

АПРОКСИМАЦІЯ КРИВОЇ НАМАГНІЧУВАННЯ СТАЛІ В СУМІЩЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИНАХ

Борзюк В.Л.

Українська інженерно-педагогічна академія

Україна, 94000, Стаханов, вул. Тельмана, 53, Гірничий факультет УПА, кафедра "Гірничої електромеханіки"

Тел. (06444) 4-29-62, Факс (06444) 4-10-49

Розглянута можливість апроксимації кривої намагнічування сталі з використанням кубічних сплайнів дефекту 2, які забезпечують високу точність і гладкість кривої та її похідних.

Рассмотрена возможность аппроксимации кривой намагничивания стали с использованием кубических сплайнов дефекта 2, которые обеспечивают высокую точность и гладкость кривой и ее производных.

При проектуванні та математичному моделюванні суміщених електричних машин, зокрема безконтактних одномашинних перетворювачів частоти з урахуванням насичення їх магнітопроводів необхідно будувати апроксимації для таблично заданих кривих намагнічування (КН) як електротехнічних сталей, так і окремих ділянок магнітопроводу. Від точності та способу представлення цих кривих нерідко залежить успіх розв'язування поставленої задачі в цілому, тому питання апроксимації має важливе значення.

Способів апроксимації КН існує досить багато, їх аналіз приведений в [1]. Вони розвивались та вдосконалювались у залежності вимог, які ставились до них практикою розрахунків. Однак до останнього часу цю проблему не можна вважати вирішеною, про що свідчать численні публікації, кількість яких продовжує зростати.

Відомі способи представлення КН можна поділити на:

- а) апроксимації однією аналітичною функцією на всьому інтервалі зміни аргументу;
- б) апроксимації одним поліномом високого ступеня (наприклад, Лагранжа);
- в) апроксимації кількома поліномами або іншими функціями;
- г) кусково-лінійній апроксимації;
- д) апроксимації сплайнами.

Розглянемо кожен з них з точки зору використання при математичному моделюванні динамічних режимів роботи суміщених електричних машин.

Апроксимація одним аналітичним виразом є проста, однак має надто низьку точність, її використання може диктуватись лише необхідністю отримати аналітичний розв'язок задачі.

Апроксимація одним степеневим поліномом, який співпадає зі заданими значеннями КН у вузлових точках здійснюється достатньо просто, однак поліном такого типу має так звані осциляції, що призводить до ще більших осциляцій похідної.

При апроксимації кривої кількома поліномами, як правило, невисокої степені, точність достатньо висока, але в точках стикування крива має розриви по-

хідних. Аналогічні недоліки має і кусково-лінійна апроксимація.

Перелічених вище недоліків позбавлені апроксимації КН сплайнами, зокрема третього порядку [2]. Однак апроксимація КН кубічним сплайном, що проходить через таблично задані вузли, забезпечує високу точність і гладкість кривої лише за умови відсутності суттєвого розкиду табличних значень. Оскільки останні мають експериментальне походження, то цього можна досягнути шляхом попереднього згладжування ручним способом або за допомогою обчислювальної техніки, наприклад, методом найменших квадратів [3].

Також цю проблему можна вирішувати шляхом побудови згладжувального сплайна [4]. Для розв'язування багатьох задач електромеханіки, що виникають при проектуванні та математичному моделюванні, достатньо, щоб КН мала неперервну лише першу похідну. Для таких випадків пропонується використовувати кубічний сплайн дефекту 2 (сплайн Ерміта).

Розглянемо питання побудови сплайна Ерміта для КН, заданої у вигляді $B=B(H)$. Для цього розіб'ємо весь інтервал зміни аргументу B (рис. 1) на ряд ділянок, необов'язково рівномірних. Як відомо, при практичних розрахунках перша та остання ділянки приймаються лінійними. Тому точка B_1 відповідає кінцю першої ділянки, а точка B_N - початку останньої прямолінійної ділянки. Таким чином, необхідно побудувати сплайн на інтервалі $[B_1, B_N]$.

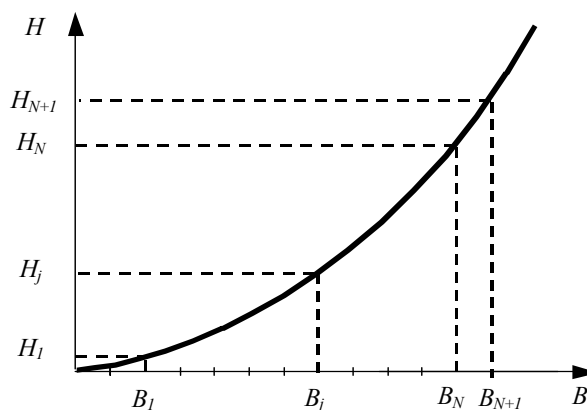


Рис.1. Побудова сплайна кривої намагнічування сталі

Кубічний сплайн Ерміта дефекту 2 у даному випадку – це функція $H=H(B)$, неперервна разом з першою похідною на всьому діапазоні зміни аргументу B , яка співпадає з поліномом третього ступеня на кожній ділянці $[B_{j-1}, B_j]$, де $j=2, \dots, N$ і задовольняє умовам:

$$H(B_j) = H_j; \quad \left. \frac{dH}{dB} \right|_j = \frac{d(H(B_j))}{dB_j}. \quad (1)$$

Для побудови таких сплайнів необхідно знати значення похідної в кожному внутрішньому вузлі. Оскільки в таблицях задаються тільки значення H_j функції, то її похідну необхідно попередньо визначити за однією з формул чисельного диференціювання [5], наприклад,

$$\left. \frac{dH}{dB} \right|_j = \frac{H_{j+1} - H_{j-1}}{B_{j+1} - B_{j-1}}. \quad (2)$$

Запишемо сплайн для j -ої ділянки КН у вигляді

$$H(B) = a_j + b_j(B_j - B) + c_j(B_j - B)^2 + d_j(B_j - B)^3, \quad (3)$$

де j – номер ділянки, рівний номеру вузла на правій її границі; B_j – значення аргументу в цьому вузлі.

Похідна сплайна (3) має вигляд

$$\frac{dH}{dB} = -b_j - 2c_j(B_j - B) - 3d_j(B_j - B)^2. \quad (4)$$

Запишемо необхідні для обчислення коефіцієнтів сплайна рівняння. Для цього підставимо в (3) та (4) значення B_j та B_{j-1} аргументу B відповідно на правій та лівій границях j -ої ділянки:

$$H(B_j) = H_j = a_j; \quad (5)$$

$$H(B_{j-1}) = H_{j-1} = a_j + b_j h_j^2 + d_j h_j^3,$$

$$\left. \frac{dH}{dB} \right|_j = -b_j;$$

$$\left. \frac{dH}{dB} \right|_{j-1} = -b_j - 2c_j h_j - 3d_j h_j^2,$$

де $h_j = B_j - B_{j-1}$ – довжина j -ої ділянки.

З рівнянь (5) знаходимо:

$$a_j = H_j; \quad b_j = -\left. \frac{dH}{dB} \right|_j;$$

$$c_j = \frac{3}{h_j^2} (H_{j-1} - H_j) + \frac{1}{h_j} \left(\left. \frac{dH}{dB} \right|_{j-1} + 2 \left. \frac{dH}{dB} \right|_j \right); \quad (6)$$

$$d_j = -\frac{2}{h_j^3} (H_{j-1} - H_j) - \frac{1}{h_j^2} \left(\left. \frac{dH}{dB} \right|_{j-1} + \left. \frac{dH}{dB} \right|_j \right).$$

Підставивши (6) в (3), отримаємо вираз для обчислення сплайна на j -ої ділянці

$$H(B) = (1-A)^2(1+2A)H_j + A^2(3-2A)H_{j-1} + A^2(1-A)h_j H'_{j-1} - (1-A)^2 h_j H'_j, \quad (7)$$

де $A = (B_j - B)/h_j$; H'_j – похідна dH/dB в j -ому вузлі.

В свою чергу похідна сплайна в будь-якій точці j -ої ділянки обчислюється за формулами (4), (6). Таким чином, для побудови сплайнів необхідно мати масиви функцій та їх похідних. При цьому сітку вузлів краще брати рівномірною, хоча з точки зору кількості вузлів рівномірна сітка не є оптимальною. Однак у цьому випадку більш економічною є процедура пошуку необхідної ділянки при обчисленні значення сплайнів для заданого значення аргументу КН. При цьому ермітові сплайни третього порядку дефекту 2 при відповідному виборі сітки вузлів практично не мають осциляцій і стійкі до розкиду вхідних даних. Використання зазначеного способу апроксимації в суміщених електричних машинах дозволяє отримати більш точну криву намагнічування сталі в порівнянні з іншими відомими способами, що дає можливість оптимізувати показники цих машин при проектуванні.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Оганян Р.В. Аппроксимация кривой намагничивания стали квадратичной функцией// Электричество. – 1998. – №4. – С. 70-73.
- [2] Мальяр В.С., Фильц Р.В. Аппроксимация характеристик намагничивания сплайнами// Изв. ВУЗов СССР. Энергетика. – 1977. – №11. – С.119-121.
- [3] Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. – Львів: Вища школа, 1989. – 464 с.
- [4] Мальяр В.С. Методи розрахунку динамічних режимів електромеханічних перетворювачів на основі сплайн-функцій: Автореф. дис... д-ра техн. наук: (05.09.01) / Нац. Ун-т "Львів. Політехніка". – Львів, 2001. – 36 с.
- [5] Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука. 1978. – 512 с.

Надійшла 19.03.03