s у відповідності з (31) у [1] запишемо як

$$P_{fs} = 0,5 C_f w_{sm} l \cdot \sum_{k=0}^{\kappa-1} \sum_{i=0}^{z_2-1} \rho_f(\zeta_f) \left(q_{fs}^{2i} + e^{-j2\pi p(1/z_s + (1/z_s + 1/z_f)i + 2k/\kappa)} \right), \quad (11)$$

де $q_{fs} = q_s / q_f = \exp(j \pi p(1/z_s - 1/z_f))$.

Оскільки завжди $\sum_{k=0}^{\kappa-1} e^{-j2\pi p(1/z_s + 2k/\kappa)} = 0$, то

(11) трансформується у

$$P_{fs} = 0,5 C_f w_{sm} l \sum_{k=0}^{\kappa-1} \sum_{i=0}^{z_2-1} \left(\cos \beta_f - j 2 \zeta_f \sin \beta_f \right) q_{fs}^{2i}. \quad (12)$$

Під знаком другої суми в (12) розташовані члени арифметично-геометричної прогресії типу

$$\sum_{i=0}^{n-1} (a + r_i) q^i = \frac{a(1 - q^n) - (n-1) r q^n}{1 - q} + r \frac{q - q^n}{(1 - q)^2}. \quad (13)$$

Підставивши в (13) $a = \cos \beta_f - j(1/z_2 - 1 + \zeta) \sin \beta_f$, $r = -j 2 \kappa \sin \beta_f / z_f z_s$, $q = q_{fs}^2$, $n = z_2$ і записавши координату ζ у частках інтервалу тактового стану $t = \kappa / z_f z_s$, після тригонометричних перетворень отримаємо

$$P_{fs} = C_{fs} \left(\cos \beta_{fs} - j 2 \zeta_{fs} \sin \beta_{fs} \right), \quad (14)$$

де $C_{fs} = \frac{\mu_0 R l}{4 \pi \delta} \cdot I_{fm} \cdot \frac{z_f w_{fm}}{p} \cdot \frac{z_s w_{sm}}{p} \cdot k_{fs}$; (15)

$$k_{fs} = \left(\frac{\beta_{fs}}{\sin \beta_{fs}} \right)^2 = \left(\frac{\pi p \kappa}{z_f z_s} / \sin \left(\frac{\pi p \kappa}{z_f z_s} \right) \right)^2. \quad (16)$$

Для зручності подальшого аналізу запишемо (14) у частках максимальної величини модуля $|P_{fs}| = C_{fs}$, яка спостерігається на границях тактових інтервалів $\zeta_{fs} = \pm 0,5$, як

$$P_{fs} = \rho(\zeta) e^{-j \varphi(\zeta)}, \quad (17)$$

де $\rho(\zeta) = \sqrt{\cos^2 \left(\frac{\pi p \kappa}{z_f z_s} \right) + 4 \zeta^2 \sin^2 \left(\frac{\pi p \kappa}{z_f z_s} \right)}$; (18)

$$\varphi(\zeta) = \arctg \left(2 \zeta \operatorname{tg} \left(\frac{\pi p \kappa}{z_f z_s} \right) \right). \quad (19)$$

Вирази (17) ÷ (19) мають таку саму структуру, як і (31), (15) ÷ (17) у [1] відповідно, й повністю збігаються при заміні

$$\left. \begin{aligned} \beta_{fs} &= \frac{\pi p \kappa}{z_f z_s}; \\ -0,5 \leq \zeta \leq 0,5; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \beta &= \frac{\pi p}{z}; \\ -0,5 \leq x \leq 0,5. \end{aligned} \right. \quad (20)$$

Вирази (15) та (17) описують величину P_{fs} лише впродовж θ -такту системи, але, врахувавши, що при переході до наступного такту взаємне розташування об'єктів i_f та i_s не змінюється (якщо здійснити їхню перенумерацію), то відразу можемо записати $P_{fs}(n, \zeta)$ на довільному такті системи n як

$$P_{fs}(n, \zeta) = \rho(\zeta) e^{-j(\varphi(\zeta) + 2n \beta_{fs})}. \quad (21)$$

Фазна електрорушійна сила взаємодукції між структурою f та фазною сигнальною обмоткою записана в частках величини $j \omega P_{fs}$ у відповідності з (23) у [1] дорівнює

$$E_{fs}(n, \zeta) = \rho(\zeta) e^{-j(\varphi(\zeta) + 2n \beta_{fs})}. \quad (22)$$

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

Якісний характер залежностей від координати ζ упродовж тактового інтервалу нормованого модуля амплітуди ρ_{fs} та дев'яці її фази $\Delta \varphi_{fs}$ залишились такими ж, як і при $z_f = z_s = z$ (рис. 2 та рис. 4 у [1]), бо при заміні величин у відповідності з (20) їхні вирази збігаються. Але максимальна величина відхилення ρ_{fs} від одиниці тепер складає $1 - \cos \beta_{fs}$ і вона зменшилась у $\frac{1 - \cos \beta_{fs}}{1 - \cos \beta} \approx \left(\frac{\beta_{fs}}{\beta} \right)^2 = \left(\frac{\kappa}{z_s} \right)^2 = \frac{1}{z_s^2}$ разів.

Що ж до дев'яці фази $\Delta \varphi_{fs}$, то її максимальна величина $\Delta \varphi_{fs \max} = 2(\pi p \kappa / z_f z_s)^3 / 9 \sqrt{3}$ зменшилась у $(\beta_{fs} / \beta)^3 = (\kappa / z_s)^3 = 1 / z_s^3$ разів.

На рис. 3 і рис. 4 приведено порівняння вказаних величин при $z_f = z_s = 16$; $p = 4$ ($\rho(\zeta)$ та $\Delta \varphi(\zeta)$); та при $z_f = 16$; $z_s = 12$; $p = 4$ ($\rho_{fs}(\zeta)$ та $\Delta \varphi_{fs}(\zeta)$).

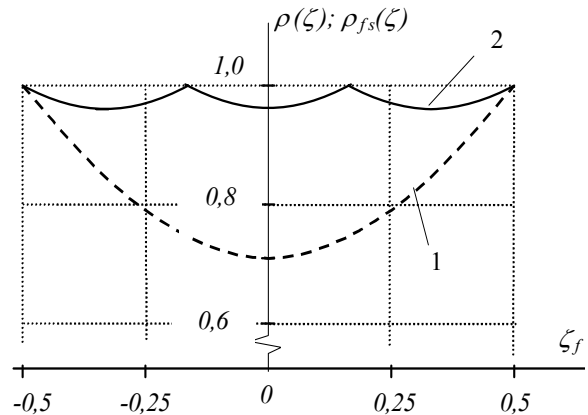


Рис. 4. Функціональні залежності $\rho(\zeta)$ - 1 та $\rho_{fs}(\zeta)$ - 2

У відповідності з (15) та (22) індуктивний опір взаємодукції між фазами структур f та s X_{fs} слід записати як

$$X_{fs} = \mu_0 f \frac{Rl}{2\delta p^2} z_f w_{fm} \cdot z_s w_{sm} \cdot k_{fs} \cdot \rho_{fs}(\zeta). \quad (23)$$

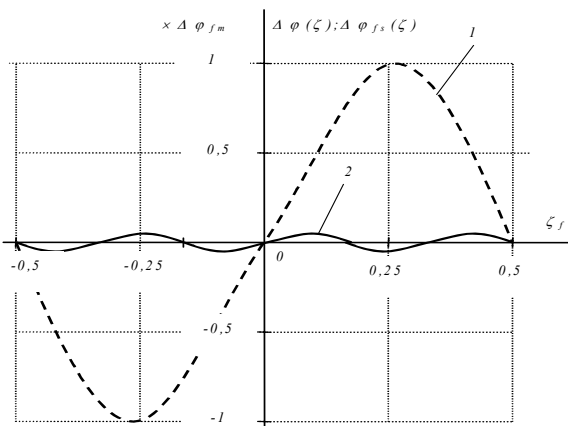


Рис. 5. Функційні залежності $\Delta\varphi(\zeta) - 1$ та $\Delta\varphi_{fs}(\zeta) - 2$

Застосувавши традиційну процедуру зведення ефективних чисел витків обмоток f та s , приймемо $w_e = w_{fe} = 0,25z_f w_{fm} = w_{se} = 0,25z_s w_{sm}$, тоді

$X_f = X_m \cdot k_f$ – індуктивний опір фази обмотки збудження;
 $X_s = X_m \cdot k_s$ – індуктивний опір фази сигнальної обмотки;
 $X_{sf} = X_m \cdot k_{sf}$ – опір взаємоіндукції між фазами f та s , де X_m – розрахована за першою гармонікою поля максимальна величина опору взаємоіндукції у класичній теорії електричних машин за (26) у [1].

Сутність коефіцієнтів k_f та k_s описана в [1] – вони враховують наявність вищих гармонік у замкненому вигляді. Тепер покажемо відповідність (16) класичній теорії ЕМП, згідно з якою структури f та s характеризуються наявністю гармонік поля $v_f = k_1 z_f / p + 1$ та $v_s = k_2 z_s / p + 1$ відповідно ($-\infty \leq k_{1(2)} \leq \infty$). Обмінний процес між структурами відбувається лише за гармоніками, номери яких збігаються, тобто $v_f = v_s$, що можливо лише за умови $k_1 z_f = k_2 z_s$, а внаслідок наявності НСД k – за умови $k_1 z_1 = k_2 z_2$, що виконується лише при $k_1 = k z_2$ та $k_2 = k z_1$, де $-\infty \leq k \leq \infty$ – ціле число, тоді $v_f = v_s = v_{fs} = k z_f z_s / \kappa p + 1$. Для синусних обмоток обмотковий коефіцієнт $k_{\text{обв}} = 1/v$. Інтенсивність взаємодії між структурами f та s визначається показником

$$\sum_{v=-\infty}^{v=\infty} \frac{1}{v^2} = \sum_{v=-\infty}^{v=\infty} (k \cdot z_f z_s / \kappa p + 1)^{-2} = \left(\frac{\beta_{fs}}{\sin \beta_{fs}} \right)^2 \equiv k_{fs}.$$

Покажемо, що X_f , X_s та X_{sf} відповідають теоремі про взаємну індуктивність магнітнозв'язаних контурів, за якою $M_{fs} = K \sqrt{L_f L_s}$ при $K < 1$. У частках величини X_m , $L_s \approx k_s$, $L_f \approx k_f$, а $M_{fs} \approx k_{fs}$, тоді $K = \frac{k_{fs}}{\sqrt{k_f \cdot k_s}} \approx \frac{1 + 2(\pi p \kappa / z_f z_s)^2 / 3}{1 + (\pi p / z_f z_s)^2 (z_f^2 + z_s^2) / 3}$, а оскільки $\kappa = (z_f / z_s) < z_f(s)$ то $\kappa^2 \ll (z_f^2 + z_s^2)$, тому завжди $K < 1$.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Викладене свідчить, що при рівних інших умовах найменшою методичною похибкою перетворення за показниками ρ та $\Delta\varphi$ характеризується двополюсна

конструкція ЕМП, отже слід приймати $p=1$. При цьому мінімальна методична похибка буде при $\kappa = \text{min}$. З технологічних умов укладання синусних обмоток таким числом є $\kappa = 4$, отже слід приймати $z_f = 4 z_1$, а $z_s = 4 z_2$. Подальше зменшення методичної похибки має місце за умови $|z_f - z_s| = \text{min} \neq 0$, тобто $|z_1 - z_2| = 1$, а відтак $z_1 = z_2 \pm 1$. При дотриманні цих рекомендацій максимальна похибка кодування вхідного кута Δ_m не перевищуватиме величину

$$\Delta_m = \frac{2^{-5}}{9 \cdot \sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{z_1 z_2} \right)^3. \quad (24)$$

З (24) випливає: щоб забезпечити методичну похибку n -розрядного давача кута на рівні 0,5 ціни молодшого розряду, більше з чисел z_1 і z_2 повинно задовольняти умові $z(z-1) \geq 2^{n/3-2}$, тобто $z > 0,5(1+2^{n/6})$. Отже, 17-ти розрядний давач кута, який при $z_f = z_s = z$ можна було реалізувати при $z = 56$ [1], при $z_f \neq z_s$ уже реалізується при $z = 5$, тобто при $z_f = 20$ і $z_s = 16$.

Великогабаритні конструкції високо розрядних давачів кута характеризуються значними величинами вхідних активного R_f та індуктивного X_f опорів, що ускладнює їх адаптивність до електронних джерел живлення. При заданих габаритних розмірах ці величини можна зменшити за рахунок максимального числа провідників фази в пазу w_{fm} . Але тут уже є лімітом можливість виконання власне синусної обмотки, який запишемо як $w_{fm} \cdot \sin(\pi p / 2 z_f) \geq 1$, тобто $w_{fm} \geq z_f / \pi p$, тоді у відповідності з (25) за [1]

$$X_f \approx 0,1 \mu_0 f \frac{D \cdot l}{\delta} \left(\frac{z_f}{p} \right)^4.$$

Наприклад, для спроектованого за цими рекомендаціями давача кута ВТ500-400 ($D=0,52\text{м}$; $z_f = 80$) величина X_f становить 500 Ом у порівнянні з експериментально визначеною – 520 Ом.

ВИСНОВКИ

1. Кількісний показник рівня дисиметрії системи, складеної з однотипних симетричних структур, визначається як НСД показників симетрії останніх.
2. Внесення незначної дисиметрії між структурами статора та ротора ЕМП ($z_f \neq z_s$) значно покращує показники його вихідних параметрів.
3. Квантово-механічний підхід дозволив описати обмінні процеси між дискретними структурами статора та ротора ЕМП простими замкненими аналітичними виразами.
4. Запропоновані рекомендації щодо вибору структурних параметрів давачів кута полегшують синтез їхніх нетрадиційних конструктивних виконань.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Завгородній В.Д. Квантово-механічна модель давачів кута індукційного типу. (Частина 1) // Електротехніка і електромеханіка. – 2002, № 2. – С. 80–85.
- [2] Fermi E. Notes on Quantum Mechanics. Рус. пер. Квантовая механика. – М.: Мир, 1965. – 367 с.

Надійшла 10.01.03