
doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.08.036>

УДК 539.421

А.О. Камінський, М.Ф. Селіванов, Ю.О. Черноіван

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: fract@inmech.kiev.ua

Вплив довжини зчеплення на рівень критичного навантаження для тіла з тріщиною нормального відриву

Представлено академіком НАН України В.Д. Кубенком

У рамках моделі тріщини із зоною передруйнування досліджено граничний стан рівноваги нескінченного пружного тіла із тріщиною нормального відриву. Запропоновано числово-аналітичний метод розв'язування задач механіки тріщин для різних законів зв'язку між зчепленням і відривом у зоні передруйнування. Достовірність результатів застосування розробленого методу підтверджено порівнянням результатів у випадку простої лінійної спадної залежності зчеплення від відриву із результатами, отриманими іншими дослідниками за допомогою інших методів. Досліджено вплив довжини зчеплення на граничний рівень навантаження. З'ясовано величину похибки у визначенні параметрів граничної рівноваги, до якої призводить звичне у скінченно-елементних методах нехтування умовою скінченності напружень у постановці задачі.

Ключові слова: тріщина, зона передруйнування, закон зчеплення—відриву, параметри форми, умова скінченності напружень.

Дискусія про адекватне описання процесу руйнування квазікрихких матеріалів відбувається вже півстоліття, починаючи від піонерських робіт Леонова та Панасюка [5], Баренблата [1] та Дагдейла [2]. Більшість дослідників погоджуються, що в рамках запропонованої Хілерборгом моделі фіктивної тріщини (Fictitious Crack Model) [4] цілком задовільно можна описати зародження та поширення тріщини у квазікрихкому матеріалі. Ще однією загальноживаною назвою цієї моделі є “модель зони зчеплення” (МЗЗ, англ. — Cohesive Zone Model, CZM). Особливо інтенсивно ця модель використовується при розв'язуванні задач методом скінченних елементів, коли тріщина зростає вздовж наперед відомого шляху. На рис. 1 наведено основні позначення у моделі зони зчеплення.

Головним припущенням МЗЗ є формування на продовженні фізичної тріщини фіктивної тріщини, яку називають зоною процесу руйнування (Fracture Process Zone, FPZ) або зоною передруйнування (ЗП). Точку, яка розділяє вільні від напружень береги тріщини (фізичну тріщину) від ЗП, називають вершиною фізичної тріщини. Точку, що відділяє ЗП від незруйнованого матеріалу, називають вершиною фіктивної тріщини або вершиною зони

© А.О. Камінський, М.Ф. Селіванов, Ю.О. Черноіван, 2018

зчеплення. Ця зона моделює область, в якій має місце дисипація енергії, вона зароджується там, де головне розтягувальне напруження досягає міцності зчеплення, σ_{max} [4] і поширюється перпендикулярно напрямку головного розтягувального напруження. Міцність зчеплення є одним з параметрів тріщиностійкості матеріалу і не збігається із міцністю матеріалу на розтяг, яку можна визначити за допомогою стандартних тестів на суцільному зразку.

У МЗЗ змикальні напруження несталої інтенсивності або напруження зчеплення σ прикладаються до поверхонь тріщини. Ці напруження залежать від розкриття тріщини Δ та можуть приймати значення від нуля до σ_{max} . У МЗЗ заздалегідь не закладається припущення щодо довжини зчеплення, $\ell = \beta - \lambda$, немає явної залежності між довжиною зони та розкриттям в ній Δ і, що важливо, не вважається, що зона процесу руйнування є малою у порівнянні з наявною макротріщиною, загальною довжиною тріщини або характеристичним розміром елемента конструкції. В рамках моделі часто покладається, що напруження зчеплення зникає береги тріщини плавно ($\Delta'(\beta) = 0$) і таким чином декларується те, що у вершині фіктивної тріщини немає сингулярності напружень. В цьому випадку, навіть якщо матеріал вважається лінійно пружним, напруження у вершині тріщини є обмеженими. Для забезпечення умови плавного змикання у МЗЗ важливим є вибір довжини зчеплення [8]. Збільшення довжини зчеплення не змінює нульового значення коефіцієнта інтенсивності напружень у вершині фіктивної тріщини, а умова початку просування вершини фіктивної тріщини полягає у досягненні напруженням у її вершині міцності зчеплення. Умовою початку поширення фізичної тріщини є рівність роботи зчеплення енергії руйнування або рівність відриву у вершині фізичної тріщини критичному розкриттю.

Напруження, яке витримує матеріал в ЗП, розподілено відповідно до підібраного закону зчеплення—відриву (ЗЗВ). Область, де вводяться напруження зчеплення, історично спочатку називали зоною мікротріщин, пізніше — зоною процесу руйнування або зоною передруйнування. Параметри ЗЗВ неявно містять інформацію щодо мікроструктури матеріалу. Критичне розкриття Δ_{max} (як і довжина зчеплення ℓ) вважається внутрішнім параметром моделі і визначається міцністю зчеплення, енергією руйнування, а також параметрами форми ЗЗВ.

МЗЗ реалізовано у більшості комерційних пакетів на основі методу скінченних елементів. Реалізація вимоги плавності змикання берегів при використанні цього методу буде задовольнятися на сітці з деяким кроком, а довжина зчеплення визначатиметься з точ-

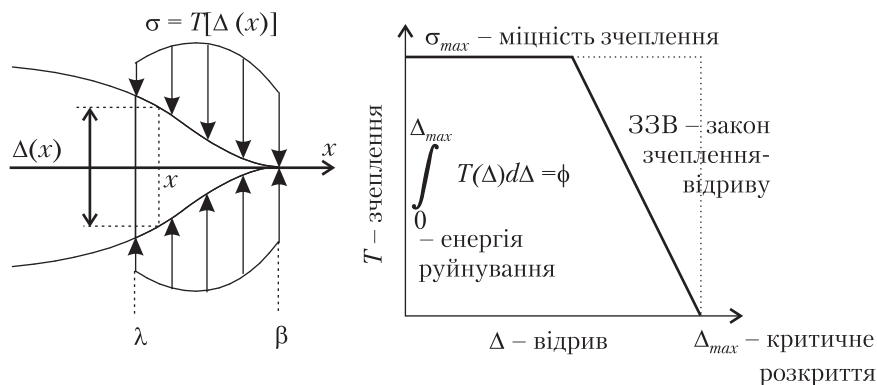


Рис. 1. Модель зони зчеплення

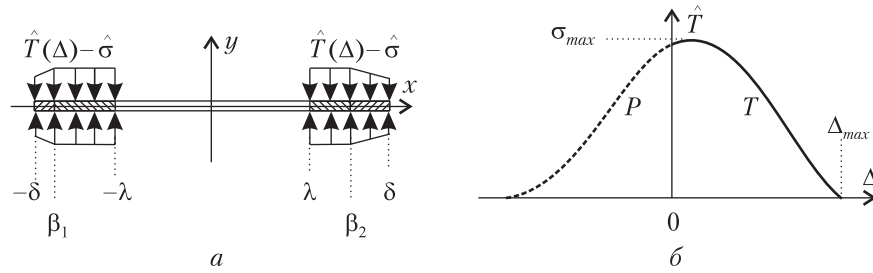


Рис. 1. Модифікована постановка задачі

ністю до цього кроку [7]. Виникає питання про наслідки наближеного задоволення умови плавності, а також відсутності такої умови у постановці задачі механіки тріщин у рамках МЗЗ.

Розв’язок задачі про тріщину в нескінченній пластині. Розглянемо з використанням МЗЗ задачу рівноваги нескінченного тіла із прямолінійною тріщиною напівдовжини λ з зонами зчеплення на продовженнях її лінії. Введено такі позначення для параметрів моделі: $\pm\lambda$ – координати вершин фізичної тріщини, $\beta_{1,2}$ – координати вершин фіктивної тріщини, $\sigma = T[\Delta(x)]$ – напруження зчеплення. Навантаження прикладено до берегів тріщини, а довжини зон зчеплення наперед невідомі й мають бути визначені з умови скінченності напружень.

Контурні умови

$$\sigma^\pm(x) = -\tilde{\sigma}(x) + T[\Delta(x)], \quad \beta_1 < x < \beta_2,$$

де $\tilde{\sigma}$ – напруження, що діє на лінії розташування тріщини в тілі без тріщини; $\sigma = T[\Delta(x)]$ – зчеплення; Δ – відрив. Дві останні величини пов’язані заданим ЗЗВ. Функція $T(\Delta)$ визначає ЗЗВ для $\Delta \in [0, \Delta_{\max}]$.

Також у постановку задачі включаємо умову обмеженості напружень у тілі, яка еквівалентна умові плавності змикання берегів $\Delta'(\beta_{1,2}) = 0$. При дослідженні стану граничної рівноваги у визначальну систему додається рівняння $\max\{\Delta(\pm\lambda)\} = \Delta_{\max}$.

Розглянемо модифіковану постановку (рис. 2). Блок рис. 2, а містить уже використані позначення, а на рис. 2, б зображено продовжений на від’ємні значення відриву ЗЗВ. Модифікована постановка усуває потребу у розв’язуванні системи нелінійних рівнянь відносно довжин зчеплення

$$\sigma^\pm(x) = -\tilde{\sigma}(x) + \hat{T}[\Delta(x)] - \hat{\sigma}(x), \quad |x| < 2\lambda, \tag{1}$$

$$\hat{T}(\Delta) = \begin{cases} T(\Delta), & \Delta \geq 0, \\ P(\Delta), & \Delta < 0. \end{cases} \tag{2}$$

Тут допоміжне напруження $\hat{\sigma}(x)$ знаходиться з умови $\Delta(x) \geq 0$. Методика не дає точного значення для довжини зчеплення, але забезпечує вимогу плавності змикання берегів і уможливорює достатньо точне визначення параметрів граничного стану [9].

Розв’язок задачі з контурними умовами (1) шукатимемо для $|x| < \delta$; цей проміжок напевно має містити заздалегідь невідоме розташування вершин зон зчеплення. Розв’язок по-

ставленої задачі дається системою інтегральних рівнянь [3]

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{g(t)dt}{t-x} = -\tilde{\sigma}(x) + \widehat{T}[\Delta(x)] - \hat{\sigma}(x), \quad \int_{-\delta}^{\delta} g(t)dt = 0,$$

друге з яких випливає з умови однозначності переміщень.

Отже, для докритичного стану розв'язок задачі – функція $g(x)$ ($|x| < \delta$) – визначається системою

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{g(t)dt}{t-x} &= -\tilde{\sigma}(x) + \widehat{T}\left[L \int_{-\delta}^x g(t)dt\right] - \hat{\sigma}(x), \\ \int_{-\delta}^{\delta} g(t)dt &= 0, \quad \Delta(x) = L \int_{-\delta}^x g(t)dt \geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де L – пружна стала (у випадку плоского напруженого стану та ізотропії матеріалу $L = 4/E$, E – модуль Юнга). Перепишемо (3), увівши заміну змінних $t = \delta\tau$, $x = \delta\xi$ ($|\tau|, |\xi| < 1$) та перепозначивши $g(\delta\tau)$ через $g(\tau)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g(\tau)d\tau}{\tau-\xi} &= -\tilde{\sigma}(\delta\xi) + \widehat{T}\left[\delta L \int_{-1}^{\xi} g(\tau)d\tau\right] - \hat{\sigma}(\delta\xi), \\ \int_{-1}^1 g(\tau)d\tau &= 0, \quad \int_{-1}^{\xi} g(\tau)d\tau \geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Функцію щільності розкриття $g(\xi)$ знайдемо у кусково-лінійній формі

$$\Delta b g_k(\xi) = (\xi - b_k)g_{k+1} + (b_{k+1} - \xi)g_k, \quad b_k < \xi < b_{k+1},$$

де b_k – квадратурні точки. Значення b_k та δ слід вибрати таким чином, щоб λ/δ збіглося з однією із квадратурних точок. Вибрана функція форми не враховує логарифмічну особливість, що виникає у розв'язку задачі в точках $x = \pm\lambda$ внаслідок стрибка напружень. Цю особливість можна врахувати введенням вагової функції [9], але у даній роботі ми задовольнимся точністю кусково-лінійної апроксимації.

Після інтегрування система для визначення дискретної щільності розкриття, $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_{n+1})^T$, що відповідає граничному стану, набуде вигляду

$$\mathbf{J}\mathbf{g} = -\tilde{\sigma} + \widehat{T}(\delta L \mathbf{W}\mathbf{g}) - \hat{\sigma}, \quad \mathbf{N}\mathbf{g} = 0, \quad \mathbf{W}\mathbf{g} \geq 0, \quad \delta L \mathbf{V}_p \mathbf{g} = \Delta_{\max}. \quad (5)$$

Першому виразу у (5) відповідає n рівнянь, на основі яких визначаємо розв'язок першого інтегрального рівняння у (4) у точках колокації η_m ($m = 1, \dots, n$), другому – умова однозначності переміщень, третьому – умова невід'ємності відриву, четвертому – умова досягнення граничного стану (індекс p відповідає одній з двох квадратурних точок $\pm\lambda/\rho$, де розкриття є більшим). У (5) елементами вектора $\tilde{\sigma}$ є величини $\tilde{\sigma}(\eta_m)$ ($m = 1, \dots, n$), \mathbf{W} і \mathbf{V} – матриці, за допомогою яких визначаються розкриття у точках колокації та квадратурних точках відповідно. Якщо функція $\tilde{\sigma}(x)$ є парною, то функція $g(x)$ є непарною,

розв'язок задачі визначається величиною $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_n, 0)^T$, умова однозначності переміщень виконується автоматично. Для квадратурних точок $b_k = -1 + \frac{1}{n}(k-1)$ ($k = 1, \dots, n+1$) та точок колокації $\eta_m = \frac{1}{2}(b_m + b_{m+1})$ ($m = 1, \dots, n$)

$$\mathbf{V} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & \dots & 0 \\ & & & \dots & \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & \dots & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & \frac{1}{8} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{8} & \frac{1}{8} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{7}{8} & \frac{1}{8} & \dots & 0 & 0 \\ & & & & \dots & & \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \frac{7}{8} \end{pmatrix},$$

причому ці матриці мають однакову розмірність $n \times n$; $\mathbf{J} = [J_{mk}]$,

$$\begin{aligned} \pi J_{m1} &= -1 - (\eta_m - b_2)G_{m1}, \\ \pi J_{mk} &= (\eta_m - b_{k-1})G_{m(k-1)} - (\eta_m - b_{k+1})G_{mk}, \quad k = 2, \dots, n, \\ G_{mk} &= n \ln |(b_{k+1} - \eta_m)(b_k - \eta_m)^{-1}|. \end{aligned} \tag{6}$$

Опишемо ітеративну процедуру розв'язування системи (5) з урахуванням вимоги плавності змикання берегів. Згідно з (2), довизначимо функцію T для від'ємних значень аргумента

$$P(\Delta) = \begin{cases} 0, & \Delta < -1, \\ P_3(\Delta), & -1 \leq \Delta < 0, \end{cases}$$

коефіцієнти полінома P_3 можна визначити з умов $P_3(0) = T(0)$, $P_3'(0) = T'(0)$, $P_3(-1) = P_3'(-1) = 0$.

На першому кроці ітеративної процедури позначимо

$$M = \{m : 1 \leq m < p - p_x\}, \quad P = \{m : p - p_x \leq m \leq n\},$$

де процедуру вибору індекса p описано вище. Індекс $p_x \geq 1$ визначає кількість точок колокації в зоні зчеплення у початковому наближенні.

Розв'яжемо систему

$$\mathbf{W}_m \mathbf{g} = 0, \quad \mathbf{J}_s \mathbf{g} = -\hat{\sigma} + \hat{T}(\delta L \mathbf{W}_s \mathbf{g}), \quad \delta L \mathbf{V}_p \mathbf{g} = \Delta_{\max}, \tag{7}$$

де $m \in M$, $s \in P$, елементи векторів-рядків \mathbf{J}_m , \mathbf{W}_m , \mathbf{V}_m є елементами m -го рядка відповідних матриць.

Обчислимо \mathbf{g} і параметр граничного навантаження з (7) та оцінимо елементи вектора допоміжного напруження, яке унеможливорює від'ємний відрив,

$$\hat{\sigma} = -\mathbf{J} \mathbf{g} - \hat{\sigma} + \hat{T}(\delta L \mathbf{W}_m \mathbf{g}).$$

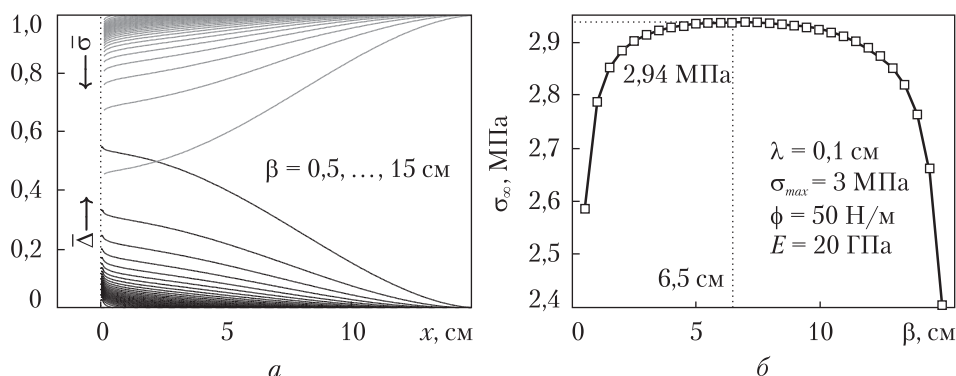


Рис. 3. Відрив і напруження у зоні зчеплення (а), залежність довжини фіктивної тріщини від зовнішнього навантаження (б)

Перепозначимо $M = \{m : \hat{\sigma}_m \geq 0\}$, $P = \{m : \hat{\sigma}_m < 0\}$ і продовжимо ітеративну процедуру, доки всі елементи $\hat{\sigma}$ не стануть невід’ємними.

Порівняння отриманих результатів з відомими розв’язками. У роботі [6] виконано порівняння розв’язків, отриманих іншим числово-аналітичним методом та методом скінченних елементів. Розв’язок побудовано для докритичного стану у випадку рівномірного розтягувального навантаження на нескінченності ($\hat{\sigma} = \sigma_\infty$); використано закон зчеплення $\bar{\sigma}(\bar{\Delta}) = 1 - \bar{\Delta}$ ($\bar{\Delta} = \Delta / \Delta_{\max}$, $\Delta_{\max} = 2\phi / \sigma_{\max}$). Отримано залежності довжини фіктивної тріщини від рівня зовнішнього навантаження. У випадку симетричного поширення тріщини достатньо визначити лише одну довжину зчеплення. Це дозволить розв’язувати задачу простішим способом. А саме, рівність $\Delta'(\pm\beta)$ можна задовольнити змінюючи σ_∞ при фіксованій напівдовжині фіктивної тріщини β . Таким чином, отримано залежність $\beta(\sigma_\infty)$. У позначеннях даної роботи розв’язок задачі визначається системою

$$\mathbf{Jg} = -\sigma_\infty + T(\beta L W \mathbf{g}),$$

де квадратурні точки $b_1 = -1$, $b_{n+1} = 0$, дискретна щільність розкриття $\mathbf{g} = (0, g_2, \dots, g_n, 0)^T$; невідомими є g_2, \dots, g_n та σ_∞ .

Будемо знаходити розв’язок для β від 0,5 до 15 см з кроком 0,5 см. Для цих значень довжини фіктивної тріщини, відносні напруження зчеплення $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_{\max}$ та відповідні відносні відриви зображено на рис. 4, а, а рівні зовнішнього навантаження — на рис. 3, б. Крок сітки для зони зчеплення зафіксовано на рівні 0,5 см, для фізичної тріщини — 0,01 см. Стан граничної рівноваги для цієї задачі характеризується величинами $\beta = 15,32$ см і $\sigma_\infty = 1,87$ МПа. Приклад ілюструє особливість моделі, яка полягає у тому, що рівень навантаження, який відповідає критичному стану, може відрізнятись від максимально можливого для тіла з тріщиною. Отримані результати збігаються з результатами [6].

Приклад застосування та висновки. На рис. 4, а наведено залежності граничного рівня навантаження від відносної довжини зчеплення для степеневого закону зчеплення $\bar{\sigma}(\bar{\Delta}) = (1 - \bar{\Delta})^\alpha$ ($\bar{\Delta} = \Delta / \Delta_{\max}$, $\Delta_{\max} = (\alpha + 1)\phi / \sigma_{\max}$). Розв’язок побудовано для $\hat{\sigma} = \sigma_\infty$ (рівномірного розтягувального навантаження на нескінченності) за допомогою запропонованого у попередньому розділі методу. Позначки з різних символів відповідають розв’язкам із

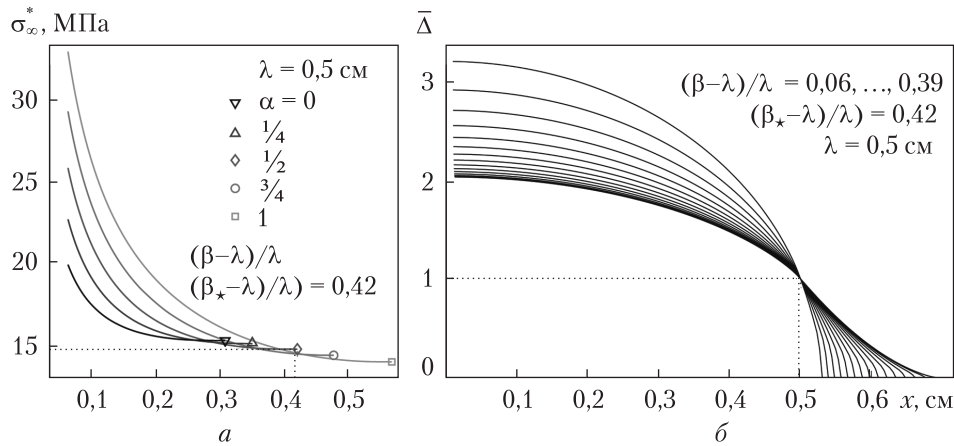


Рис. 4. Залежності напружень та відриву від відносної довжини зчеплення

врахування умови плавності змикання берегів. Інші точки кривих отримано без вимоги плавності змикання шляхом розв'язання (7) за $s \in \emptyset$ і $\delta = \beta$ без застосування ітеративної процедури. Спостерігається завищене значення σ_{∞}^* для довжин зчеплення ($\beta < \beta_*$), що не забезпечують вимогу плавності змикання. При наближенні β до β_* зліва похідна функції $\sigma_{\infty}^*(\beta)$ наближається до нуля і рівень граничного навантаження для незначних відхилень від β_* змінюється несуттєво. Для $\beta > \beta_*$ задача розв'язку не має. Це означає, що ЗЗВ, в якому нульовому відриву відповідає максимально можливе значення напруження зчеплення, можна застосовувати тільки для довжин зчеплення менших за ту, яка забезпечує вимогу плавності змикання (ми позначили цю величину β_*).

Аналізуючи рис. 4, а також зазначимо, що зі збільшенням параметра форми (наближенням закону зчеплення до лінійного) відхилення рівня критичного навантаження від граничного випадку (коли $\beta = \beta_*$) збільшується.

На рис. 4, б в умовах стану граничної рівноваги показано, як змінюється розкриття зі збільшенням відносної довжини зчеплення. Для останньої кривої виконується умова плавності змикання берегів.

Таким чином, запропоновано ефективний метод розв'язування задач теорії тріщин в рамках моделі зони зчеплення. Нерівномірність закону зчеплення—відриву врахована разом із умовою плавності змикання берегів. Для цього запропоновано модифіковану постановку, що дозволило не включати в розв'язувальну систему невідомі геометричні параметри задачі — довжини зчеплення. Одержана розв'язувальна система (7) є нелінійною, але такою, що легко лінеаризується. Результати використання методу порівнювали з результатами, отриманими іншими методами, для найпростішого випадку однієї невідомої довжини зчеплення. Встановлено, що неврахування умови плавності змикання берегів призводить до завищеного прогнозу щодо граничного рівня зовнішнього навантаження.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Varenblatt G.I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.* 1962. 7. P. 55–129.

2. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids*. 1960. **8**. P. 100–108.
3. Erdogan F., Gupta G.D., Cook T.S. Solution of singular integral equations. In Sih G.C. (ed.), *Methods of analysis and solutions of crack problems. Mechanics of Fracture*. 1973. **1**. P. 368–425.
4. Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cem. Concr. Res.* 1973. **6**. P. 773–781.
5. Leonov M.Ya., Panasyuk V.V. Growth of smallest cracks in solids. *Prikl. Mekh.* 1959. **5**. P. 391–401.
6. Stang H., Olesen J.F., Poulsen P.N., Dick-Nielsen L. On the application of cohesive crack modeling in cementitious materials. *Mater. Struct.* 2007. **40**. P. 365–374.
7. Turon A., Davila C.G., Camanho P.P., Costa J. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Eng. Fract. Mech.* 2007. **74**. P. 1665–1682.
8. Селіванов М.Ф. Визначення безпечної довжини тріщини та розподілу сил зчеплення в рамках моделі тріщини з зоною передруйнування. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2014. № 11. С. 58–64. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2014.11.058>
9. Селіванов М. Ф., Черноиван Ю.О. Порівняння алгоритмів визначення переміщень берегів тріщини зчеплення. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2017. № 7. С. 29–36. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi-2017.07.029>

Надійшло до редакції 01.02.2018

REFERENCES

1. Barenblatt, G. I. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.*, 7, pp. 55-129.
2. Dugdale, D. S. (1960). Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids.*, 8, pp. 100-108.
3. Erdogan, F., Gupta, G.D. & Cook, T. S. (1973). Solution of singular integral equations. Sih G.C. (ed.), *Methods of analysis and solutions of crack problems. Mechanics of Fracture.*, 1, pp. 368-425.
4. Hillerborg, A., Modeer, M. & Petersson, P. E. (1973). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cem. Concr. Res.*, 6, pp. 773-781.
5. Leonov, M. Ya. & Panasyuk, V. V. (1959). Growth of smallest cracks in solids. *Prikl. Mekh.*, 5, pp. 391-401.
6. Stang, H., Olesen, J. F., Poulsen, P. N. & Dick-Nielsen, L. (2007). On the application of cohesive crack modeling in cementitious materials. *Mater. Struct.*, 40, pp. 365-374.
7. Turon, A., Davila, C. G., Camanho, P. P. & Costa, J. (2007). An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Eng. Fract. Mech.*, 74, pp. 1665-1682.
8. Selivanov, M. F. (2014). Determination of the safe crack length and cohesive traction distribution using the model of a crack with prefacture zone. *Dopov. Nac. akad. nauk Ukr.*, No. 11, pp. 58-64. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2014.11.058> (in Ukrainian).
9. Selivanov, M. F. & Chornoivan, Yu. O. (2017). Comparison of the crack opening displacement determination algorithms for a cohesive crack. *Dopov. Nac. akad. nauk Ukr.*, No. 7, pp. 29-36. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.07.029> (in Ukrainian).

Received 01.02.2018

А.А. Каминский, М.Ф. Селиванов, Ю.А. Черноиван

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев
E-mail: fract@inmech.kiev.ua, mfs@ukr.net, yurchor@ukr.net

ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ ЗОНЫ СЦЕПЛЕНИЯ НА УРОВЕНЬ КРИТИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ДЛЯ ТЕЛА С ТРЕЩИНОЙ НОРМАЛЬНОГО РАЗРЫВА

В рамках модели трещины с зоной предразрушения исследовано предельное состояние равновесия бесконечного упругого тела с трещиной нормального разрыва. Предложен численно-аналитический метод решения задач механики трещин для разных законов связи между сцеплением и отрывом в зоне предразрушения. Достоверность результатов применения разработанного метода подтверждена сравнением результатов в случае простой линейной зависимости сцепления от отрыва с результатами, полученными другими исследователями с помощью других методов. Исследовано влияние сцепления на предельный

уровень нагружения. Определена величина погрешности при расчете параметров предельного равновесия, к которой приводит обычное в конечно-элементных методах пренебрежение условием конечности напряжений в постановке задачи.

Ключевые слова: трещина, зона предразрушения, закон сцепления—отрыва, параметры формы, условие конечности напряжений.

A.A. Kaminsky, M.F. Selivanov, Yu.O. Chornoivan

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: fract@inmech.kiev.ua, mfs@ukr.net, yurchor@ukr.net

COHESIVE ZONE LENGTH INFLUENCE
ON THE CRITICAL LOAD FOR A BODY
WITH MODE I CRACK

The limiting state of an elastic infinite body with mode I crack is studied, by using the fracture process zone model. A numerical method is proposed to solve fracture mechanics problems for various traction—separation laws. The validity of the proposed method application is proven by a comparison of the results for a simple linear softening relationship with the results by other researchers, which were obtained within different methods. The influence of the cohesive length on the critical load is investigated. An error of the neglect of the stress finiteness condition is determined for the statements, which are common for FEM solutions.

Keywords: fracture, process zone, traction—separation law, shape factors, stress finiteness condition.